ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *151* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФАЛТ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ______________________ № группы __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

---

1. (5) Решить задачу:

$$u_{xx} + 3x^2 u_{xy} + 9x^4 u_y + (3x^2 - 2/x) u_x = 0, \quad (x > 0,\ y \in R^1),$$

$$u\big|_{x=1} = y + 1, \qquad u_x\big|_{x=1} = 3y + 6, \quad (y \in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $u_{tt} = 4u_{xx} + t\cdot(1+x)^{-3/2}, \quad (x > 0, \quad t > 0),$

$$u\big|_{t=0} = 2\cos x, \qquad u_t\big|_{t=0} = \sqrt{1+x}, \quad (0 \le x \le 2),$$

$$(4u_x - u)\big|_{x=0} = t - 2\cos 2t, \quad (0 \le t \le 3).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + x\cdot(\pi - x)\cdot \sin t, \qquad (0 < x < \pi, \qquad t > 0),$$

$$u\big|_{t=0} = \sin x, \qquad u_t\big|_{t=0} = x \qquad (0 \le x \le \pi),$$

$$u\big|_{x=0} = 0 \qquad u\big|_{x=\pi} = \pi t, \qquad (t \ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 3x^2 - y^2, \quad (1 < r = \sqrt{x^2+y^2} < 2, \ 0 \le \varphi \le 2\pi),$$

$$u_r\big|_{r=1} = 4\sin\varphi + \frac{9}{4}, \quad u_r\big|_{r=2} = \frac{13}{4}\sin\varphi + 4\cos 2\varphi + 3, \qquad (0 \le \varphi \le 2\pi).$$

5. (5) Решить задачу: $5u_t = \Delta u + 2e^{-t}\cdot y \cdot \cos 3z \cdot ch 2x, \qquad ((x,y,z) \in R^3, \quad t > 0),$

$$u\big|_{t=0} = (2x + z)\cdot e^{-(2x+z)^2}, \qquad ((x,y,z) \in R^3).$$

6. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (x\sin y + x^2) u(y)\, dy + x, \qquad x \in [-\pi/2, +\pi/2].$$

7. (4) Найти решение задачи:

$$\begin{cases} u_t = 3u_x - 4v_x, \\ v_t = u_x - v_x, \end{cases} \qquad x \in R^1, \quad t > 0.$$

$$u(x,0) = \cos x, \qquad v(x,0) = \sin x, \qquad x \in R^1.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *152* **Курс:** 3 **Факультет:** ***ФАЛТ*** **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ______________________ № группы __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

---

1. (5) Решить задачу:

$$3y^3 u_{xy} + 2y \cdot u_{yy} + (6y^3 - 4) \cdot u_y + 9y^5 u_x = 0, \qquad (x \in R^1,\ y < 0),$$

$$u\big|_{y=-1} = 2x - 1, \qquad u_y\big|_{y=-1} = 6x - 6, \qquad (x \in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $4u_{tt} = u_{xx} + t \cdot (1+x)^{-2}, \quad (x > 0,\ \ t > 0),$

$$u\big|_{t=0} = 2ch2x, \quad u_t\big|_{t=0} = \ln(1+x), \quad (0 \le x \le 3),$$

$$(u + u_x)\big|_{x=0} = t + 2cht, \quad (0 \le t \le 2).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + 2x + x^2 \cos t, \qquad (0 < x < \pi, \qquad t > 0),$$

$$u\big|_{t=0} = -x, \qquad u_t\big|_{t=0} = \cos x \qquad (0 \le x \le \pi),$$

$$u_x\big|_{x=0} = t^2 - 1, \qquad u_x\big|_{x=\pi} = t^2 - 1, \qquad (t \ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 16x, \ \ (1 < r = \sqrt{x^2 + y^2} < 3, \ \ 0 \le \varphi \le 2\pi),$$

$$u\big|_{r=1} = 12\cos\varphi + \sin 2\varphi, \quad u_r\big|_{r=3} = 6\sin 2\varphi + 54\cos\varphi + 2, \qquad (0 \le \varphi \le 2\pi).$$

5. (5) Решить задачу: $4u_{tt} = \Delta u + 8e^{-t} \cdot \cos(2y + z) \cdot ch3x, \qquad ((x,y,z) \in R^3, \quad t > 0),$

$$u\big|_{t=0} = (x^2 + y^2 + z^2) \cdot arctg\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad u_t\big|_{t=0} = 0, \qquad ((x,y,z) \in R^3).$$

6. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda \int_{-1}^{1} (xy^3 - chx)\, u(y)\, dy + x^2, \qquad x \in [-1, +1].$$

7. (4) Найти решение задачи:

$$\begin{cases} u_t = -4v_x, \\ v_t = u_x - 4v_x, \end{cases} \qquad x \in R^1, \quad t > 0.$$

$$u(x,0) = -\sin x, \qquad v(x,0) = \cos x, \qquad x \in R^1.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *153* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФАЛТ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ______________________ № группы __________

