

ИНТЕРФЕРОМЕТР ФАБРИ–ПЕРО

Преподаватель: доцент, к.ф.-м.н. Чехов Дмитрий Иванович
(МФТИ)

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является ознакомление с принципом работы интерферометра Фабри–Перо, изучением его основных характеристик и проведение с его помощью спектральных исследований.

2. ВВЕДЕНИЕ

Среди разнообразных оптических методов диагностики состояния различных сред особое место занимают спектроскопические методы, основанные на применении спектральных приборов для исследования спектров излучения, поглощения, рассеяния, отражения и т.д. Изучение этих спектров позволяет получить обширную информацию как о физических процессах в источниках излучения, так и о физических свойствах среды, в которой распространяется это излучение.

При исследовании спектрального состава излучения применяются самые различные приборы и методы. Однако в настоящее время наиболее широко распространены спектральные приборы, в которых излучение с различными длинами волн разделяются в пространстве. Для этого используются три основных физических явления:

- дисперсия показателя преломления различных веществ, т.е. зависимость показателя преломления n от частоты излучения ν или длины волны λ ;
- зависимость от частоты излучения угла дифракции на периодических структурах $\varphi(\nu)$;
- интерференция – зависимость результата сложения амплитуд двух или более лучей от набега фаз на заданном отрезке пути.

Следует отметить, что граница между двумя последними явлениями довольно расплывчата – сложение претерпевших дифракцию лучей тоже происходит по законам интерференции.

Первые два явления используются соответственно в призмных и дифракционных приборах, обладающих сравнительно небольшой све-

тосилой и разрешающей способностью. Существенно улучшить эти характеристики позволяют спектральные приборы, действие которых основано на интерференции лучей. Интерферометры Рэлея, Физо, Майкельсона, Маха–Цандера, Жамена и др. основаны на интерференции двух лучей и называются двухлучевыми. В интерферометрах Люммера–Герке и Фабри–Перо (ИФП) интерферируют множество световых лучей и их называют многолучевыми. Среди его широкого набора интерферометров различных типов ИФП имеет, пожалуй, самые высокие параметры при относительной простоте и малых размерах, что и обусловило его широкое применение в практике спектроскопических исследований для получения спектров с высоким разрешением. Свойства и характеристики ИФП подробно описаны в руководствах по спектроскопии (см., например, [1–3]). Отметим, что особые свойства ИФП сделали возможным как его применение в качестве резонатора лазеров, так и одним из основных спектральных приборов для исследования спектрального состава их излучения. В настоящее время интерферометр Фабри–Перо почти полностью вытеснил из спектроскопической практики другие типы приборов высокого разрешения. Его конструкции достаточно разнообразны и достигли высокой степени совершенства, а способы применения и области использования непрерывно расширяются. Основные направления практического использования ИФП лежат в области измерений длин волн, измерений профилей линий поглощения и излучения, изучения тонкой и сверхтонкой структуры спектральных линий, измерений модового состава лазерного излучения. ИФП также используются в системах автоматической стабилизации длины волны излучения лазеров на красителях и т.д.

3. УСТРОЙСТВО И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИФП

Конструкция ИФП. Интерферометр Фабри–Перо (или, как его еще называют, эталон Фабри–Перо) представляет собой плоскопараллельный слой из оптически однородного прозрачного материала, ограниченный отражающими плоскостями. Наиболее широко применяемый ИФП состоит из двух клиновидных стеклянных или кварцевых пластинок (рис. 1).

На обращенные к друг другу плоскости пластинок (изготавливаемые с высокой точностью $\sim 0,01$ длины волны) наносится хорошо отражающее покрытие, а на внешние поверхности — просветляющее. Клиновидная форма пластинок предотвращает нежелательную интерференцию лучей, отраженных от внешних поверхностей пластинок (практически достаточно, чтобы клиновидность пластинок была весьма мала — порядка $5 \div 10'$ и поэтому на рисунке она не отражена). Установка отражающих плоскостей параллельно друг другу и изменение расстояния между ними обычно осуществляются с помощью специальных распорных колец, размещаемых между внутренними плоскостями пластинок интерферометра и изготавливаемых из материалов с малым коэффициентом термического расширения — кварца, инвара и т.д.

При измерениях ИФП, как правило, устанавливается между входным и выходным коллиimatorными объективами. В фокальной плоскости входного коллиimatorа размещается круглая диафрагма или щель, определяющие угловые размеры веера параллельных пучков, падающих на ИФП. В фокальной плоскости выходного коллиimatorа F

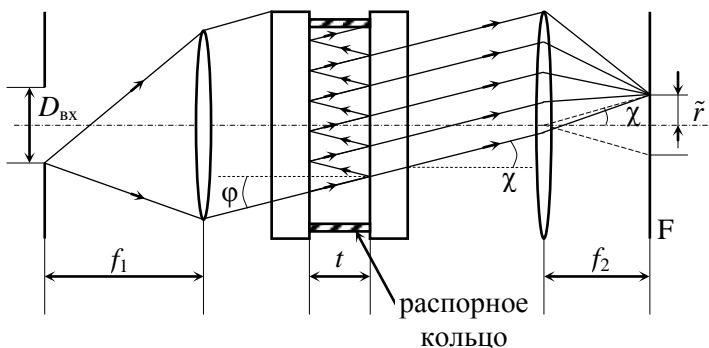


Рис. 1. Схема интерферометра Фабри–Перо

устанавливается регистрирующее устройство, в качестве которого может использоваться специализированная телекамера, фотопластинка или диафрагма (в случае фотоэлектрической регистрации одноэлементным приемником излучения – см. далее).

