ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Дифференциальные уравнения**

Курс **2** **Семестр** **4** **2008 / 2009 уч.г.**

Фамилия студента ______________________________ **№ группы** __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1(3). Найти все действительные решения уравнения $y'' + 4y = 16x\cos 2x$.

2(3). Найти все решения уравнения $x^2y'' - x(2x-1)y' + x(x-1)y = e^x$, $x > 0$.

3(4). Найти экстремали функционала и исследовать его на экстремум, определив знак приращения

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(y^2\cos 2x + yy'\sin 2x + y'^2 + y\cos x + y'\sin x\right)dx,\ y(0)=0.$$

4(4). Найти положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованных систем на плоскости (x,y) в окрестности положений равновесия $\begin{cases}\dot{x} = 2(x-y),\\ \dot{y} = x(1-y).\end{cases}$

5 (4). Найти все решения уравнения $y = xy' + \frac{1}{4}y'^2$, исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые.

6 (5). В области $x>0, y>0$ найти все решения уравнения $2xy\frac{\partial u}{\partial x} + \left(x + y^2\right)\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ и решить задачу Коши $u = x$ при $x = y^2$.

7 а) (3). Найти все решения системы уравнений $\dot{\vec{x}} = A\vec{x}$ для $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

б) (3). Для матрицы из пункта а) найти e^{tA} в зависимости от действительного параметра t.

8 (7). Решить задачу Коши $x^2y'' + 3xy' + y = 2x^2y^3$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$.

9 (6). Доказать, что любое решение уравнения $y'' + e^x y = 0$ ограничено на $[0;+\infty)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Дифференциальные уравнения**

Курс 2 **Семестр** 4 **2008 / 2009 уч.г.**

Фамилия студента ______________________________ **№ группы** ____________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1(3). Найти все действительные решения уравнения $y'' + 9y = 36x\cos 3x$.

2(3). Найти все решения уравнения $xy'' - (2x+1)y' + (x+1)y = 2xe^x$, $x > 0$.

3(4). Найти экстремали функционала и исследовать его на экстремум, определив знак приращения
$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(y^2 \sin 2x - yy' \cos 2x - y'^2 - y\sin x + y'\cos x\right)dx,\ y(0) = 0.$$

4(4). Найти положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованных систем на плоскости (x,y) в окрестности положений равновесия $\begin{cases} \dot{x} = x^2 - 4y^2, \\ \dot{y} = y - 1. \end{cases}$

5 (4). Найти все решения уравнения $x = \dfrac{y}{y'} - \dfrac{1}{y'^2}$, исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые.

6 (5). В области $x > 0, y > 0$ найти все решения уравнения $\left(x^2 + y\right)\dfrac{\partial u}{\partial x} + 2xy\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$ и решить задачу Коши $u = y$ при $y = x^2$.

7 а) (3). Найти все решения системы уравнений $\dot{\vec{x}} = A\vec{x}$ для $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

б) (3). Для матрицы из пункта а) найти e^{tA} в зависимости от действительного параметра t.

8 (7). Решить задачу Коши $4x^2y'' + 8xy' + y = 24\sqrt{x}y^2$, $y(1) = 1$, $y'(1) = \dfrac{3}{2}$.

9 (6). Доказать, что любое решение уравнения $y'' + xy = 0$ ограничено на $[0;+\infty)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина | Дифференциальные уравнения |

Курс | 2 | **Семестр** | 4 | **2008 / 2009 уч.г.**

Фамилия студента ______________________ **№ группы** __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1(3). Найти все действительные решения уравнения $y'' + 4y = 16x\sin 2x$.

2(3). Найти все решения уравнения $x^2y'' + x(2x+1)y' + x(x+1)y = e^{-x}$, $x > 0$.

3(4). Найти экстремали функционала и исследовать его на экстремум, определив знак приращения

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(y^2\cos 2x + yy'\sin 2x + 2y'^2 + 3y\cos x + 3y'\sin x\right)dx,\ y(0) = 0.$$

4(4). Найти положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованных систем на плоскости (x,y) в окрестности положений равновесия

$$\begin{cases} \dot{x} = 2(2 - x - y), \\ \dot{y} = xy. \end{cases}$$

5 (4). Найти все решения уравнения $y = xy' + 2y'^2$, исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые.

6 (5). В области $x > 0, y > 0$ найти все решения уравнения $4xy\dfrac{\partial u}{\partial x} + \left(x + 2y^2\right)\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$ и решить задачу Коши $u = x^2$ при $x = 2y^2$.

7 а) (3). Найти все решения системы уравнений $\dot{\vec{x}} = A\vec{x}$ для $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

б) (3). Для матрицы из пункта а) найти e^{tA} в зависимости от действительного параметра t.

8 (7). Решить задачу Коши $x^2y'' + 3xy' + y = 6xy^2$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 1$.

9 (6). Доказать, что любое решение уравнения $y'' + e^{2x}y = 0$ ограничено на $[0;+\infty)$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Дифференциальные уравнения**

Курс **2** **Семестр** **4** **2008 / 2009 уч.г.**

Фамилия студента ________________________________ **№ группы** __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1(3). Найти все действительные решения уравнения $y'' + 9y = 36x\sin 3x$.

2(3). Найти все решения уравнения $xy'' + (2x-1)y' + (x-1)y = 2xe^{-x}$, $x > 0$.

3(4). Найти экстремали функционала и исследовать его на экстремум, определив знак приращения
$\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \left(y^2\sin 2x - yy'\cos 2x - 2y'^2 - 3y\sin x + 3y'\cos x\right)dx$, $y(0) = 0$.

4(4). Найти положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованных систем на плоскости (x,y) в окрестности положений равновесия
$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - x, \\ \dot{y} = xy^2 - 4. \end{cases}$$

5 (4). Найти все решения уравнения $x = \dfrac{y}{y'} - \dfrac{1}{2y'^2}$, исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые.

6 (5). В области $x > 0, y > 0$ найти все решения уравнения $\left(2x^2 + y\right)\dfrac{\partial u}{\partial x} + 4xy\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$ и решить задачу Коши $u = y^2$ при $y = 2x^2$.

7 а) (3). Найти все решения системы уравнений $\dot{\vec{x}} = A\vec{x}$ для $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$.

б) (3). Для матрицы из пункта а) найти e^{tA} в зависимости от действительного параметра t.

8 (7). Решить задачу Коши $4x^2y'' + 8xy' + y = 8xy^3$, $y(1) = 1$, $y'(1) = \dfrac{1}{2}$.

9 (6). Доказать, что любое решение уравнения $y'' + x^2y = 0$ ограничено на $[0;+\infty)$.