Сумма баллов			Оценка	
Фамилия проверяющего			Фамилия экзаменатора	

---

1. (5) Решить задачу:

$$x\cdot u_{xx} - x^3 u_{xy} - (2+3x^3)u_x + 3x^5 u_y = 0, \qquad (x<0,\ y\in R^1),$$

$$u\big|_{x=-1} = 3y+1, \qquad u_x\big|_{x=-1} = 9y+12, \qquad (y\in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $4u_{tt} = 9u_{xx} + 2t\cdot(1+x)^{-5/3}, \qquad (x>0,\quad t>0),$

$$u\big|_{t=0} = 2\cos 2x,\quad u_t\big|_{t=0} = (1+x)^{1/3},\ (0\le x\le 3),$$

$$(u+3u_x)\big|_{x=0} = 2t + 2\cos 3t,\ (0\le t\le 3).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + \frac{\pi}{4}\cdot\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\cdot\cos t, \qquad \left(0<x<\frac{\pi}{2}, \qquad t>0\right),$$

$$u\big|_{t=0} = \frac{\pi}{2} + 2\cos x, \qquad u_t\big|_{t=0} = 0 \qquad \left(0\le x\le\frac{\pi}{2}\right),$$

$$u_x\big|_{x=0} = 0, \qquad u\big|_{x=\pi/2} = \frac{\pi}{2}, \qquad (t\ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 8\cdot(x^2+3y^2), \qquad \left(1<r=\sqrt{x^2+y^2}<2,\quad 0\le\varphi\le 2\pi\right),$$

$$u_r\big|_{r=1} = 8 - \frac{32}{3}\cos 2\varphi + 3\sin 3\varphi, \quad u_r\big|_{r=2} = 34 + 12\sin 3\varphi - \frac{67}{3}\cos 2\varphi, \quad (0\le\varphi\le 2\pi).$$

5. (5) Решить задачу: $10u_t = \Delta u + 20e^{-2t}\cdot\cos 5y\cdot ch(x+2z), \quad ((x,y,z)\in R^3,\quad t>0),$

$$u\big|_{t=0} = (y-3x)\cdot e^{-(y-3x)^2}, \qquad ((x,y,z)\in R^3).$$

6. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda\int_{-1}^{1}(xy^2+y)u(y)\,dy + x + 1, \qquad x\in[-1,+1].$$

7. (4) Найти решение задачи:

$$\begin{cases} u_t = u_x - 4v_x, \\ v_t = u_x - 3v_x, \end{cases} \qquad x\in R^1,\quad t>0.$$

$$u(x,0) = \cos x, \qquad v(x,0) = arctg x, \qquad x\in R^1.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *154* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФАЛТ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ______________________ № группы __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

---

1. (5) Решить задачу:

$$-6y^2u_{xy}+u_{yy}-(6y^2+2/y)\cdot u_y+36y^4u_x=0, \qquad (x\in R^1,\ y>0),$$

$$u\big|_{y=1}=x-2, \qquad u_y\big|_{y=1}=6x+12, \qquad (x\in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $9u_{tt}=4u_{xx}-3t\cdot(1+x)^{-1/2}$, $\quad(x>0,\ t>0)$,

$$u\big|_{t=0}=2ch3x, \quad u_t\big|_{t=0}=(1+x)^{3/2}, \quad (0\le x\le 5),$$

$$(2u_x-u)\big|_{x=0}=2\cdot(t-ch2t), \quad (0\le t\le 3).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt}=u_{xx}+2x+\frac{\pi}{4}\cdot x\cdot\sin t, \qquad (0<x<\frac{\pi}{2}, \quad t>0),$$

$$u\big|_{t=0}=x, \qquad u_t\big|_{t=0}=\sin x \qquad (0\le x\le\frac{\pi}{2}),$$

$$u\big|_{x=0}=0, \qquad u_x\big|_{x=\pi/2}=t^2+1, \qquad (t\ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u=8y, \quad (1<r=\sqrt{x^2+y^2}<2, \quad 0\le\varphi\le 2\pi),$$

$$u_r\big|_{r=1}=4\sin\varphi+17\sin 2\varphi, \qquad u\big|_{r=2}=1+15\sin\varphi, \qquad (0\le\varphi\le 2\pi).$$

5. (5) Решить задачу: $9u_{tt}=\Delta u-18e^{-t}\cdot(x+4y)\cdot ch3z$, $\quad((x,y,z)\in R^3, \quad t>0)$,

$$u\big|_{t=0}=(x^2+y^2+z^2)\cdot\sin\sqrt{x^2+y^2+z^2}, \qquad u_t\big|_{t=0}=0, \qquad ((x,y,z)\in R^3).$$

6. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x)=\lambda\int_{-1}^{1}(xy-\cos y)u(y)\,dy+1/\cos x, \qquad x\in[-1,+1].$$

7. (4) Найти решение задачи:

$$\begin{cases} u_t=4u_x-4v_x, \\ v_t=u_x, \end{cases} \qquad x\in R^1, \quad t>0.$$

$$u(x,0)=arctgx, \qquad v(x,0)=\sin x, \qquad x\in R^1.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *151* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФОПФ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ______________________ № группы __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

