

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Многомерный анализ, интегралы и ряды

Курс 1

Семестр 2

2016–2017 учебный год

Фамилия студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Вычислить интеграл  $\int \frac{x^2 - 10x - 4}{x^3 + 2x^2 - 6x + 8} dx$ .

2. ③ Вычислить интеграл  $\int \frac{e^x \cos^2 \sqrt[3]{1 + e^x}}{\sqrt[3]{1 + e^x}} dx$ .

3. ④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(1, 0)$  функции  $w = \sqrt{x + \cos y}$ . Разложить функцию  $w$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o((x - 1)^2 + y^2)$ .

4. ④ Найти длину дуги кривой  $x = t \cos \ln t$ ,  $y = t \sin \ln t$ ,  $z = \sqrt{2} \ln t$ ,  $1 \leq t \leq 2$ .

5. ⑤ Исследовать на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$  функцию

$$w = \begin{cases} \frac{x^{9/5} + y^{9/5}}{\left(x^4 + y^4 - \frac{x^2 y^2}{4}\right)^{1/6}}, & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

6. ④ Исследовать несобственный интеграл на сходимость  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln^\alpha(1+x)(x^2 + \sqrt[3]{x})^\alpha}{\operatorname{cth}(x^\alpha) \sqrt[3]{\arcsin \frac{1}{1+x}}} dx$ .

7. ③ Исследовать числовой ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( 3n \left( \operatorname{arctg} \frac{1}{n} - \arcsin \frac{1}{n} \right) + n \sin \frac{1}{n} \operatorname{ch} \frac{1}{n} \right)^{n^3}$ .

8. ⑤ Исследовать функциональную последовательность  $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ , если  $f_n(x) = n \left( \frac{x}{\sqrt[3]{n}} - \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt[3]{n}} \right)$ .

9. ④ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ , если  $f_n(x) = \sin \frac{\pi x}{2} \cdot \operatorname{ch} \frac{n}{x} \cdot 10^{-n/x}$ .

10. ③ Разложить в ряд Тейлора по степеням  $(x - 1)$  функцию  $y = \ln \left[ (3 - x)(2 + x)^{x-1} \right]$  и найти радиус сходимости полученного ряда.

МФТИ — 71

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Многомерный анализ, интегралы и ряды

Курс 1

Семестр 2

2016–2017 учебный год

Фамилия студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Вычислить интеграл  $\int \frac{-2x^2 + x + 10}{x^3 - 5x + 12} dx$ .

2. ③ Вычислить интеграл  $\int \operatorname{sh}^2(\sqrt{e^x + e^{-x}}) \operatorname{sh} x dx$ .

3. ④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(1, 1)$  функции  $w = \ln(\sqrt{2} + x\sqrt{y})$ . Разложить функцию  $w$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o((x-1)^2 + (y-1)^2)$ .

4. ④ Найти длину дуги кривой  $y = \ln\left(\operatorname{th} \frac{x}{2}\right)$ ,  $1 \leq x \leq 2$ .

5. ⑤ Исследовать на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$  функцию

$$w = \begin{cases} \frac{y^{15/8} - xy^{7/8}}{\left(x^4 + y^4 - \frac{x^2y^2}{3}\right)^{1/5}}, & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

6. ④ Исследовать несобственный интеграл на сходимость  $\int_0^{+\infty} \frac{(x^3 + \sqrt{x})^\alpha}{\operatorname{cth}(x^\alpha) \ln^\alpha(\operatorname{ch} x)} dx$ .

7. ③ Исследовать числовой ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{1 + \frac{1}{n}} - \frac{n}{2} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) \sin \frac{1}{n} \right)^{n^3}$ .

8. ⑤ Исследовать функциональную последовательность  $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ , если  $f_n(x) = n^3 \left( \frac{1}{nx^2} - \sin \frac{1}{nx^2} \right)$ .

9. ④ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ , если  $f_n(x) = \operatorname{th} x \cdot \operatorname{sh} \frac{2n}{x} \cdot 9^{-n/x}$ .

