

Семестровая контрольная работа по ТФКП
5 семестр 2008/2009 уч.г.

| | | | | |
|-----------------|-------------------------|---------------------|---------------|------------------------|
| | | | | |
| № группы | Фамилия студента | Сумма баллов | Оценка | Подпись препод. |

- 1.④ Разложить функцию $f(z)$ в ряд Лорана по степеням $z - i$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = 1 - i$:

$$f(z) = \frac{(2i + 1)z - 1 - 3i}{z^2 - (2 + i)z + 1 + i} + \frac{z}{z - 1 - i}.$$

Указать границы кольца сходимости.

- 2.④ Найти и исследовать все особые точки функции:

$$f(z) = \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{z}\right)}{(z^2 - 1)(1 - \cos \pi z)}.$$

Ответ обосновать.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.⑤
$$\oint_{|z|=3} \frac{(z - 2)^3}{z - 4} \cdot \sin\left(\frac{1}{2 - z}\right) dz.$$

4.④
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x - 2) \cos(3 - x)}{x^2 - 2x + 2} dx.$$

5.⑥
$$\int_1^{+\infty} \frac{\ln(x - 1)}{\sqrt[4]{x - 1} \cdot (x^2 + 3)} dx.$$

- 6.⑥ Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь многозначной функции $\left\{\sqrt[4]{2z^4 - 2z^2}\right\}$ в плоскости \mathbb{C} с разрезом по отрезку $[-1; 1]$ такая, что $g(\sqrt{2}) = \sqrt{2} \cdot e^{-i\pi/2}$. Вычислить

$$\oint_{|z|=\frac{\sqrt{5}}{2}} \frac{\cos \frac{1}{z}}{g(z) + iz} dz.$$

- 7.④ (только для 6 факультета). Найти какое-нибудь конформное отображение $w = f(z)$ области $D = \{z = x + iy : x > 0, y > 0, 1 < xy < 4\}$ на единичный круг $\{w : |w| < 1\}$ такое, что $f(2 + i) = 0$.

Семестровая контрольная работа по ТФКП
5 семестр 2008/2009 уч.г.

| | | | | |
|-----------------|-------------------------|---------------------|---------------|------------------------|
| | | | | |
| № группы | Фамилия студента | Сумма баллов | Оценка | Подпись препод. |

- 1.④ Разложить функцию $f(z)$ в ряд Лорана по степеням $z - 1 - i$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = -1$:

$$f(z) = \frac{z^3}{z^2 + 4} - \frac{4i}{z^2 + 2iz}.$$

Указать границы кольца сходимости.

- 2.④ Найти и исследовать все особые точки функции:

$$f(z) = \frac{(z^2 + 2z - 3) \sin \frac{\pi}{z}}{1 + \cos \pi z}.$$

Ответ обосновать.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.⑤
$$\oint_{|z - \frac{1}{2}|=1} \frac{z^3 \cdot e^{\frac{1}{z-1}}}{1+z} dz.$$

4.④
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-3) \sin(2-x)}{x^2 - 2x + 2} dx.$$

5.⑥
$$\int_{-2}^{-1} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{x+2}{x+1}} dx.$$

- 6.⑥ Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь многозначной функции $\left\{\sqrt[4]{z^4 - 3z^2}\right\}$ в плоскости \mathbb{C} с разрезом по отрезку $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ такая, что $g(2) = \sqrt{2} \cdot e^{i\pi/2}$. Вычислить

$$\oint_{|z|=\frac{9}{5}} \frac{z^2 + z + 1}{z(g(z) + i\sqrt{2})} dz.$$

- 7.④ (только для 6 факультета). Найти конформное отображение $w = f(z)$ внешности дуги окружности $\left\{z = e^{i\varphi} : \varphi \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]\right\}$ на внутренность единичного круга $\{w : |w| < 1\}$ такое, что $f(0) = 0$ и $f(1) = 1$.

