ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс 1 **Семестр** 2 **2017–2018 учебный год**

Фамилия студента ______________________ **№ группы** __________

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. Вычислить неопределенные интегралы

а) ③ $\displaystyle\int \frac{2(x^2+9x+6)}{(x-3)(x^2+4x+7)}\,dx$; **б)** ② $\displaystyle\int \frac{\ln(1-\sqrt[3]{x})}{\sqrt[6]{x^5}}\,dx$.

2. ④ Найти первый и второй дифференциалы в точке $M(1,\,1)$ следующей функции: $f(x,\,y) = \ln\Bigl(e^{2x-1} + \dfrac{y-1}{x^2}\Bigr)$. Разложить эту функцию в точке M по формуле Тейлора до $o\bigl((x-1)^2+(y-1)^2\bigr)$ при $x\to 1$ и $y\to 1$.

3. ② Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox кривой $y = \dfrac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}}$, $\left(\dfrac{\pi}{6}\right)^2 \leqslant x \leqslant \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2$.

4. ④ Исследовать функцию $f = f(x,y)$ на дифференцируемость в точке $(0,\,0)$, если

$$f = f(x,\,y) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{|xy|}\cdot \operatorname{arctg}\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt[6]{x^4+y^4-\frac{1}{3}\,x^2y^2}}, & x^2+y^2>0. \\ 0, & x^2+y^2=0. \end{cases}$$

5. ③ Исследовать несобственный интеграл $\displaystyle\int\limits_0^{+\infty} \ln^{\alpha}\bigl(e^{x^2}+\cos x-\sqrt{1+x^2}\bigr)\cdot \operatorname{tg}\frac{x}{1+2x^2}\,dx$ на сходимость.

6. ② Исследовать числовой ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ на сходимость, если $a_n = \left(\sqrt{n}\cdot \operatorname{sh}\dfrac{1}{\sqrt{n}}\cdot\cos\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)^{n^2}$.

7. На множествах $E_1=(0,\,1)$ и $E_2=(1,\,+\infty)$ исследовать на сходимость и равномерную сходимость функциональную последовательность и функциональный ряд:

а) ④ $f_n(x) = n\left[\dfrac{x}{\sqrt{n}} - \ln\Bigl(1+\dfrac{x}{\sqrt{n}}\Bigr)\right]$; **б)** ③ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{nx}\,\operatorname{arctg}\frac{1}{n^2x^2}$.

8. ③ Разложить функцию $f(x) = x^2\cdot\operatorname{arcctg}\dfrac{2x}{\sqrt{1-4x^2}}$ по степеням x и найти радиус сходимости полученного ряда.

9. ③ Пусть функции f и g интегрируемы на отрезке $[1,\,a]$ для любого числа $a>1$. Обозначим $I_1 = \displaystyle\int\limits_1^{+\infty} f(x)\,dx$, $I_2 = \displaystyle\int\limits_1^{+\infty} g(x)\,dx$, $I_3 = \displaystyle\int\limits_1^{+\infty} f(x)\cdot g(x)\,dx$. Возможно ли, что **а)** I_1 и I_2 расходятся, I_3 сходится абсолютно? **б)** I_1 и I_2 сходятся абсолютно, а I_3 сходится условно?

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: ______________________ (Фамилия студента)