---

1. 5 Решить задачу:

$$u_{xx} + 3x^2 u_{xy} + 9x^4 u_y + (3x^2 - 2/x)u_x = 0, \quad (x > 0,\ y \in R^1),$$

$$u\big|_{x=1} = y + 1, \qquad u_x\big|_{x=1} = 3y + 6, \quad (y \in R^1).$$

2. 6 Найти решение задачи: $u_{tt} = 4u_{xx} + t\cdot(1+x)^{-3/2}, \quad (x > 0, \quad t > 0),$

$$u\big|_{t=0} = 2\cos x, \qquad u_t\big|_{t=0} = \sqrt{1+x}, \quad (0 \le x \le 2),$$

$$(4u_x - u)\big|_{x=0} = t - 2\cos 2t, \quad (0 \le t \le 3).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. 6 Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + x\cdot(\pi - x)\cdot\sin t, \qquad (0 < x < \pi, \qquad t > 0),$$

$$u\big|_{t=0} = \sin x, \qquad u_t\big|_{t=0} = x \qquad (0 \le x \le \pi),$$

$$u\big|_{x=0} = 0 \qquad u\big|_{x=\pi} = \pi t, \qquad (t \ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. 3 Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 3x^2 - y^2, \ \ (1 < r = \sqrt{x^2 + y^2} < 2, \ \ 0 \le \varphi \le 2\pi),$$

$$u_r\big|_{r=1} = 4\sin\varphi + \frac{9}{4}, \quad u_r\big|_{r=2} = \frac{13}{4}\sin\varphi + 4\cos 2\varphi + 3, \qquad (0 \le \varphi \le 2\pi).$$

5. 5 Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (x\sin y + x^2)\, u(y)\, dy + x, \qquad x \in [-\pi/2, +\pi/2].$$

6. 9 Задан дифференциальный оператор $L = \dfrac{\partial}{\partial x_1} + 2\dfrac{\partial}{\partial x_2} + 1.$

а) Доказать, что L имеет единственную функцию Грина $\varepsilon(x_1, x_2) \in S'(R^2)$.

б) Вычислить функцию Грина $\varepsilon(x_1, x_2)$ оператора L.

в) Найти обобщённое решение $u(x_1, x_2) \in S'(R^2)$ уравнения

$$Lu(x_1, x_2) = \delta(x_1)\cdot\theta(1 - |x_2|).$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *152* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФОПФ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ______________________ № группы __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

---

1. (5) Решить задачу:

$$3y^3 u_{xy} + 2y\cdot u_{yy} + (6y^3 - 4)\cdot u_y + 9y^5 u_x = 0, \qquad (x\in R^1,\ y<0),$$

$$u\big|_{y=-1} = 2x-1, \qquad u_y\big|_{y=-1} = 6x-6, \qquad (x\in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $4u_{tt} = u_{xx} + t\cdot(1+x)^{-2}, \quad (x>0,\ \ t>0),$

$$u\big|_{t=0} = 2ch2x, \quad u_t\big|_{t=0} = \ln(1+x), \quad (0\le x\le 3),$$

$$(u+u_x)\big|_{x=0} = t + 2cht, \quad (0\le t\le 2).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + 2x + x^2\cos t, \qquad (0<x<\pi, \qquad t>0),$$

$$u\big|_{t=0} = -x, \qquad u_t\big|_{t=0} = \cos x \qquad (0\le x\le\pi),$$

$$u_x\big|_{x=0} = t^2 - 1, \qquad u_x\big|_{x=\pi} = t^2-1, \qquad (t\ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 16x, \ \ (1<r=\sqrt{x^2+y^2}<3, \ \ 0\le\varphi\le 2\pi),$$

$$u\big|_{r=1} = 12\cos\varphi + \sin 2\varphi, \quad u_r\big|_{r=3} = 6\sin 2\varphi + 54\cos\varphi + 2, \qquad (0\le\varphi\le 2\pi).$$

5. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda\int_{-1}^{1}(xy^3 - chx)\,u(y)\,dy + x^2, \qquad x\in[-1,+1].$$

6. (9) Задан дифференциальный оператор $L = 2\dfrac{\partial}{\partial x_1} - \dfrac{\partial}{\partial x_2} - 1.$

а) Доказать, что L имеет единственную функцию Грина $\varepsilon(x_1,x_2)\in S'(R^2)$.

б) Вычислить функцию Грина $\varepsilon(x_1,x_2)$ оператора L.

в) Найти обобщённое решение $u(x_1,x_2)\in S'(R^2)$ уравнения

$$Lu(x_1,x_2) = \delta(x_1+x_2)\cdot\theta(1-|x_1|).$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *153* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФОПФ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ______________________ № группы __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

---

1. (5) Решить задачу:

$$x \cdot u_{xx} - x^3 u_{xy} - (2+3x^3) u_x + 3x^5 u_y = 0, \qquad (x<0,\ y \in R^1),$$

$$u\big|_{x=-1} = 3y+1, \qquad u_x\big|_{x=-1} = 9y+12, \qquad (y \in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $4u_{tt} = 9u_{xx} + 2t\cdot(1+x)^{-5/3}$, $\quad (x>0,\quad t>0)$,

$$u\big|_{t=0} = 2\cos 2x,\quad u_t\big|_{t=0} = (1+x)^{1/3},\ \ (0 \le x \le 3),$$

$$(u+3u_x)\big|_{x=0} = 2t + 2\cos 3t,\ \ (0 \le t \le 3).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + \frac{\pi}{4}\cdot\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\cdot\cos t, \qquad \left(0 < x < \frac{\pi}{2}, \qquad t>0\right),$$

$$u\big|_{t=0} = \frac{\pi}{2} + 2\cos x, \qquad u_t\big|_{t=0} = 0 \qquad \left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right),$$

$$u_x\big|_{x=0} = 0, \qquad u\big|_{x=\pi/2} = \frac{\pi}{2}, \qquad (t \ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 8\cdot(x^2+3y^2), \qquad \left(1 < r = \sqrt{x^2+y^2} < 2,\quad 0 \le \varphi \le 2\pi\right),$$

$$u_r\big|_{r=1} = 8 - \frac{32}{3}\cos 2\varphi + 3\sin 3\varphi, \quad u_r\big|_{r=2} = 34 + 12\sin 3\varphi - \frac{67}{3}\cos 2\varphi, \quad (0 \le \varphi \le 2\pi).$$

5. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda \int_{-1}^{1} (xy^2 + y)\,u(y)\,dy + x + 1, \qquad x \in [-1,+1].$$

6. (9) Задан дифференциальный оператор $\quad L = \dfrac{\partial}{\partial x_1} + \dfrac{\partial}{\partial x_2} - 2.$

а) Доказать, что L имеет единственную функцию Грина $\varepsilon(x_1, x_2) \in S'(R^2)$.

б) Вычислить функцию Грина $\varepsilon(x_1, x_2)$ оператора L.

в) Найти обобщённое решение $u(x_1, x_2) \in S'(R^2)$ уравнения

$$L u(x_1, x_2) = \delta(x_2)\cdot\theta(x_1)\cdot\theta(1-x_1).$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *154* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФОПФ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ______________________ № группы __________

Сумма баллов			Оценка	
Фамилия проверяющего			Фамилия экзаменатора	

---

1. (5) Решить задачу:

$$-6y^2u_{xy} + u_{yy} - (6y^2 + 2/y)\cdot u_y + 36y^4u_x = 0, \qquad (x \in R^1,\ y > 0),$$

$$u\big|_{y=1} = x - 2, \qquad u_y\big|_{y=1} = 6x + 12, \qquad (x \in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $9u_{tt} = 4u_{xx} - 3t\cdot(1+x)^{-1/2}, \quad (x > 0,\ t > 0),$

$$u\big|_{t=0} = 2ch3x, \quad u_t\big|_{t=0} = (1+x)^{3/2}, \quad (0 \le x \le 5),$$

$$(2u_x - u)\big|_{x=0} = 2\cdot(t - ch2t), \quad (0 \le t \le 3).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + 2x + \frac{\pi}{4}\cdot x\cdot\sin t, \qquad (0 < x < \frac{\pi}{2}, \qquad t > 0),$$

$$u\big|_{t=0} = x, \qquad u_t\big|_{t=0} = \sin x \qquad (0 \le x \le \frac{\pi}{2}),$$

$$u\big|_{x=0} = 0, \qquad u_x\big|_{x=\pi/2} = t^2 + 1, \qquad (t \ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 8y, \quad (1 < r = \sqrt{x^2 + y^2} < 2, \quad 0 \le \varphi \le 2\pi),$$

$$u_r\big|_{r=1} = 4\sin\varphi + 17\sin 2\varphi, \qquad u\big|_{r=2} = 1 + 15\sin\varphi, \qquad (0 \le \varphi \le 2\pi).$$

5. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda\int_{-1}^{1}(xy - \cos y)u(y)\,dy + 1/\cos x, \qquad x \in [-1, +1].$$

6. (9) Задан дифференциальный оператор $L = \dfrac{\partial}{\partial x_1} - \dfrac{\partial}{\partial x_2} + 2.$

а) Доказать, что L имеет единственную функцию Грина $\varepsilon(x_1, x_2) \in S'(R^2)$.

б) Вычислить функцию Грина $\varepsilon(x_1, x_2)$ оператора L.

в) Найти обобщённое решение $u(x_1, x_2) \in S'(R^2)$ уравнения

$$Lu(x_1, x_2) = \delta(x_1 - x_2)\cdot\theta(x_2)\cdot\theta(2 - x_2).$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *151* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФПФЭ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ______________________ № группы ____________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

---

1. (5) Решить задачу:

$$u_{xx} + 3x^2 u_{xy} + 9x^4 u_y + (3x^2 - 2/x)u_x = 0, \quad (x > 0,\ y \in R^1),$$

$$u\big|_{x=1} = y + 1, \qquad u_x\big|_{x=1} = 3y + 6, \quad (y \in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $u_{tt} = 4u_{xx} + t\cdot(1+x)^{-3/2}, \quad (x > 0, \quad t > 0),$

$$u\big|_{t=0} = 2\cos x, \qquad u_t\big|_{t=0} = \sqrt{1+x}, \quad (0 \le x \le 2),$$

$$(4u_x - u)\big|_{x=0} = t - 2\cos 2t, \quad (0 \le t \le 3).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + x\cdot(\pi - x)\cdot\sin t, \qquad (0 < x < \pi, \qquad t > 0),$$

$$u\big|_{t=0} = \sin x, \qquad u_t\big|_{t=0} = x \qquad (0 \le x \le \pi),$$

$$u\big|_{x=0} = 0 \qquad u\big|_{x=\pi} = \pi t, \qquad (t \ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 3x^2 - y^2, \quad (1 < r = \sqrt{x^2 + y^2} < 2, \ 0 \le \varphi \le 2\pi),$$

$$u_r\big|_{r=1} = 4\sin\varphi + \frac{9}{4}, \quad u_r\big|_{r=2} = \frac{13}{4}\sin\varphi + 4\cos 2\varphi + 3, \qquad (0 \le \varphi \le 2\pi).$$

