

Семестровая контрольная работа по ТФКП
5 семестр 2007/2008 уч.г.

№ группы	Фамилия студента	Сумма баллов	Оценка	Подпись препод.

- 1.④ Разложить функцию $f(z)$ в ряд по степеням $(z - 1)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = 4$:

$$f(z) = -\frac{14i}{z^2 + 49} + \frac{1 + 7i}{z^2 - z(7i - 1) - 7i}.$$

- 2.④ Исследовать особые точки функции:

$$f(z) = \frac{(4\pi^2 z^2 - 1)^2 e^{\left(\frac{1}{z-1}\right)}}{\left(1 - \cos \frac{1}{z}\right)^2 z^8}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.④
$$\oint_{|z|=2} \frac{(z - 1)^3 \sin\left(\frac{1}{z-1}\right)}{(z + 1)^2} dz.$$

4.④
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x + 2) \cos(2 - 2x)}{x^2 + 4x + 5} dx.$$

5.⑥
$$\int_{-3}^{-1} \frac{\sqrt[5]{(x + 1)^2(x + 3)^3}}{x - 1} dx.$$

- 6.⑥ Регулярная ветвь многозначной функции $g(z) = \left\{ \frac{\operatorname{ch} z}{\sqrt{i - z}} \right\}$ в плоскости с разрезом $\{z \in \mathbb{C}: z = i + t, t \geq 0\}$ определена условием $g'(0) = \frac{1}{2} e^{\frac{5\pi i}{4}}$. Найти первые три члена разложения $g(z)$ в ряд Тейлора по степеням $(z - 2i)$.
-

- 7.④ (только для 6 факультета). Отобразить конформно на верхнюю полуплоскость $\{\operatorname{Im} w > 0\}$ верхнюю полуплоскость $\{\operatorname{Im} z > 0\}$ с разрезом $\{x = 0, y \in [0; \sqrt{2}]\}$ так, чтобы граничные точки $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}i; \sqrt{2}\}$ переходили соответственно в граничные точки $\{1; 2; 4\}$.
-

Семестровая контрольная работа по ТФКП
5 семестр 2007/2008 уч.г.

№ группы	Фамилия студента	Сумма баллов	Оценка	Подпись препод.

- 1.④ Разложить функцию $f(z)$ в ряд по степеням $(z - i)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = 3i$:

$$f(z) = \frac{2z}{iz^2 + 4i} + \frac{z(i+1)}{z^2 - z(2-2i) - 4i}.$$

- 2.④ Исследовать особые точки функции:

$$f(z) = \frac{\sin^2\left(\frac{1}{z-i}\right) e^{\frac{1}{z}}}{\left(1 - \cos \frac{1}{z-i}\right)^3 z^6}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.④
$$\oint_{|z|=3} \frac{(z+1)^3 \sin\left(\frac{1}{z}\right)}{z-1} dz.$$

4.④
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+1) \sin(1-x)}{x^2 + 2x + 2} dx.$$

5.⑥
$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x^2 \sqrt[7]{(x+1)^2(x+2)^5}}.$$

- 6.⑥ Регулярная ветвь многозначной функции $g(z) = e^{-z} \cdot \text{Ln}(z-1)$ в плоскости с разрезом $\{z \in \mathbb{C}: z = 1-it, t \geq 0\}$ определена условием $g''(0) = 1 - i\pi$. Найти первые три члена разложения $g(z)$ в ряд Тейлора по степеням $(z-2)$.
-

- 7.④ (только для 6 факультета). Отобразить конформно верхнюю полуплоскость $\{\text{Im } z > 0\}$ на круг $\{|w| < 2\}$ так, чтобы $w(1+i) = 0$, $w(1) = 2i$.
-

Семестровая контрольная работа по ТФКП
5 семестр 2007/2008 уч.г.

№ группы	Фамилия студента	Сумма баллов	Оценка	Подпись препод.

- 1.④ Разложить функцию $f(z)$ в ряд по степеням $(z - 1)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = 2 - i$:

$$f(z) = \frac{z(i + 1) - 5i - 2}{z^2 - 7z + 10} - \frac{5 + 3i}{z^2 - z(5 - 3i) - 15i}.$$

- 2.④ Исследовать особые точки функции:

$$f(z) = \frac{(\pi^2 z^2 - 4)^4 \sin\left(\frac{1}{z+2}\right)}{\left(1 + \cos \frac{2}{z}\right)^2 z^5}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.④
$$\oint_{|z|=3} \frac{(z - 1)^2 e^{\left(\frac{1}{z-1}\right)}}{z + 1} dz.$$

4.④
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x - 2) \cos(1 - x)}{x^2 - 4x + 5} dx.$$

5.⑥
$$\int_1^4 \frac{\sqrt[5]{(x - 1)(4 - x)^4}}{x + 2} dx.$$

- 6.⑥ Регулярная ветвь многозначной функции $g(z) = \left\{ e^{\frac{iz}{3}} \cdot \sqrt[3]{1 + z} \right\}$ в плоскости с разрезом $\{z \in \mathbb{C}: z = -1 - it, t \geq 0\}$ определена условием $g'(0) = -\frac{\sqrt{2}}{3} e^{\frac{7\pi i}{12}}$. Найти первые три члена разложения $g(z)$ в ряд Тейлора по степеням $(z + 2)$.
-

- 7.④ (только для 6 факультета). Отобразить конформно полосу $\{0 < y < \pi\}$ на единичный круг $\{|w| < 1\}$ так, чтобы $w\left(\frac{\pi i}{2}\right) = 0$, $w'\left(\frac{\pi i}{2}\right) = -\frac{\pi}{4}$.
-

Семестровая контрольная работа по ТФКП
5 семестр 2007/2008 уч.г.

№ группы	Фамилия студента	Сумма баллов	Оценка	Подпись препод.

- 1.④ Разложить функцию $f(z)$ в ряд по степеням $(z + i)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = 2$:

$$f(z) = \frac{2z - 4}{z^2 - 4z + 3} - \frac{z(2i + 1)}{z^2 + z(2i - 1) - 2i}.$$

- 2.④ Исследовать особые точки функции:

$$f(z) = \frac{\left(1 - \cos \frac{1}{z+i}\right)(e^z + 1)}{\sin^3\left(\frac{1}{z+i}\right)(z^2 + \pi^2)}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.④
$$\oint_{|z|=2} \frac{(z+1)^2 e^{\frac{1}{z}}}{(z-1)} dz.$$

4.④
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-1) \sin(2-x)}{x^2 - 2x + 2} dx.$$

5.⑥
$$\int_2^4 \frac{dx}{x^2 \sqrt[7]{(x-2)(x-4)^6}}.$$

- 6.⑥ Регулярная ветвь многозначной функции $g(z) = \left\{ \cos z \cdot \sqrt[3]{z+i} \right\}$ в плоскости с разрезом $\{z \in \mathbb{C}: z = -i - t, t \geq 0\}$ определена условием $g''(0) = \frac{7}{9} e^{\frac{7\pi i}{6}}$. Найти первые три члена разложения $g(z)$ в ряд Тейлора по степеням $(z + 2i)$.
-

- 7.④ (только для 6 факультета). Найти какое-либо конформное преобразование $w(z)$, переводящее полукруг $\{|z| < 1, y > 0\}$ в верхнюю полуплоскость $\{\text{Im } w > 0\}$ такое, что $w(1) = 0, w(-1) = 4$.
-