

Чхартушвили А.Г.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

### Об одном примере динамики структур информированности

Одним из перспективных направлений теоретико-игрового моделирования является моделирование сложной информированности в ситуации с неопределенностью. Данный доклад является продолжением серии работ (см., напр., [1-3]), в которых при помощи аппарата рефлексивных игр исследуется принятие решений в условиях неполной информированности. Альтернативой является моделирование в русле байесовых игр – подход, подробно изложенный, например, в статье [4] (см. также [5]).

Опишем структуру информированности игроков (*агентов*) в ситуации неполной информированности. Пусть в игре участвует  $n$  игроков, будем их называть *реальными агентами*. Их информированность может быть описана при помощи следующих понятий и множеств:

$\Theta$  – множество состояний природы;

$A_i$  – множество возможных экземпляров  $i$ -го агента,  $i \in N = \{1, \dots, n\}$ ;

$A = A_1 \cup \dots \cup A_n$  – множество всех агентов;

$\Omega \subset \Theta \times A_1 \times \dots \times A_n$  – множество *возможных миров*.

В каждом возможном мире  $\omega = (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_n)$  имеет место определенное состояние природы  $\omega_0 \in \Theta$  и определенные экземпляры  $\omega_i \in A_i$  каждого агента. Будем говорить, что агент  $\omega_i$  принадлежит миру  $\omega$ , или входит в мир  $\omega$ .

$\eta$  – *функция информированности* агента, которая каждому агенту  $a \in A$  ставит в соответствие множество миров  $\eta(a) \subset \Omega$ , которые агент считает возможными в силу своей информированности.

$\omega^* \in \Omega$  – *реальный мир*. Один из возможных миров является реальным, т.е. характеризуется тем состоянием природы и теми агентами, которые существуют на самом деле.

При помощи описанной конструкции (*множественной структуры информированности*) можно формализовать ряд интуитивных информационных

свойств (информированность одного агента о другом, большая или меньшая информированность), в том числе изменение информированности в результате взаимодействия участников игры.

Сформулируем, например, задачу, которая могла бы встретиться на олимпиаде по математике для школьников.

*Условие задачи.* Трое друзей играют в игру со следующими правилами. Третий задумывает два (возможно, совпадающих) целых числа в промежутке от 1 до 9 включительно и сообщает первому сумму этих чисел, а второму – их произведение. Затем третий спрашивает: «какие числа задуманы?» Первый и второй должны назвать эти числа, либо ответить «не знаю» (отвечают одновременно и не обмениваясь какой-либо информацией).

Оба ответили на вопрос одинаково: «не знаю». Третий повторил вопрос: какие числа задуманы? Первый и второй, подумав, опять ответили: «не знаю». Третий опять повторил вопрос и получил тот же ответ. Так повторялось семь раз, а на восьмой первый назвал задуманные числа.

*Вопрос задачи:* какие числа были задуманы?

Ясно, что для ответа на вопрос задачи необходимо описать, как изменялась информированность первого и второго игроков (в частности, каким образом первый игрок от неполной информированности о ситуации – ведь он знал лишь сумму чисел – пришел к полной информированности). Для этого, в свою очередь, необходимо описать эту информированность (в том числе ее рефлексивную компоненту – информированность об информированности оппонента), а также связь между информированностью и ответами игроков.

Оказывается, что понятие множественной структуры информированности (и визуализирующего ее графа с вершинами, обозначающими миры и агентов) позволяет провести исчерпывающий анализ данной и подобных ей задач [6].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры. – М.: СИНТЕГ, 2003.
2. Чхартишвили А.Г. Информационное равновесие / Управление большими системами. Сборник трудов. Выпуск 3. – М.: ИПУ РАН, 2003. – С. 100 – 119.
3. Чхартишвили А.Г. Теоретико-игровые модели информационного

управления. – М.: ПМСОФТ, 2004.

4. *Aumann R.J.* Interactive epistemology I: Knowledge // *International Journal of Game Theory*. – 1999 – Vol. 28, N. 5. – P. 263-300.

5. *Aumann R.J., Heifetz A.* Incomplete Information // *Handbook of Game Theory*, Vol. 3, ed. by R.J. Aumann and S. Hart. – Amsterdam: Elsevier. – 2002. – P. 1665–1686.

6. *Чхртишвили А.Г.* Рефлексивные игры: трансформация структур информированности // *Проблемы управления*. – 2008. – № 5. – С. 43 – 48.