

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»
2 курс, 4 семестр, 2009/2010 уч.г.

1. Методы решения простейших уравнений первого порядка: уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения.
2. (Кроме потоков Романко В.К. и Ипатовой В.М.): Метод введения параметра; уравнение, не содержащее какой-либо переменной.
(Для потока Ипатовой В.М.): Метод введения параметра для уравнения первого порядка, не разрешённого относительно производной.
3. (Кроме потоков Романко В.К. Егорова А.И. и Ипатовой В.М.): Уравнения, допускающие заданную группу, использование инвариантности уравнения для понижения его порядка; некоторые типы уравнений, допускающих понижение порядка.
(Для потока Ипатовой В.М.): Методы понижения порядка дифференциальных уравнений.
4. Методы решения одного линейного (однородного и неоднородного) уравнения с постоянными коэффициентами.
5. Методы решения нормальных линейных систем (однородных и неоднородных) с постоянными коэффициентами.
6. Экспонента квадратной матрицы; матричные формулы решения задачи Коши для нормальных линейных систем с постоянными коэффициентами.
7. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальных систем (доказательство можно проводить для одного уравнения).
(Только для потоков Абрамова А.А. и Ипатовой В.М.): Теорема о продолжении решения нормальной системы до выхода его графика на границу ограниченной области.
8. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от параметров, входящих в правую часть, и от начальных данных. Дифференцируемость по тем же параметрам (Для потоков Ипатовой В.М. и Романко В.К. — без доказательства). Уравнение в вариациях.
9. Уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной, постановка задачи Коши; теорема существования и единственности её решения. Особое решение.
10. Нормальная автономная система уравнений. Фазовое пространство, свойства решений, положение равновесия.
(Для потока Ипатовой В.М. и Романко В.К.): Теорема о «выпрямлении траекторий».
11. Классификация положений равновесия линейных автономных систем второго порядка.
12. Первые интегралы систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
13. Линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка. Общее решение уравнения и задача Коши для него.
14. (Для потока Ипатовой В.М.): Линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для него.
15. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
16. Фундаментальная система и фундаментальная матрица решений нормальной линейной однородной системы дифференциальных уравнений и одного линейного уравнения n -го порядка.
17. Определитель Вронского, формула Лиувилля–Остроградского (для линейной системы и одного линейного уравнения n -го порядка).
18. Метод вариации постоянных для линейной системы и для одного линейного уравнения n -го порядка.
19. Теорема Штурма. (Теорема сравнения.)
20. Простейшая задача вариационного исчисления.
21. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления: задача для нескольких неизвестных функций, для функционалов, содержащих производные высших порядков, задача со свободным концом.
22. Изопериметрическая задача.
23. Задача Лагранжа.
24. Преобразование Лапласа и его применение для решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
25. (Кроме потоков Егорова А.И. и Ипатовой В.М.): Исследование краевых задач для линейного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, в частности, при наличии малого параметра при старшей производной.
26. (Только для потока Егорова А.И.): Исследование краевых задач для уравнений второго порядка. Функция Грина.
27. (Кроме потока Ипатовой В.М.): Устойчивость положений равновесия автономных систем. Достаточные условия асимптотической устойчивости.