

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Дифференциальные уравнения**

Курс **2**

Семестр **6**

2007/2008 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

- 1.④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' + 4y'' + 4y' = 2x + \cos^2 x.$$

- 2.④ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + 24y + 44z, \\ \dot{y} = x + 19y + 32z, \\ \dot{z} = -x - 12y - 21z, \end{cases} \quad \lambda_1 = -1; \quad \lambda_{2,3} = 1.$$

- 3.⑥ Найти общее решение уравнения

$$8xy'' + 4(x-2)y' - 4(x+2)y + 9x^2e^{-x} = 0, \quad x > 0.$$

- 4.⑤ Решить задачу Коши:

$$(1+y^2)^2 y'' + (1+y^2)y' = 2ye^{\arctg y} y'^3; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

- 5.⑤ Найти все решения уравнения, исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые

$$2yy' = (y^2 + 2)x.$$

- 6.⑤ Найти допустимую экстремаль функционала и исследовать его на экстремум

$$J(y) = \int_1^2 \left(x^2 y'^2 + \operatorname{sh} x y y' + \left(\frac{\operatorname{ch} x}{2} + 2 \right) y^2 + 8x^2 y \right) dx; \quad y(1) = -1, \quad y(2) = 0.$$

- 7.⑤ Найти положения равновесия системы. Определить характер положения равновесия и нарисовать фазовые траектории в окрестности положения равновесия для линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(1 + 2x + y), \\ \dot{y} = \arcsin(4x - y + y^2). \end{cases}$$

- 8.⑥ Найти общее решение и решить задачу Коши

$$yx^2 \frac{\partial u}{\partial x} + y^2(2x-y) \frac{\partial u}{\partial y} + x^2(x-y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0; \quad u = e^{-z/x} \quad \text{при} \quad x = 2y, \quad x > 0.$$

9. Доказать, что любое решение уравнения $y'' + (2 + \cos 3x)y = 0$ имеет хотя бы один нуль на отрезке $[-1, 3]$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Дифференциальные уравнения**

Курс **2**

Семестр **6**

2007/2008 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

- 1.④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' - 4y' = e^{2x} - 4 \sin^2 x.$$

- 2.④ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = y + 2z, \\ \dot{y} = -9x + 10y + 14z, \\ \dot{z} = 4x - 4y - 5z, \end{cases} \quad \lambda_1 = 3; \quad \lambda_{2,3} = 1.$$

- 3.⑥ Найти общее решение уравнения

$$x^2 y'' - 4x(x+1)y' + (8x+6)y = 8x^5 e^{4x}, \quad x > 0.$$

- 4.⑤ Решить задачу Коши:

$$\cos x y y' + \sin x y y'' + (2 \cos x - \sin x) y'^2 = 0; \quad y(2) = 1, \quad y'(2) = -\frac{1}{2}.$$

- 5.⑤ Найти все решения уравнения, исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые

$$2 \left(y + \ln \frac{y'}{x} \right) = x y'.$$

- 6.⑤ Найти допустимую экстремаль функционала и исследовать его на экстремум

$$J(y) = \int_1^2 \left(y'^2 + \left(\arcsin \frac{x}{3} \right) y y' + \frac{4}{x} y + \left(\frac{1}{2\sqrt{9-x^2}} + \frac{2}{x^2} \right) y^2 \right) dx; \quad y(1) = 1, \quad y(2) = 6.$$

- 7.⑤ Найти положения равновесия системы. Определить характер положения равновесия и нарисовать фазовые траектории в окрестности положения равновесия для линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{-2x+y} - 1, \\ \dot{y} = \operatorname{arctg}(4x + y - x^2). \end{cases}$$

- 8.⑥ Найти общее решение и решить задачу Коши

$$\frac{y^4}{z^2} \frac{\partial u}{\partial x} + y^2 \frac{\partial u}{\partial y} + (yz + z^3) \frac{\partial u}{\partial z} = 0; \quad u = \frac{1+2y}{x-y^2-y} \quad \text{при} \quad y = z, \quad z > 0, \quad y > 0.$$

