

Вариант 1

1. ④ $y = C_1 + C_2e^{-x} + C_3xe^{-x} + x^2e^{-x} + xe^x + x^2 - 4x.$

2. ③ $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C_1e^{-t} \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2e^{-2t} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + C_3e^{-2t} \left(t \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right).$

3. ③ $(1; 0)$ – седло, $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 4$, $h_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\lambda_2 = -1$, $h_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$(-1; 0)$ – устойчивый узел, $A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = -4$, $h_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\lambda_2 = -1$, $h_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

4. ④ Уравнение Эйлера $2x^5y'' + 10x^4y' - 10x^3y = -10x^3$, $y(x) = C_1x + C_2x^{-5} + 1$, $\hat{y}(x) = 5x + 1$,
 $\Delta J = \int_1^2 (x^5(\eta')^2 + 5x^3\eta^2) dx \geq 0$ – абс. минимум.

5. ④ $y = x \ln C - C$, $C > 0$,

$y = x \ln x - x$ – особое решение, $x > 0$, $x_0 = C$.

6. ④ $y = C_1x^2 + C_2(x + 4) + \frac{1}{2}x^3 + 4x^2 \ln x - 2x^2.$

$C'_1 = \frac{x+4}{x}$, $C'_2 = -x.$

7. ④ $u = F\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{5}y^5, z - e^x + 2y\right) = F(I_1, I_2)$, $u_0 = e^{\sqrt{2I_1}} + I_2.$

8. ④ $y(x) = \operatorname{arctg} x.$