Семестровая контрольная работа по ТФКП
5 семестр 2008/2009 уч.г.

| | | | | |
|-----------------|-------------------------|---------------------|---------------|------------------------|
| | | | | |
| № группы | Фамилия студента | Сумма баллов | Оценка | Подпись препод. |

- 1.④ Разложить функцию $f(z)$ в ряд Лорана по степеням $z - 2i$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = -2 - i$:

$$f(z) = \frac{(i+1)z - 2i}{z^2 - (4+2i)z + 4 + 4i} + \frac{z}{z - 2 - 2i}.$$

Указать границы кольца сходимости.

- 2.④ Найти и исследовать все особые точки функции:

$$f(z) = \frac{\sin \frac{\pi}{z} + 1}{(3z^2 + z - 2)(1 - \cos(2\pi z))}.$$

Ответ обосновать.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.⑤
$$\oint_{|z|=3/2} \frac{z-i}{z+2i} \cdot \sin\left(\frac{z+i}{z-i}\right) dz.$$

4.④
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+1)\cos(3-x)}{x^2-4x+5} dx.$$

5.⑥
$$\int_{-1}^{+\infty} \frac{\ln(x+1) \cdot \sqrt[4]{x+1}}{x^2+4x+4} dx.$$

- 6.⑥ Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь многозначной функции $\left\{ \sqrt[4]{2z^4 - 8z^2} \right\}$ в плоскости \mathbb{C} с разрезом по отрезку $[-2; 2]$ такая, что $g(-2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \cdot e^{i\pi/2}$. Вычислить

$$\oint_{|z|=\sqrt{7}} \frac{e^{1/z^2}}{g(z) + iz} dz.$$

- 7.④ (только для 6 факультета). Найти какое-нибудь конформное отображение $w = f(z)$ области $D = \{z = x + iy : x > 0, y > 0, xy < 1\}$ на верхнюю полуплоскость $\{w : \text{Im } w > 0\}$ такое, что $f(1+i) = 0$, $f(1) = 1$.
-

Семестровая контрольная работа по ТФКП
5 семестр 2008/2009 уч.г.

| | | | | |
|-----------------|-------------------------|---------------------|---------------|------------------------|
| | | | | |
| № группы | Фамилия студента | Сумма баллов | Оценка | Подпись препод. |

- 1.④ Разложить функцию $f(z)$ в ряд Лорана по степеням $z - 3$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = -4$:

$$f(z) = \frac{2z^3}{z^2 - 9} + \frac{9i}{z^2 - (6 + i)z + 9 + 3i}.$$

Указать границы кольца сходимости.

- 2.④ Найти и исследовать все особые точки функции:

$$f(z) = \frac{(2z^2 - z - 3)\left(\cos \frac{\pi}{z} - 1\right)}{1 + \sin \pi z}.$$

Ответ обосновать.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.⑤
$$\oint_{|z+1|=1/2} \frac{z^3 + z}{z - 1} \cdot \operatorname{ch} \left(\frac{1}{z + 1} \right) dz.$$

4.④
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x + 3) \sin(1 - x)}{x^2 - 4x + 5} dx.$$

5.⑥
$$\int_0^1 \frac{x \cdot \sqrt[3]{x(x + 1)^2}}{x^2 + 1} dx.$$

- 6.⑥ Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь многозначной функции $\left\{ \sqrt[4]{z^4 - z^2} \right\}$ в плоскости \mathbb{C} с разрезом по отрезку $[-1; 1]$ такая, что $g(\sqrt{2}) = \sqrt[4]{2} \cdot e^{i\pi/2}$. Вычислить

$$\oint_{|z|=4/3} \frac{z^2 + \sqrt{2}z + 1}{z(g(z) + i\sqrt[4]{2})} dz.$$

- 7.④ (только для 6 факультета). Найти конформное отображение $w = f(z)$ внешности полуокружности $\left\{ z = e^{i\varphi} : \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \right\}$ на внутренность единичного круга $\{w : |w| < 1\}$ такое, что $f(0) = 0$, $f(i) = i$.