10. ③ Разложить в ряд Тейлора по степеням  $(x-1)$  функцию  $y = \frac{x}{\sqrt[5]{3-x}}$  и найти радиус сходимости полученного ряда.

МФТИ — 72

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1**

Семестр **2**

2016–2017 учебный год

Фамилия студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Вычислить интеграл  $\int \frac{x-3}{x^3+4x^2-3x+10} dx$ .

2. ③ Вычислить интеграл  $\int e^x \operatorname{ch}^2(\sqrt{1+e^x}) dx$ .

3. ④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(0, 1)$  функции  $w = \sqrt{\operatorname{th} x + y}$ . Разложить функцию  $w$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o(x^2 + (y-1)^2)$ .

4. ④ Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = x \operatorname{sh} x$  и  $y = \sqrt{\operatorname{ch}^2 1 - x^2}$ .

5. ⑤ Исследовать на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$  функцию

$$w = \begin{cases} \frac{x^{8/3} - xy^{5/3}}{\left(x^4 + y^4 - \frac{3x^2y^2}{2}\right)^{1/6}}, & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

6. ④ Исследовать несобственный интеграл на сходимость  $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}(x^\alpha) \cdot (\sqrt[3]{x} + x^4)^\alpha}{\sqrt{\operatorname{arcsin} \frac{1}{x+1}}} dx$ .

7. ③ Исследовать числовой ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(4n \left(\operatorname{th} \frac{1}{n} - \operatorname{tg} \frac{1}{n}\right) + n \operatorname{sh} \frac{1}{n} \cos \frac{1}{n}\right)^{n^3}$ .

8. ⑤ Исследовать функциональную последовательность  $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ , если  $f_n(x) = n \left(\frac{x}{\sqrt[3]{n}} - \operatorname{th} \frac{x}{\sqrt[3]{n}}\right)$ .

9. ④ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ , если  $f_n(x) = \operatorname{arctg} x \cdot \operatorname{ch} \frac{n}{x} \cdot 3^{-n/x}$ .

10. ③ Разложить в ряд Тейлора по степеням  $(x-2)$  функцию  $y = \ln \left[(4-x)(3+x)^{x-2}\right]$  и найти радиус сходимости полученного ряда.

МФТИ — 73

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1**

Семестр **2**

2016–2017 учебный год

Фамилия студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Вычислить интеграл  $\int \frac{x^2 - x - 4}{2x^3 + 4x^2 + 3x + 1} dx$ .

2. ③ Вычислить интеграл  $\int \sin^2(\sqrt{e^x - e^{-x}}) \operatorname{ch} x dx$ .

3. ④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(1, e)$  функции  $w = \ln(1 + e^x \ln y)$ . Разложить функцию  $w = f(x, y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o((x-1)^2 + (y-e)^2)$ .

4. ④ Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $(x^2 + y^2)^2 = 2(xy)^{3/2}$ .

5. ⑤ Исследовать на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$  функцию

$$w = \begin{cases} \frac{x^{5/2} + y^{5/2}}{\left(x^4 + y^4 - \frac{5x^2y^2}{4}\right)^{1/3}}, & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

6. ④ Исследовать несобственный интеграл на сходимость  $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{th}(x^\alpha) \ln^{2\alpha}(1 + \operatorname{sh} x)}{(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})^\alpha} dx$ .

7. ③ Исследовать числовой ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt[3]{1 - \frac{1}{n}} - \frac{n}{3} \ln\left(1 - \frac{1}{n}\right) \arcsin \frac{1}{n} \right)^{n^3}$ .

8. ⑤ Исследовать функциональную последовательность  $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ , если  $f_n(x) = n^{3/2} \left( \operatorname{sh} \frac{1}{x\sqrt{n}} - \frac{1}{x\sqrt{n}} \right)$ .

9. ④ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ , если  $f_n(x) = \cos 4\pi x \cdot \operatorname{sh} \frac{n}{2x} \cdot 2^{-n/x}$ .

10. ③ Разложить в ряд Тейлора по степеням  $(x - 2)$  функцию  $y = \frac{x - 1}{\sqrt[3]{4 + x}}$  и найти радиус сходимости полученного ряда.

МФТИ — 74

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)