

**Семестровая контрольная работа по ТФКП**  
**5 семестр 2009/2010 уч.г.**

<b>№ группы</b>	<b>Фамилия студента</b>	<b>Сумма баллов</b>	<b>Оценка</b>	<b>Подпись препод.</b>

1.④ Функцию

$$f(z) = \frac{z^2 + 6iz + 3}{(z^2 - 4iz - 3)(z - 3i)}$$

разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  в кольце, которому принадлежит точка  $z = 1 + 2i$ . Указать границы кольца сходимости.

2.④ Исследовать все особые точки функции

$$f(z) = \frac{\left(e^{\frac{1}{z}} - e^6\right) z^3}{\left(\sin \pi z - \frac{1}{2}\right) \left(\cos \pi z + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.⑤ 
$$\oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{z + 2i}{z + i} \cos \frac{2}{z} dz.$$

4.④ 
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x - 1) \cos(3 - 5x)}{x^2 + 2x + 17} dx.$$

5.⑥ 
$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} \cdot \frac{dx}{(x+2)^2}.$$

6.⑥ Пусть  $g(z)$  — регулярная ветвь  $\sqrt{\frac{16z^2 + 1}{z^2}}$  в плоскости с разрезом по дуге окружности  $\left|z - \frac{1}{3}\right| = \frac{5}{12}$ ,  $\operatorname{Re} z \geq 0$ , причём  $g\left(\frac{1}{3}\right) = 5$ . Разложить  $g(z)$  в ряд Лорана по степеням  $z$  в окрестности точки  $z = \infty$ . Найти область сходимости полученного ряда и вычислить сумму ряда в точке  $z = \frac{1}{3}$ .

**Семестровая контрольная работа по ТФКП**  
**5 семестр 2009/2010 уч.г.**

<b>№ группы</b>	<b>Фамилия студента</b>	<b>Сумма баллов</b>	<b>Оценка</b>	<b>Подпись препод.</b>

1.④ Функцию

$$f(z) = \frac{z^2 + 2iz + 2}{(z^2 - (2i + 1)z + 2i)(z - 2i)}$$

разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  в кольце, которому принадлежит точка  $z = 1 + i$ . Указать границы кольца сходимости.

2.④ Исследовать все особые точки функции

$$f(z) = \frac{(e^{i(z-1)} - e^{2iz})(2z\pi + 1)^2}{(z + 1)^3 \left(1 - \cos \frac{1}{z}\right)}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.⑤ 
$$\oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{z}{z+i} \cos \frac{2i}{z} dz.$$

4.④ 
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-2) \sin(1-4x)}{x^2 - 2x + 26} dx.$$

5.⑥ 
$$\int_0^2 \frac{dx}{(x+1)^2 \sqrt[3]{x^2(2-x)}}.$$

6.⑥ Пусть  $h(z)$  — регулярная ветвь  $\operatorname{Ln} \left( \frac{z^2 - 1}{z^2} \right)$  в плоскости с разрезом по отрезку  $[-1; 1]$ , причём  $\operatorname{Im} h \left( -\frac{i}{5} \right) = 0$ . Разложить  $h(z)$  в ряд Тейлора по степеням  $z + i$ . Найти радиус сходимости полученного ряда и вычислить сумму ряда в точке  $z = -\frac{i}{5}$ .

**Семестровая контрольная работа по ТФКП**  
**5 семестр 2009/2010 уч.г.**

<b>№ группы</b>	<b>Фамилия студента</b>	<b>Сумма баллов</b>	<b>Оценка</b>	<b>Подпись препод.</b>

1.④ Функцию

$$f(z) = \frac{8z^2 - 6iz}{(2z^2 - 3iz - 1)(2z - i)}$$

разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  в кольце, которому принадлежит точка  $z = \frac{1+i}{2}$ . Указать границы кольца сходимости.

2.④ Исследовать все особые точки функции

$$f(z) = \frac{\left(e^{\frac{i\pi}{z}} - 1\right)(3z + 1)}{(1 - 2z)^2 z \left(1 + \cos \frac{\pi}{z}\right)}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.⑤ 
$$\oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{z^2}{z-i} \sin \frac{i}{z} dz.$$

4.④ 
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+1) \cos(2-3x)}{x^2 - 2x + 10} dx.$$

5.⑥ 
$$\int_1^2 \sqrt{\frac{x-1}{2-x}} \cdot \frac{dx}{(x+3)^2}.$$

6.⑥ Пусть  $g(z)$  — регулярная ветвь  $\sqrt{\frac{9z^2 - 1}{z^2}}$  в плоскости с разрезом по дуге окружности  $\left|z - \frac{i}{4}\right| = \frac{5}{12}$ ,  $\text{Im } z \geq 0$ , причём  $g\left(\frac{i}{2}\right) = \sqrt{13}$ . Разложить  $g(z)$  в ряд Лорана по степеням  $z$  в окрестности точки  $z = \infty$ . Найти область сходимости полученного ряда и вычислить сумму ряда в точке  $z = \frac{i}{2}$ .

**Семестровая контрольная работа по ТФКП**  
**5 семестр 2009/2010 уч.г.**

<b>№ группы</b>	<b>Фамилия студента</b>	<b>Сумма баллов</b>	<b>Оценка</b>	<b>Подпись препод.</b>

1.④ Функцию

$$f(z) = \frac{z^2 + (4 - 2i)z - 9}{((2 + i)z - z^2 - 2i)(z - i)}$$

разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  в кольце, которому принадлежит точка  $z = i - 1$ . Указать границы кольца сходимости.

2.④ Исследовать все особые точки функции

$$f(z) = \frac{\sin\left(\frac{1}{z} + \frac{i}{\pi}\right)}{z^2(e^{2z} - 1)(1 - \cos z)}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.⑤ 
$$\oint_{|z|=1} \frac{z}{z - 2i} e^{\frac{2i}{z}} dz.$$

4.④ 
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x + 2) \sin(3 - 2x)}{x^2 + 2x + 37} dx.$$

5.⑥ 
$$\int_0^1 \frac{dx}{(x + 1)^2 \sqrt[4]{x^3(1 - x)}}.$$

6.⑥ Пусть  $h(z)$  — регулярная ветвь  $\operatorname{Ln}\left(\frac{1 + z^2}{z^2}\right)$  в плоскости с разрезом по отрезку  $[-i; i]$ , причём  $\operatorname{Im} h\left(\frac{1}{5}\right) = 0$ . Разложить  $h(z)$  в ряд Тейлора по степеням  $z - 1$ . Найти область сходимости полученного ряда и вычислить сумму ряда в точке  $z = \frac{1}{5}$ .