

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Дифференциальные уравнения**

Курс **2**

Семестр **4**

2017–2018 учебный год

Фамилия Имя студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' + 2y'' + y' = -2e^{-x} + 4(x+2)e^x + 2x.$$

2. ③ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + 11y + 28z \\ \dot{y} = -2x - 9y - 19z \\ \dot{z} = y + z \end{cases} \quad (\lambda_1 = -1, \lambda_{2,3} = -2).$$

3. ③ Найти все положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{sh}(x^4 - y^2 - 1), \\ \dot{y} = \ln(x^2 - y). \end{cases}$$

4. ④ Исследовать на экстремум функционал

$$J(y) = \int_1^2 \left[x^5 (y')^2 + \frac{5}{2} x^4 y y' + 10x^3 y^2 - 10x^3 y \right] dx, \quad y(1) = 6, \quad y(2) = 11.$$

5. ④ Найти все решения уравнения, исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые

$$y = xy' - e^{y'}.$$

6. ④ Найти все решения уравнения

$$(x^2 + 8x)y'' - (2x + 8)y' + 2y = x(x + 8)^2, \quad x > 0.$$

7. ④ Найти общее решение уравнения

$$y^4 \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} + (y^4 e^x - 2x) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши $u = z$ при $y = 0, x > 0$.

8. ④ Решить задачу Коши

$$y'' \cos^5 y + 4(y')^2 \sin y \cos^4 y - 2(y')^4 \sin y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

9. ③ Показать, что каждое нетривиальное решение уравнения

$$y'' + (3 - 2x - x^2)y = 0$$

имеет на \mathbb{R} не более 5 нулей.

МФТИ — 81

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Подпись студента)