5. (5) Решить задачу: $5u_t = \Delta u + 2e^{-t}\cdot y\cdot\cos 3z\cdot ch2x, \qquad ((x,y,z) \in R^3, \quad t > 0),$

$$u\big|_{t=0} = (2x + z)\cdot e^{-(2x+z)^2}, \qquad ((x,y,z) \in R^3).$$

6. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (x\sin y + x^2)u(y)\,dy + x, \qquad x \in [-\pi/2, +\pi/2].$$

7. (4) Задан дифференциальный оператор $L = 2\dfrac{d}{dx} - \dfrac{1}{2}.$

Найти фундаментальное решение $\varepsilon(x)$ оператора L в пространстве $S'(R)$.

Найти обобщённое преобразование Фурье найденной функции $\varepsilon(x) \in S'(R)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *152* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФПФЭ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ______________________ № группы ________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

---

1. (5) Решить задачу:

$$3y^3u_{xy} + 2y\cdot u_{yy} + (6y^3-4)\cdot u_y + 9y^5u_x = 0, \qquad (x\in R^1,\ y<0),$$

$$u\big|_{y=-1} = 2x-1, \qquad u_y\big|_{y=-1} = 6x-6, \qquad (x\in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $4u_{tt} = u_{xx} + t\cdot(1+x)^{-2}, \quad (x>0,\ \ t>0),$

$$u\big|_{t=0} = 2ch2x, \quad u_t\big|_{t=0} = \ln(1+x), \quad (0\le x\le 3),$$

$$(u+u_x)\big|_{x=0} = t + 2cht, \quad (0\le t\le 2).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + 2x + x^2\cos t, \qquad (0<x<\pi, \qquad t>0),$$

$$u\big|_{t=0} = -x, \qquad u_t\big|_{t=0} = \cos x \qquad (0\le x\le\pi),$$

$$u_x\big|_{x=0} = t^2-1, \qquad u_x\big|_{x=\pi} = t^2-1, \qquad (t\ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 16x, \ (1<r=\sqrt{x^2+y^2}<3, \ \ 0\le\varphi\le 2\pi),$$

$$u\big|_{r=1} = 12\cos\varphi + \sin 2\varphi, \quad u_r\big|_{r=3} = 6\sin 2\varphi + 54\cos\varphi + 2, \qquad (0\le\varphi\le 2\pi).$$

5. (5) Решить задачу: $4u_{tt} = \Delta u + 8e^{-t}\cdot\cos(2y+z)\cdot ch3x, \qquad ((x,y,z)\in R^3, \quad t>0),$

$$u\big|_{t=0} = (x^2+y^2+z^2)\cdot arctg\sqrt{x^2+y^2+z^2}, \quad u_t\big|_{t=0} = 0, \qquad ((x,y,z)\in R^3).$$

6. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda\int_{-1}^{1}(xy^3 - chx)\,u(y)\,dy + x^2, \qquad x\in[-1,+1].$$

7. (4) Задан дифференциальный оператор $L = \dfrac{1}{2}\dfrac{d}{dx} + 3.$

Найти фундаментальное решение $\varepsilon(x)$ оператора L в пространстве $S'(R)$.

Найти обобщённое преобразование Фурье найденной функции $\varepsilon(x)\in S'(R)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *153* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФПФЭ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ____________________ № группы __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

---

1. (5) Решить задачу:

$$x\cdot u_{xx}-x^3u_{xy}-(2+3x^3)u_x+3x^5u_y=0,\qquad (x<0,\ y\in R^1),$$
$$u\big|_{x=-1}=3y+1,\qquad u_x\big|_{x=-1}=9y+12,\qquad (y\in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $4u_{tt}=9u_{xx}+2t\cdot(1+x)^{-5/3}$, $\quad (x>0,\quad t>0)$,

$u\big|_{t=0}=2\cos 2x$, $\ u_t\big|_{t=0}=(1+x)^{1/3}$, $(0\le x\le 3)$,

$(u+3u_x)\big|_{x=0}=2t+2\cos 3t$, $(0\le t\le 3)$.

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt}=u_{xx}+\frac{\pi}{4}\cdot\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\cdot\cos t,\qquad \left(0<x<\frac{\pi}{2},\qquad t>0\right),$$
$$u\big|_{t=0}=\frac{\pi}{2}+2\cos x,\qquad u_t\big|_{t=0}=0\qquad \left(0\le x\le\frac{\pi}{2}\right),$$
$$u_x\big|_{x=0}=0,\qquad u\big|_{x=\pi/2}=\frac{\pi}{2},\qquad (t\ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u=8\cdot(x^2+3y^2),\qquad \left(1<r=\sqrt{x^2+y^2}<2,\quad 0\le\varphi\le 2\pi\right),$$
$$u_r\big|_{r=1}=8-\frac{32}{3}\cos 2\varphi+3\sin 3\varphi,\quad u_r\big|_{r=2}=34+12\sin 3\varphi-\frac{67}{3}\cos 2\varphi,\quad (0\le\varphi\le 2\pi).$$

5. (5) Решить задачу: $10u_t=\Delta u+20e^{-2t}\cdot\cos 5y\cdot ch(x+2z)$, $\ ((x,y,z)\in R^3,\quad t>0)$,

$$u\big|_{t=0}=(y-3x)\cdot e^{-(y-3x)^2},\qquad ((x,y,z)\in R^3).$$

6. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x)=\lambda\int_{-1}^{1}(xy^2+y)u(y)\,dy+x+1,\qquad x\in[-1,+1].$$

7. (4) Задан дифференциальный оператор $\quad L=4\dfrac{d}{dx}-\dfrac{1}{3}$.

