# Семестровая контрольная работа по ТФКП
# 5 семестр 2014/2015 уч.г. Вариант 41

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| **№ группы** | **Фамилия студента** | **Сумма баллов** | **Оценка** | **Подпись препод.** |

**1.②** Решить уравнение

$$z^2 - \sqrt{3}z|z| + |z|^2 = 0.$$

Изобразить полученные решения на комплексной плоскости.

---

**2.③** Функцию $f(z) = \dfrac{z(2i-1)-3}{iz^2+z(1+5i)+5}$ разложить в ряд Лорана по степеням $(z+i)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = 3 - i$. Указать внутренний и внешний радиусы кольца сходимости.

---

**3.④** Найти и исследовать все особые точки функции (для полюсов указать их порядок):

$$f(z) = \frac{(\pi^2 - 36z^2)e^{\frac{1}{\cos z}}}{(\cos z + \cos 5z)\cos^2 \frac{1}{z}}$$

---

Применяя теорию вычетов, вычислить следующие три интеграла:

**4.③**
$$\oint\limits_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{z^2 - 3iz - 2}{e^{\frac{\pi}{z}} + 1} \operatorname{sh}^3\left(\frac{1}{z}\right) dz.$$

---

**5.③**
$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{x^3 + ix^2 + x + i} e^{i(3x-1)}\, dx.$$

---

**6.⑤**
$$\int\limits_{-2}^{8} \sqrt[4]{\left(\frac{8-x}{x+2}\right)^3} \frac{x\,dx}{x+5}.$$

---

**7.④** Доказать, что многозначная функция $\{\sqrt{z^2+iz}\}$ допускает выделение регулярных ветвей в комплексной плоскости с разрезом по отрезку $[-i, i]$.
Разложить регулярную ветвь $g(z)$, $g(1) = \sqrt[4]{2}e^{9\pi i/8}$, в ряд Лорана по степеням $z$ в окрестности точки $z = \infty$. Вычислить интеграл

$$\oint\limits_{|z|=2} \frac{g(z)}{2z+3}\, dz.$$

---

# Семестровая контрольная работа по ТФКП
# 5 семестр 2014/2015 уч.г. Вариант 42

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| **№ группы** | **Фамилия студента** | **Сумма баллов** | **Оценка** | **Подпись препод.** |

**1.②** Решить уравнение
$$z^2 - z|z| + |z|^2 = 0.$$
Изобразить полученные решения на комплексной плоскости.

---

**2.③** Функцию $f(z) = \dfrac{5z+2i}{z^2+z+iz-6-2i}$ разложить в ряд Лорана по степеням $(z+2)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = 2i-2$. Указать внутренний и внешний радиусы кольца сходимости.

---

**3.④** Найти и исследовать все особые точки функции (для полюсов указать их порядок):
$$f(z) = \frac{(\pi^2 - 9z^2)e^{\frac{1}{\sin z}}}{(\sin z + \sin 5z)\cos^2 \frac{1}{z}}$$

---

Применяя теорию вычетов, вычислить следующие три интеграла:

**4.③**
$$\oint\limits_{|z+i|=\frac{3}{2}} \left(\frac{z-i}{z-1}\right)\frac{1}{1+\operatorname{ch}\frac{\pi}{z}}\,dz.$$

---

**5.③**
$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{x^3+2ix^2+x+2i}e^{i(2x+1)}\,dx.$$

---

**6.⑤**
$$\int\limits_{3}^{7} \frac{x^2\,dx}{(x-2)\sqrt[3]{(x-3)(x-7)^2}}.$$

---

**7.④** Доказать, что многозначная функция $\operatorname{Ln}\dfrac{z-i}{3i+z}$ допускает выделение регулярных ветвей в комплексной плоскости с разрезом по дуге $\{z\colon |z+i| = 2, \operatorname{Re} z \geqslant 0\}$. Разложить регулярную ветвь $g(z)$, $\operatorname{Im} g(2i) = 2\pi$, в ряд Тейлора по степеням $z+i$ в окрестности точки $z=-i$. Вычислить интеграл
$$\oint\limits_{|z+i|=1} \frac{(z+1)g(z)}{(z+i)^2}\,dz.$$

---

# Семестровая контрольная работа по ТФКП
# 5 семестр 2014/2015 уч.г. Вариант 43

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| **№ группы** | **Фамилия студента** | **Сумма баллов** | **Оценка** | **Подпись препод.** |

**1.②** Решить уравнение

$$z^2 + \sqrt{3}z|z| + |z|^2 = 0.$$

Изобразить полученные решения на комплексной плоскости.