9. Доказать, что каждое нетривиальное решение уравнения $\sqrt{1+x^3} y'' + y = 0$ имеет не более одного нуля на отрезке $[2, 6]$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2

Семестр 6

2007/2008 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

- 1.④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' + 4y' = 4e^{-2x} + 12x^2.$$

- 2.④ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -x - 4y + 6z, \\ \dot{y} = x + y - 2z, \\ \dot{z} = -x - 2y + 4z, \end{cases} \quad \lambda_1 = 2; \quad \lambda_{2,3} = 1.$$

- 3.⑥ Найти общее решение уравнения

$$xy'' - (2x + 1)y' - (3x + 1)y = 32x^2e^{-x}, \quad x > 0.$$

- 4.⑤ Решить задачу Коши:

$$y'' + \operatorname{ch} y y'^2 + e^{\operatorname{sh} y} \operatorname{sh} y y'^3 = 0; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

- 5.⑤ Найти все решения уравнения, исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые

$$yy'x = y'^2x^2 \ln x + 1, \quad x > 1.$$

- 6.⑤ Найти допустимую экстремаль функционала и исследовать его на экстремум

$$J(y) = \int_1^3 (\sin 2x yy' + (\cos 2x - 6)y^2 - 3x^2y'^2 + 20x^3y) dx; \quad y(1) = \frac{2}{3}, \quad y(3) = -6.$$

- 7.⑤ Найти положения равновесия системы. Определить характер положения равновесия и нарисовать фазовые траектории в окрестности положения равновесия для линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{sh}(3x - y + y^2), \\ \dot{y} = \ln(1 + 2x + y). \end{cases}$$

- 8.⑥ Найти общее решение и решить задачу Коши

$$x^2(x - 2y) \frac{\partial u}{\partial x} - xy^2 \frac{\partial u}{\partial y} + (x + zy(x - y)) \frac{\partial u}{\partial z} = 0; \quad u = yz \quad \text{при} \quad y = 2x, \quad x > 2y > 0.$$

9. Доказать, что любое решение уравнения $y'' + x^x y = 0$ имеет хотя бы один нуль на отрезке $[2, 4]$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2

Семестр 6

2007/2008 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' - y'' = 8e^{2x} - 16 \cos^2 x.$$

2.④ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -6x - 5y - 10z, \\ \dot{y} = 8x + 7y + 6z, \\ \dot{z} = x + y + 6z, \end{cases} \quad \lambda_1 = -1; \quad \lambda_{2,3} = 4.$$

3.⑥ Найти общее решение уравнения

$$2x^2 y'' - x(x+8)y' + 2(x+6)y = 2x^5 e^{x/2}, \quad x > 0.$$

4.⑤ Решить задачу Коши:

$$\operatorname{ch} x y y'' + \operatorname{sh} x y y' = (\operatorname{ch} x - 3 \operatorname{sh} x) y'^2; \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -1.$$

5.⑤ Найти все решения уравнения, исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые

$$3y y'^2 - x y'^3 + 108x^4 = 0.$$

6.⑤ Найти допустимую экстремаль функционала и исследовать его на экстремум

$$J(y) = \int_1^e \left((4 \operatorname{arctg} x) y y' - y'^2 - \frac{2y^2}{x^2(1+x^2)} + 8 \frac{\ln x}{x^2} y \right) dx; \quad y(1) = -1, \quad y(e) = 1.$$

7.⑤ Найти положения равновесия системы. Определить характер положения равновесия и нарисовать фазовые траектории в окрестности положения равновесия для линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = \arcsin \left(x + \frac{y^2}{2} \right), \\ \dot{y} = \ln \left(1 - x + \frac{3}{2} y \right). \end{cases}$$

8.⑥ Найти общее решение и решить задачу Коши

$$(x^2 + xy + z^3) \frac{\partial u}{\partial x} - (z^3 - xy - y^2) \frac{\partial u}{\partial y} + z(x+y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0; \quad u = z(x-y-z) \text{ при } (x+y) = z^2, \quad x > 0, \quad y > 0, \quad z > 0.$$

9. Доказать, что каждое нетривиальное решение уравнения $\sqrt{15 + xy''} + y = 0$ имеет не более одного нуля на отрезке $[1, 4]$.
