

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1**

Семестр **2**

2014–2015 учебный год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Найти первый и второй дифференциалы функции $w = f(x, y)$ и представить функцию $w = f(x, y)$ формулой Тейлора в точке $M(x_0, y_0)$ до $o((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)$, если

$$f(x, y) = \ln \sqrt{x + xy - y}, \quad M(1, 1).$$

2. ③ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n!)^3}{(3n)!} \operatorname{ch} 2n$.

3. ④ Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной кривыми $y = \sqrt{x^3} \sqrt[4]{x^2 + 1}$, $y = 0$, $x = \sqrt{2}$.

4. ⑤ Исследовать функцию $w = f(x, y)$ на дифференцируемость в точке $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|x|^{4/3} \ln(1 + |xy|)}{x^2 + xy + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

5. ④ Разложить функцию $y = f(x)$ в ряд Маклорена и найти радиус сходимости полученного ряда, если $f(x) = x \operatorname{arccotg} \frac{3x}{\sqrt{4 - 9x^2}}$.

6. ④ Исследовать на сходимость интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x^4}{x^{\alpha-1} \ln^{\alpha}(1+x)} dx$.

7. ⑤ Исследовать интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{\cos(e^x)}{(1+x)^{\alpha}} dx$ на сходимость и абсолютную сходимость.

Строго сформулировать все примененные утверждения.

8. ⑤ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$ функциональную последовательность $f_n(x) = \frac{n}{x^2} \operatorname{arctg} \frac{x^2}{n}$.

9. ④ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$ функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^x \sin(2^x/n)}{n+2}$.

10. ② Измеримо ли по Жордану множество точек плоскости (x, y) таких, что $x \in [0, 1]$, $y \in [0, 1]$, причем x и y — рациональны?

МФТИ — 51

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1**

Семестр **2**

2014–2015 учебный год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Найти первый и второй дифференциалы функции $w = f(x, y)$ и представить функцию $w = f(x, y)$ формулой Тейлора в точке $M(x_0, y_0)$ до $o((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)$, если

$$f(x, y) = \sin(x^2 + 2xy + \pi/4), \quad M(0, 0).$$

2. ③ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!}{(2n)^{3n}} \sin \frac{1}{2n}$.

3. ④ Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги кривой $y = \frac{\sqrt{1 - 2x^2}}{2}$, $0 \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$.

4. ⑤ Исследовать функцию $w = f(x, y)$ на дифференцируемость в точке $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y \sin \sqrt{|xy^5|}}{x^2 - xy + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

5. ④ Разложить функцию $y = f(x)$ в ряд Маклорена и найти радиус сходимости полученного ряда, если $f(x) = x^2 \arccos \frac{2x}{\sqrt{9 + 4x^2}}$.

6. ④ Исследовать на сходимость интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{th} x^4}{x^\alpha \ln^3(1 + 2x)} dx$.

7. ⑤ Исследовать интеграл $\int_e^{+\infty} \frac{\cos \ln x}{x^\alpha \ln(x + 5)} dx$ на сходимость и абсолютную сходимость.

Строго сформулировать все примененные утверждения.

8. ⑤ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$ функциональную последовательность $f_n(x) = n^3 x^2 e^{-nx}$.

9. ④ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и

$$E_2 = (1, +\infty) \text{ функциональный ряд } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{x(n+2)}}{2nx + 1}.$$

10. ② Измеримо ли по Жордану множество точек плоскости (x, y) таких, что $x \in [0, 1]$, $y \in [0, 1]$, причем x и y — иррациональны?

МФТИ — 52

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1**

Семестр **2**

2014–2015 учебный год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Найти первый и второй дифференциалы функции $w = f(x, y)$ и представить функцию $w = f(x, y)$ формулой Тейлора в точке $M(x_0, y_0)$ до $o((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)$, если

$$f(x, y) = \ln(x + 2xy + y)^2, \quad M(0, 1).$$

2. ③ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)! 7^n} \operatorname{sh} 3n$.

3. ④ Найти длину дуги кривой $y = \ln \sin x$, $\pi/4 \leq x \leq \pi/2$.

4. ⑤ Исследовать функцию $w = f(x, y)$ на дифференцируемость в точке $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\operatorname{th}(|x|^{4/3}y^2)}{2x^2 + xy + 2y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

5. ④ Разложить функцию $y = f(x)$ в ряд Маклорена и найти радиус сходимости полученного ряда, если $f(x) = x^2 \operatorname{arccctg} \frac{4x}{\sqrt{25 - 16x^2}}$.

6. ④ Исследовать на сходимость интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + \ln(1+x))x^\alpha \ln^\alpha(1+x)}$.

7. ⑤ Исследовать интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{\sin e^x}{(x+2)^\alpha} dx$ на сходимость и абсолютную сходимость.

Строго сформулировать все примененные утверждения.

8. ⑤ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$ функциональную последовательность $f_n(x) = n \operatorname{sh} \frac{x}{n}$.

9. ④ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$ функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^x \ln(1 + 3^x/n^2)}{n^2 + 1}$.

10. ② Измеримо ли по Жордану множество точек плоскости (x, y) таких, что $x \in [0, 1]$, $y \in [0, 1]$, причем x — рационально?

МФТИ — 53

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1**

Семестр **2**

2014–2015 учебный год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Найти первый и второй дифференциалы функции $w = f(x, y)$ и представить функцию $w = f(x, y)$ формулой Тейлора в точке $M(x_0, y_0)$ до $o((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)$, если

$$f(x, y) = xe^{x+y^2}, \quad M(-1, 1).$$

2. ③ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2 \pi^n} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2}$.

3. ④ Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги $y = \sqrt{3 + x^2}$, $0 \leq x \leq 1$.

4. ⑤ Исследовать функцию $w = f(x, y)$ на дифференцируемость в точке $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \operatorname{arctg}(|x|^{7/3}y), & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

5. ④ Разложить функцию $y = f(x)$ в ряд Маклорена и найти радиус сходимости полученного ряда, если $f(x) = x \operatorname{arccos} \frac{3x}{\sqrt{25 + 9x^2}}$.

6. ④ Исследовать на сходимость интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{\ln^\alpha(1 + 3x)}{(x + \sqrt{x})x^{2\alpha}} dx$.

7. ⑤ Исследовать интеграл $\int_e^{+\infty} \frac{\sin \ln x}{x^\alpha \ln(x + 4)} dx$ на сходимость и абсолютную сходимость.

Строго сформулировать все примененные утверждения.

8. ⑤ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$ функциональную последовательность $f_n(x) = n^2 \left(1 - \cos \frac{x}{n}\right)$.

9. ④ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и

$$E_2 = (1, +\infty) \text{ функциональный ряд } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{th} \frac{1}{x\sqrt{n+1}}}{nx^2 + 3}.$$

10. ② Измеримо ли по Жордану множество точек плоскости (x, y) таких, что $x \in [0, 1]$, $y \in [0, 1]$, причем x — рационально, y — иррационально?

МФТИ — 54

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)