Найти фундаментальное решение $\varepsilon(x)$ оператора L в пространстве $S'(R)$.

Найти обобщённое преобразование Фурье найденной функции $\varepsilon(x)\in S'(R)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *154* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФПФЭ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ____________________ № группы __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. (5) Решить задачу:

$$-6y^2u_{xy} + u_{yy} - (6y^2 + 2/y)\cdot u_y + 36y^4u_x = 0, \qquad (x \in R^1,\ y > 0),$$

$$u\big|_{y=1} = x - 2, \qquad u_y\big|_{y=1} = 6x + 12, \qquad (x \in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $9u_{tt} = 4u_{xx} - 3t\cdot(1+x)^{-1/2}$, $\quad (x > 0,\ t > 0)$,

$$u\big|_{t=0} = 2ch3x, \quad u_t\big|_{t=0} = (1+x)^{3/2}, \quad (0 \le x \le 5),$$

$$(2u_x - u)\big|_{x=0} = 2\cdot(t - ch2t), \quad (0 \le t \le 3).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + 2x + \frac{\pi}{4}\cdot x\cdot\sin t, \qquad (0 < x < \frac{\pi}{2}, \quad t > 0),$$

$$u\big|_{t=0} = x, \qquad u_t\big|_{t=0} = \sin x \qquad (0 \le x \le \frac{\pi}{2}),$$

$$u\big|_{x=0} = 0, \qquad u_x\big|_{x=\pi/2} = t^2 + 1, \qquad (t \ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 8y, \quad (1 < r = \sqrt{x^2 + y^2} < 2, \quad 0 \le \varphi \le 2\pi),$$

$$u_r\big|_{r=1} = 4\sin\varphi + 17\sin 2\varphi, \qquad u\big|_{r=2} = 1 + 15\sin\varphi, \qquad (0 \le \varphi \le 2\pi).$$

5. (5) Решить задачу: $9u_{tt} = \Delta u - 18e^{-t}\cdot(x+4y)\cdot ch3z$, $\quad ((x,y,z) \in R^3, \quad t > 0)$,

$$u\big|_{t=0} = (x^2 + y^2 + z^2)\cdot\sin\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \qquad u_t\big|_{t=0} = 0, \qquad ((x,y,z) \in R^3).$$

6. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda\int_{-1}^{1}(xy - \cos y)u(y)\,dy + 1/\cos x, \qquad x \in [-1, +1].$$

7. (4) Задан дифференциальный оператор $\quad L = \dfrac{1}{4}\dfrac{d}{dx} + 2.$

Найти фундаментальное решение $\varepsilon(x)$ оператора L в пространстве $S'(R)$.

Найти обобщённое преобразование Фурье найденной функции $\varepsilon(x) \in S'(R)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *151* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФУПМ, ФАКИ, ФФКЭ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ______________________ № группы __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

---

1. (5) Решить задачу:

$$u_{xx} + 3x^2 u_{xy} + 9x^4 u_y + (3x^2 - 2/x) u_x = 0, \quad (x > 0,\ y \in R^1),$$

$$u\big|_{x=1} = y + 1, \qquad u_x\big|_{x=1} = 3y + 6, \quad (y \in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $u_{tt} = 4u_{xx} + t \cdot (1+x)^{-3/2}, \quad (x > 0, \quad t > 0),$

$$u\big|_{t=0} = 2\cos x, \qquad u_t\big|_{t=0} = \sqrt{1+x}, \quad (0 \le x \le 2),$$

$$(4u_x - u)\big|_{x=0} = t - 2\cos 2t, \quad (0 \le t \le 3).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + x \cdot (\pi - x) \cdot \sin t, \qquad (0 < x < \pi, \qquad t > 0),$$

$$u\big|_{t=0} = \sin x, \qquad u_t\big|_{t=0} = x \qquad (0 \le x \le \pi),$$

$$u\big|_{x=0} = 0 \qquad u\big|_{x=\pi} = \pi t, \qquad (t \ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 3x^2 - y^2, \quad (1 < r = \sqrt{x^2 + y^2} < 2, \ 0 \le \varphi \le 2\pi),$$

$$u_r\big|_{r=1} = 4\sin\varphi + \frac{9}{4}, \quad u_r\big|_{r=2} = \frac{13}{4}\sin\varphi + 4\cos 2\varphi + 3, \qquad (0 \le \varphi \le 2\pi).$$

5. (5) Решить задачу: $5u_t = \Delta u + 2e^{-t} \cdot y \cdot \cos 3z \cdot ch 2x, \qquad ((x,y,z) \in R^3, \quad t > 0),$

$$u\big|_{t=0} = (2x + z) \cdot e^{-(2x+z)^2}, \qquad ((x,y,z) \in R^3).$$

6. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (x \sin y + x^2) u(y)\, dy + x, \qquad x \in [-\pi/2, +\pi/2].$$

