ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\textbf{Дифференциальные уравнения}}$

Курс $\boxed{2}$ **Семестр** $\boxed{4}$ **2004/2005 уч.г.**

Фамилия студента ______________________ **№ группы** ________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти все действительные решения уравнения
$$y''' - y'' + y' - y = 4\cos x - (4x - 14)e^{-x}.$$

2.④ Найти все действительные решения системы уравнений
$$\begin{cases} \dot{x} = -4x + y + 2z, \\ \dot{y} = -y + z, \\ \dot{z} = -6x + 2y + 2z, \end{cases} \qquad \lambda_1 = -1, \quad \lambda_{2,3} = -1 \pm i.$$

3.⑤ Исследовать положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(x + y^2 - 1), \\ \dot{y} = \arcsin(x^2 - x - 6). \end{cases}$$

4.⑤ Исследовать на экстремум функционал
$$\int_1^3 \left[4x^2y'^2 - 2x(x^2+8)yy' - 3x^2y^2\right] dx, \quad y(1) = 3, \quad y(3) = \frac{1}{3}.$$

5.⑤ Решить задачу Коши
$$3y^2y'y'' + 2yy'^3 = 4y^3, \quad y(1) = -1, \quad y'(1) = 1.$$

6.⑥ Найти общее решение уравнения и решить задачу Коши при $x > 0$, $z > 0$.
$$(3xz^2 - x^2)\frac{\partial u}{\partial x} + yz^2\frac{\partial u}{\partial y} + xz\frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = y^3 \quad \text{при} \quad z^2 = 2x.$$

7.⑥ Найти общее решение уравнения
$$x^2y'' - (6 + x)xy' + (12 + 3x)y = x^5e^{3x}.$$

8.⑥ Решить уравнение.
$$4x^2y - 2x^3y' + y'^2 = 0.$$
Исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые.

9.⑥ Пусть вещественная функция $y(x)$, $-\infty < x < \infty$, является решением дифференциального уравнения
$$y' = \sin^2 x + \sin^2 y.$$
Доказать, что $\lim\limits_{x\to-\infty} y(x) = -\infty$ и $\lim\limits_{x\to+\infty} y(x) = +\infty$.

Заказ - Тираж - 300 МФТИ - 51

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\textbf{Дифференциальные уравнения}}$

Курс $\boxed{2}$ **Семестр** $\boxed{4}$ **2004/2005 уч.г.**

Фамилия студента ______________________________ **№ группы** __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти все действительные решения уравнения
$$y''' + y'' - y' - y = 4\sin x + 8(x+1)e^x.$$

2.④ Найти все действительные решения системы уравнений
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + y - z, \\ \dot{y} = 4x + 5y - 2z, \quad \lambda_1 = 3, \quad \lambda_{2,3} = 1. \\ \dot{z} = 8x + 6y - 3z, \end{cases}$$

3.⑤ Исследовать положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = -2\arcsin(xy + x + 2), \\ \dot{y} = \dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}(x^2 - y^2). \end{cases}$$

4.⑤ Исследовать на экстремум функционал
$$\int_1^2 \left[3x^2y^2 + 2(x+1)(x^2+2x+7)yy' - x^2y'^2\right] dx, \quad y(1) = 2, \quad y(2) = \frac{1}{4}.$$

5.⑤ Решить задачу Коши
$$4yy'' + y'^2 + yy'^4 = 0, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = -1.$$

6.⑥ Найти общее решение уравнения и решить задачу Коши при $x > 0$, $z > 0$.
$$xz\frac{\partial u}{\partial x} + x^3\frac{\partial u}{\partial y} - (4x^3z + z^2)\frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = 4y \quad \text{при} \quad z = x^3.$$

7.⑥ Найти общее решение уравнения
$$x^2y'' - (x-4)xy' + (2-2x)y = e^{-2x}.$$

8.⑥ Решить уравнение.
$$3y'^3 - 3x^2y' + 4xy = 0.$$
Исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые.

