

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2

Семестр 4

2014–2015 учебный год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - 5y + 2z \\ \dot{y} = 5x - 7y + 3z \\ \dot{z} = 6x - 9y + 4z \end{cases} \quad (\lambda_{1,2} = 0, \lambda_3 = 1).$$

2. ④ Найти экстремали и исследовать на экстремум функционал

$$J(y) = \int_0^1 ((y')^2 + y^2 + 2(x-1)yy' - 2y' \cos(\pi x)) dx, \quad y(0) = 0.$$

3. ④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' + 4y'' + 4y' = 2x + \cos^2 x.$$

4. ⑤ Найти положение равновесия системы. Определить характер положения равновесия и нарисовать фазовые траектории в окрестности положения равновесия для линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(1 + 2x + y) \\ \dot{y} = \arcsin(4x - y + y^2). \end{cases}$$

5. ⑥ Найти общее решение уравнения

$$x^2 y'' - (6+x)xy' + (12+3x)y = x^5 e^{3x}.$$

6. ⑤ Решить уравнение

$$xz \frac{\partial u}{\partial x} + yz \frac{\partial u}{\partial y} + (x - x^2 - y^2) \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (x > 0, z > 0)$$

и задачу Коши: $u = z^2 - 2x + 1$ при $x^2 + y^2 = 1$.

7. ⑤ Решить задачу Коши

$$xyy'' + x(y')^2 - yy' = 0, \quad y(1) = 4, \quad y'(1) = 1.$$

8. ⑤ Решить уравнение, найти особые решения, начертить интегральные кривые

$$2y(y' + 2) - x(y')^2 = 0.$$

МФТИ — 51 ☺

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2

Семестр 4

2014–2015 учебный год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x - 3y + 4z \\ \dot{y} = 4x - 7y + 8z \\ \dot{z} = 6x - 7y + 7z \end{cases} \quad (\lambda_{1,2} = -1, \lambda_3 = 3).$$

2. ④ Найти экстремали и исследовать на экстремум функционал

$$J(y) = \int_0^1 ((y')^2 + 2y^2 + 4xyy' - 2y \cos(\pi x)) dx, \quad y(1) = -\frac{1}{\pi^2}.$$

3. ④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' - 4y' = e^{2x} - 4 \sin^2 x.$$

4. ⑤ Найти положение равновесия системы. Определить характер положения равновесия и нарисовать фазовые траектории в окрестности положения равновесия для линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{-2x+y} - 1 \\ \dot{y} = \arctg(4x + y - x^2). \end{cases}$$

5. ⑥ Найти общее решение уравнения

$$x^2 y'' - (x - 4)xy' + (2 - 2x)y = e^{-2x}.$$

6. ⑤ Решить уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{y-x}{z} \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и задачу Коши: $u = 1 + z^2 + 2x(x - 1)$ при $x - y = 1$.

7. ⑤ Решить задачу Коши

$$xyy'' - 2x(y')^2 + yy' = 0, \quad y(1) = y'(1) = 1.$$

8. ⑤ Решить уравнение, найти особые решения, начертить интегральные кривые

$$x(y')^2 = yy' + 1.$$

МФТИ — 52 ©

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2

Семестр 4

2014–2015 учебный год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + 6y - 9z \\ \dot{y} = x + 3y - 5z \\ \dot{z} = x + 2y - 4z \end{cases} \quad (\lambda_{1,2} = 1, \lambda_3 = -1).$$

2. ④ Найти экстремали и исследовать на экстремум функционал

$$J(y) = \int_0^1 ((y')^2 + 2y^2 + 4(x-1)yy' + 2y \sin(\pi x)) dx, \quad y(0) = 0.$$

3. ④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' + 4y' = 4e^{-2x} + 12x^2.$$

4. ⑤ Найти положение равновесия системы. Определить характер положения равновесия и нарисовать фазовые траектории в окрестности положения равновесия для линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{sh}(3x - y + y^2) \\ \dot{y} = \ln(1 + 2x + y). \end{cases}$$

5. ⑥ Найти общее решение уравнения

$$x^2 y'' - (4+x)xy' + (6+2x)y = x^4 e^{2x}.$$

6. ⑤ Решить уравнение

$$xy \frac{\partial u}{\partial x} - y^2 \frac{\partial u}{\partial y} + x \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и задачу Коши: $u = -\frac{x^2}{2}$ при $xyz = 1$.

7. ⑤ Решить задачу Коши

$$2e^{2y}y'' + e^{2y}(y')^2 = 3(y')^4, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = e.$$

8. ⑤ Решить уравнение, найти особые решения, начертить интегральные кривые

$$(y')^2 - yy' + e^x = 0.$$

МФТИ — 53 ©

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Дифференциальные уравнения**

Курс **2**

Семестр **4**

2014–2015 учебный год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x - y + z \\ \dot{y} = 5x - y + 4z \\ \dot{z} = 5x + y + 2z \end{cases} \quad (\lambda_{1,2} = -2, \lambda_3 = 3).$$

2. ④ Найти экстремали и исследовать на экстремум функционал

$$J(y) = \int_0^1 ((y')^2 + y^2 + 2xyy' - 2y' \cos(\pi x)) dx, \quad y(1) = 0.$$

3. ④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' - y'' = 8e^{2x} - 16 \cos^2 x.$$

4. ⑤ Найти положение равновесия системы. Определить характер положения равновесия и нарисовать фазовые траектории в окрестности положения равновесия для линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = \arcsin\left(x + \frac{y^2}{2}\right) \\ \dot{y} = \ln\left(1 - x + \frac{3}{2}y\right). \end{cases}$$

5. ⑥ Найти общее решение уравнения

$$x^2 y'' - (x - 6)xy' + (6 - 3x)y = \frac{e^{-3x}}{x}.$$

6. ⑤ Решить уравнение

$$(x^2 + y^2) \frac{\partial u}{\partial x} + 2xy \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{x^3 - xy^2}{z} \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (x > 0, y > 0, z > 0)$$

и задачу Коши: $u = z^2$ при $y^2 - x^2 = 1$.

7. ⑤ Решить задачу Коши

$$y'' - (y')^2 + 2e^{2y}(y')^4 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = \frac{1}{e}.$$

8. ⑤ Решить уравнение, найти особые решения, начертить интегральные кривые

$$(y')^3 - 4xyy' + 8y^2 = 0.$$

МФТИ — 54 ©

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)