7. (4) Найти решение смешанной задачи:

$$u_{tt} = \Delta u + e^t \cdot J_2\left(\mu_2^{(2)} r\right) \cdot \cos 2\varphi, \qquad r < 1,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ t > 0,$$

$$u\big|_{t=0} = 0, \qquad u_t\big|_{t=0} = J_2\left(\mu_1^{(2)} r\right) \cdot \cos^2\varphi, \qquad r \le 1,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,$$

$$|\, u\big|_{r=0} | < \infty, \qquad u\big|_{r=1} = 0, \qquad 0 \le \varphi \le 2\pi,\ t \ge 0,$$

где $\mu_i^{(2)}$ – i-ый положительный корень функции Бесселя $J_2(r)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *152* **Курс:** **3** **Факультет:** ***ФУПМ, ФАКИ, ФФКЭ*** **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ____________________________ № группы __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. (5) Решить задачу:

$$3y^3 u_{xy} + 2y\cdot u_{yy} + (6y^3-4)\cdot u_y + 9y^5 u_x = 0, \qquad (x\in R^1,\ y<0),$$

$$u\big|_{y=-1} = 2x-1, \qquad u_y\big|_{y=-1} = 6x-6, \qquad (x\in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $4u_{tt} = u_{xx} + t\cdot(1+x)^{-2}$, $\quad (x>0,\quad t>0)$,

$$u\big|_{t=0} = 2ch2x, \qquad u_t\big|_{t=0} = \ln(1+x), \qquad (0\le x\le 3),$$

$$(u+u_x)\big|_{x=0} = t + 2cht, \qquad (0\le t\le 2).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + 2x + x^2\cos t, \qquad (0<x<\pi, \qquad t>0),$$

$$u\big|_{t=0} = -x, \qquad u_t\big|_{t=0} = \cos x \qquad (0\le x\le\pi),$$

$$u_x\big|_{x=0} = t^2-1, \qquad u_x\big|_{x=\pi} = t^2-1, \qquad (t\ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 16x, \quad (1<r=\sqrt{x^2+y^2}<3, \quad 0\le\varphi\le 2\pi),$$

$$u\big|_{r=1} = 12\cos\varphi + \sin 2\varphi, \qquad u_r\big|_{r=3} = 6\sin 2\varphi + 54\cos\varphi + 2, \qquad (0\le\varphi\le 2\pi).$$

5. (5) Решить задачу: $4u_{tt} = \Delta u + 8e^{-t}\cdot\cos(2y+z)\cdot ch3x$, $\quad ((x,y,z)\in R^3,\quad t>0)$,

$$u\big|_{t=0} = (x^2+y^2+z^2)\cdot arctg\sqrt{x^2+y^2+z^2}, \qquad u_t\big|_{t=0} = 0, \qquad ((x,y,z)\in R^3).$$

6. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda\int_{-1}^{1}(xy^3 - chx)\,u(y)\,dy + x^2, \qquad x\in[-1,+1].$$

7. (4) Найти решение смешанной задачи:

$$u_{tt} = \Delta u + J_3\big(\mu_1^{(3)}r\big)\cdot\sin 3\varphi, \qquad r<1,\ 0\le\varphi\le 2\pi,\ t>0,$$

$$u\big|_{t=0} = 0, \qquad u_t\big|_{t=0} = J_3\big(\mu_1^{(3)}r\big)\cdot\cos^3\varphi, \qquad r\le 1,\ 0\le\varphi\le 2\pi,$$

$$|\,u\big|_{r=0}| < \infty, \qquad u\big|_{r=1} = 0, \qquad 0\le\varphi\le 2\pi,\ t\ge 0,$$

где $\mu_1^{(3)}$ – наименьший положительный корень функции Бесселя $J_3(r)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *153* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФУПМ, ФАКИ, ФФКЭ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ______________________ № группы ________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

---

1. (5) Решить задачу:

$$x\cdot u_{xx} - x^3 u_{xy} - (2+3x^3)u_x + 3x^5 u_y = 0, \qquad (x<0,\ y\in R^1),$$

$$u\big|_{x=-1} = 3y+1, \qquad u_x\big|_{x=-1} = 9y+12, \qquad (y\in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $4u_{tt} = 9u_{xx} + 2t\cdot(1+x)^{-5/3}$, $\quad (x>0,\quad t>0)$,

$$u\big|_{t=0} = 2\cos 2x,\quad u_t\big|_{t=0} = (1+x)^{1/3},\ (0\le x\le 3),$$

$$(u+3u_x)\big|_{x=0} = 2t + 2\cos 3t,\ (0\le t\le 3).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + \frac{\pi}{4}\cdot\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\cdot\cos t, \qquad \left(0<x<\frac{\pi}{2},\qquad t>0\right),$$

$$u\big|_{t=0} = \frac{\pi}{2} + 2\cos x, \qquad u_t\big|_{t=0} = 0 \qquad \left(0\le x\le \frac{\pi}{2}\right),$$

$$u_x\big|_{x=0} = 0, \qquad u\big|_{x=\pi/2} = \frac{\pi}{2}, \qquad (t\ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 8\cdot(x^2+3y^2), \qquad \left(1<r=\sqrt{x^2+y^2}<2,\quad 0\le\varphi\le 2\pi\right),$$

$$u_r\big|_{r=1} = 8-\frac{32}{3}\cos 2\varphi + 3\sin 3\varphi,\quad u_r\big|_{r=2} = 34+12\sin 3\varphi - \frac{67}{3}\cos 2\varphi,\quad (0\le\varphi\le 2\pi).$$