---

**2.③** Функцию $f(z) = \dfrac{3iz - z - 7}{iz^2 + iz - 2z - 2}$ разложить в ряд Лорана по степеням $(z - i)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = i - 2$. Указать внутренний и внешний радиусы кольца сходимости.

---

**3.④** Найти и исследовать все особые точки функции (для полюсов указать их порядок):

$$f(z) = \frac{(\pi^2 - 36z^2)e^{\frac{1}{\cos z}}}{(\sin 5z - \sin z)\sin^2 \frac{1}{z}}$$

---

Применяя теорию вычетов, вычислить следующие три интеграла:

**4.③**

$$\oint\limits_{|z-2i|=1} \frac{z^3+1}{z^2} \sin\left(\frac{\pi z}{z-2i}\right) dz.$$

---

**5.③**

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{x^3 + ix^2 + 4x + 4i} e^{i(x+2)}\, dx.$$

---

**6.⑤**

$$\int\limits_{-1}^{10} \sqrt[5]{\left(\frac{x+1}{10-x}\right)^2} \frac{x\, dx}{x+4}.$$

---

**7.④** Доказать, что многозначная функция $\operatorname{Ln} \dfrac{1-z}{z+i}$ допускает выделение регулярных ветвей в комплексной плоскости с разрезом по отрезку $[-i, 1]$.

Разложить регулярную ветвь $g(z)$, $g(0) = -\dfrac{\pi i}{2}$, в ряд Лорана по степеням $z$ в окрестности точки $z = \infty$. Вычислить интеграл

$$\oint\limits_{|z|=3} \frac{zg(z)}{2iz+1}\, dz.$$

---

# Семестровая контрольная работа по ТФКП
# 5 семестр 2014/2015 уч.г. Вариант 44

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| **№ группы** | **Фамилия студента** | **Сумма баллов** | **Оценка** | **Подпись препод.** |

**1.②** Решить уравнение

$$z^2 + z|z| + |z|^2 = 0.$$

Изобразить полученные решения на комплексной плоскости.

---

**2.③** Функцию $f(z) = \dfrac{z - 4 + 18i}{z^2 - z(1+6i) + 6i}$ разложить в ряд Лорана по степеням $(z - 2i)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = 3 + 2i$. Указать внутренний и внешний радиусы кольца сходимости.

---

**3.④** Найти и исследовать все особые точки функции (для полюсов указать их порядок):

$$f(z) = \frac{(\pi^2 - 9z^2)e^{\frac{1}{\cos z}}}{(\cos z - \cos 5z)\sin\frac{1}{z}}$$

---

Применяя теорию вычетов, вычислить следующие три интеграла:

**4.③**
$$\oint\limits_{\left|z+\frac{i}{4}\right|=\frac{1}{2}} \left(\frac{2z - i}{2z + i}\right)\frac{1}{1 - e^{4\pi z}}\,dz.$$

---

**5.③**
$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{x^3 + 2ix^2 + 4x + 8i}e^{i(x-1)}\,dx.$$

---

**6.⑤**
$$\int\limits_{1}^{6} \frac{x^2\,dx}{(x+3)\sqrt[5]{(x-1)^4(6-x)}}.$$

---

**7.④** Доказать, что многозначная функция $\{\sqrt[3]{i - z^3}\}$ допускает выделение регулярных ветвей в комплексной плоскости с разрезом

$$\{z:\ z = e^{it},\ \frac{3\pi}{4} \leqslant t \leqslant \frac{9\pi}{4}\}.$$

Разложить регулярную ветвь $g(z)$, $g(-2i) = \sqrt[3]{7}e^{-i\pi/6}$, в ряд Тейлора по степеням $z$ в окрестности точки $z = 0$. Вычислить интеграл

$$\oint\limits_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{g(z)}{z(1 - \cos z)}\,dz.$$

---