9.⑥ Пусть вещественная функция $y(x)$, $0 \leqslant x < +\infty$, является решением дифференциального уравнения
$$y' = -(1 + \sin^2 x + \sin^2 y)y.$$
Доказать, что $\lim\limits_{x\to+\infty} y(x) = 0$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\textbf{Дифференциальные уравнения}}$

Курс $\boxed{2}$ **Семестр** $\boxed{4}$ **2004/2005 уч.г.**

Фамилия студента ______________________________ **№ группы** ________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти все действительные решения уравнения
$$y''' - y'' - y' + y = 4\cos x + 4(x-4)e^{-x}.$$

2.④ Найти все действительные решения системы уравнений
$$\begin{cases} \dot{x} = -2y - z, \\ \dot{y} = 2x + 4y + 2z, \qquad \lambda_1 = 2, \quad \lambda_{2,3} = 1 \pm i. \\ \dot{z} = -2x - 2y, \end{cases}$$

3.⑤ Исследовать положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{arctg}(y + 2 - y^2), \\ \dot{y} = \ln(1 - x^2 - y). \end{cases}$$

4.⑤ Исследовать на экстремум функционал
$$\int_1^4 \left[9x^2y'^2 - 4x(9+\sqrt{x})yy' - 3\sqrt{x}y^2\right] dx, \quad y(1) = 4, \quad y(4) = 16.$$

5.⑤ Решить задачу Коши
$$2(y+1)y'' + y'^2 = 2(y+1), \quad y(2) = 0, \quad y'(2) = -1.$$

6.⑥ Найти общее решение уравнения и решить задачу Коши при $y > 0$, $z > 0$.
$$5xz^4\frac{\partial u}{\partial x} + (5yz^4 - y^2)\frac{\partial u}{\partial y} + yz\frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = x \quad \text{при} \quad y = 3z^4.$$

7.⑥ Найти общее решение уравнения
$$x^2y'' - (4+x)xy' + (6+2x)y = x^4e^{2x}.$$

8.⑥ Решить уравнение.
$$x^2y'^2 - 4xy' + \frac{2y}{\ln x} = 0, \quad x > 1.$$
Исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые.

9.⑥ Пусть вещественная функция $y(x)$, $0 \leqslant x < +\infty$, является решением дифференциального уравнения
$$y' = (1 + \sin^2 x + \sin^2 y)y.$$
Пусть существует x_0, $0 \leqslant x_0 < +\infty$ такое, что $y(x_0) \neq 0$. Доказать, что $\lim\limits_{x\to+\infty} |y(x)| = +\infty$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2 Семестр 4 2004/2005 уч.г.

Фамилия студента ______________________ **№ группы** ________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти все действительные решения уравнения
$$y''' + y'' + y' + y = 4\sin x + 2(x+1)e^x.$$

2.④ Найти все действительные решения системы уравнений
$$\begin{cases} \dot{x} = -7x + 10y + 8z, \\ \dot{y} = -x + z, \\ \dot{z} = -3x + 6y + 4z, \end{cases} \qquad \lambda_1 = 1, \quad \lambda_{2,3} = -2.$$

3.⑤ Исследовать положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = -6\,\mathrm{arctg}(xy + y + 2), \\ \dot{y} = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{sh}(x^2 - xy - 2y^2). \end{cases}$$

4.⑤ Исследовать на экстремум функционал
$$\int_2^4 \left[\ln x \cdot y^2 + 2x(\ln x + 5)yy' - x^2 y'^2\right] dx, \quad y(2) = 1, \quad y(4) = 4.$$

5.⑤ Решить задачу Коши
$$yy'' + 3y'^2 = y^2 y'^3, \quad y(4) = 2, \quad y'(4) = \frac{1}{4}.$$

6.⑥ Найти общее решение уравнения и решить задачу Коши при $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$.
$$(x^3 + 3x^2y^2)\frac{\partial u}{\partial x} - x^2 y\frac{\partial u}{\partial y} + 3xy^2 z\frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = \frac{1}{z} \quad \text{при} \quad x = y^2.$$

7.⑥ Найти общее решение уравнения
$$x^2 y'' - (x-6)xy' + (6-3x)y = \frac{e^{-3x}}{x}.$$

8.⑥ Решить уравнение.
$$2yy'^2 + 2x^2 - xy'^3 = 0.$$
Исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые.

9.⑥ Пусть функция $y(x)$ является решением дифференциального уравнения
$$y' = y^2 + \sin^2 x + 2\cos^2 x + 3\sin^2 y,$$
рассматриваемого при $-\infty < x < +\infty$, $-\infty < y < +\infty$. Доказать, что $y(x)$ определена лишь на конечном промежутке.

Заказ - Тираж - 300 МФТИ - 54