5. (5) Решить задачу: $10u_t = \Delta u + 20e^{-2t}\cdot\cos 5y\cdot ch(x+2z)$, $\quad ((x,y,z)\in R^3,\quad t>0)$,

$$u\big|_{t=0} = (y-3x)\cdot e^{-(y-3x)^2}, \qquad ((x,y,z)\in R^3).$$

6. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda\int_{-1}^{1}(xy^2+y)u(y)\,dy + x + 1, \qquad x\in[-1,+1].$$

7. (4) Найти решение смешанной задачи:

$$u_{tt} = \Delta u + t\cdot J_2\left(\mu_2^{(2)}r\right)\cdot\sin 2\varphi, \qquad r<1,\ 0\le\varphi\le 2\pi,\ t>0,$$

$$u\big|_{t=0} = 0, \qquad u_t\big|_{t=0} = J_2\left(\mu_2^{(2)}r\right)\cdot\sin^2\varphi, \qquad r\le 1,\ 0\le\varphi\le 2\pi,$$

$$|u\big|_{r=0}|<\infty, \qquad u\big|_{r=1} = 0, \qquad 0\le\varphi\le 2\pi,\ t\ge 0,$$

где $\mu_2^{(2)}$ – второй положительный корень функции Бесселя $J_2(r)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Уравнения математической физики**

Вариант: *154* **Курс:** 3 **Факультет:** *ФУПМ, ФАКИ, ФФКЭ* **2014-2015 уч. г.**

Фамилия студента ____________________ № группы __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

---

1. (5) Решить задачу:

$$-6y^2u_{xy} + u_{yy} - (6y^2 + 2/y)\cdot u_y + 36y^4u_x = 0, \qquad (x \in R^1,\ y > 0),$$

$$u\big|_{y=1} = x - 2, \qquad u_y\big|_{y=1} = 6x + 12, \qquad (x \in R^1).$$

2. (6) Найти решение задачи: $9u_{tt} = 4u_{xx} - 3t\cdot(1+x)^{-1/2}$, $(x > 0,\ t > 0)$,

$$u\big|_{t=0} = 2ch3x, \quad u_t\big|_{t=0} = (1+x)^{3/2}, \quad (0 \le x \le 5),$$

$$(2u_x - u)\big|_{x=0} = 2\cdot(t - ch2t), \quad (0 \le t \le 3).$$

Является ли решение классическим? Указать наибольшую область, в которой решение однозначно определено данными задачи.

3. (6) Решить смешанную задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + 2x + \frac{\pi}{4}\cdot x\cdot\sin t, \qquad (0 < x < \frac{\pi}{2}, \qquad t > 0),$$

$$u\big|_{t=0} = x, \qquad u_t\big|_{t=0} = \sin x \qquad (0 \le x \le \frac{\pi}{2}),$$

$$u\big|_{x=0} = 0, \qquad u_x\big|_{x=\pi/2} = t^2 + 1, \qquad (t \ge 0).$$

Является ли полученное решение классическим?

4. (3) Решить краевую задачу:

$$\Delta u = 8y, \quad (1 < r = \sqrt{x^2 + y^2} < 2, \quad 0 \le \varphi \le 2\pi),$$

$$u_r\big|_{r=1} = 4\sin\varphi + 17\sin 2\varphi, \qquad u\big|_{r=2} = 1 + 15\sin\varphi, \qquad (0 \le \varphi \le 2\pi).$$

5. (5) Решить задачу: $9u_{tt} = \Delta u - 18e^{-t}\cdot(x+4y)\cdot ch3z$, $((x,y,z) \in R^3, \quad t > 0)$,

$$u\big|_{t=0} = (x^2 + y^2 + z^2)\cdot\sin\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \qquad u_t\big|_{t=0} = 0, \qquad ((x,y,z) \in R^3).$$

6. (5) Найти характеристические числа и собственные функции ядра интегрального уравнения и ядра союзного интегрального уравнения. Решить интегральное уравнение при всех значениях параметра λ:

$$u(x) = \lambda\int_{-1}^{1}(xy - \cos y)u(y)\,dy + 1/\cos x, \qquad x \in [-1, +1].$$

7. (4) Найти решение смешанной задачи:

$$u_{tt} = \Delta u + J_3\left(\mu_1^{(3)}r\right)\cdot\sin 3\varphi, \qquad r < 1,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ t > 0,$$

$$u\big|_{t=0} = 0, \qquad u_t\big|_{t=0} = J_3\left(\mu_3^{(3)}r\right)\cdot\sin^3\varphi, \qquad r \le 1,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,$$

$$|u|_{r=0}| < \infty, \qquad u\big|_{r=1} = 0, \qquad 0 \le \varphi \le 2\pi,\ t \ge 0,$$

где $\mu_i^{(3)}$ – i-ый положительный корень функции Бесселя $J_3(r)$.