Отметим, что ИФП также может быть выполнен и в виде плоскопараллельной стеклянной или кварцевой пластинки, на обе поверхности которой нанесены отражающие слои (именно в этом случае его часто называют эталоном Фабри–Перо). И в том, и в другом случае расстояние t между отражающими поверхностями ИФП называется его базой.

Принцип действия ИФП. Плоская волна, падающая на ИФП (см. рис. 1), в результате многократных отражений от зеркал и частичного выхода после каждого отражения разбивается на большое число плоских когерентных волн, отличающихся по амплитуде и по фазе. Амплитуда когерентных волн убывает по закону геометрической прогрессии, а разность хода между каждой соседней парой волн, идущих в данном направлении, постоянна и равна (как нетрудно показать из геометрических соображений):

$$\Delta_0 = 2tn \cos\varphi, \quad (1)$$

где n — показатель преломления среды между зеркалами (для воздуха $n = 1$), φ — угол между лучом и нормалью к зеркалам. Луч света после прохождения через плоскопараллельную пластинку выходит из нее под углом к оси ИФП $\chi = \varphi$ (см. рис. 1). Пройдя через выходной объектив, когерентные волны интерферируют в его фокальной плоскости и образуют пространственную интерференционную картину в виде колец равного наклона (рис. 2). Условие образования интерференционного максимума при этом имеет вид

$$\Delta_{\max} = 2tn \cos\chi_{\max} = k\lambda, \quad (2)$$

где k – целое число. Это равенство означает, что максимум образуется в направлении χ_{\max} , для которых разность хода между соседними когерентными пучками равна целому числу длин волн.

Такая картина типична для интерференции в любой плоскопараллельной пластинке. Только в обычной пластинке коэффициент отражения $r = 3 \div 5\%$, что приводит к очень быстрому ослаблению пучков по мере увеличения числа отражений, а в ИФП r близко к 100%, поэтому интенсивность каждого последующего пучка мало отличается от интенсивности предыдущего. В результате этого эффективное число интерферирующих пучков оказывается большим. Именно это и обуславлива-

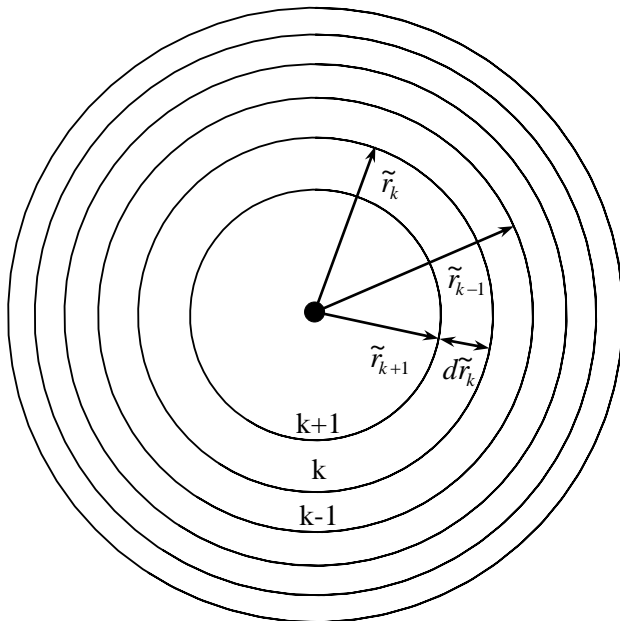


Рис. 2. Структура интерференционных колец в фокальной плоскости выходного коллиматора

ет высокую разрешающую способность ИФП.

При рассмотрении основных характеристик ИФП мы ограничимся случаем интерферометра с воздушным промежутком между зеркалами ($n = 1$), теория которого значительно проще, чем для эталона, представляющего собой стеклянную или кварцевую пластинку. Кроме того,

в настоящее время ИФП с воздушным промежутком применяются в лабораторной практике значительно чаще.

Угловая дисперсия. Выражение для угловой дисперсии ИФП получим, продифференцировав (2) по λ :

$$d\chi / d\lambda = k / (2t \sin \chi). \quad (3)$$

Исключив из (2) и (3) k , получим

$$d\chi / d\lambda = -1 / (\lambda \operatorname{tg} \chi). \quad (4)$$

При малом χ можно положить $\operatorname{tg} \chi \approx \chi$ и тогда

$$d\chi / d\lambda = -1 / (\lambda \chi). \quad (5)$$

Из (4,5) следует, что дисперсия всех ИФП независимо от их толщины и других параметров одинакова. Вблизи от нормали дисперсия обращается в бесконечность. Знак минус указывает на то, что с ростом угла наблюдения уменьшается длина волны, для которой имеет место соответствующий максимум.

Отметим, что угловая дисперсия ИФП оказывается значительно больше угловой дисперсии дифракционных решеток.

Постоянная ИФП. Для определения углового расстояния между соседними кольцами, соответствующими данной длине волны, продифференцируем (2) по k :

$$-2t \sin \chi \Delta \chi = \lambda \Delta k. \quad (6)$$

Положив $\Delta k = 1$, получим

$$\Delta \chi = -\lambda / (2t \sin \chi). \quad (7)$$

Зная угловое расстояние между кольцами $\Delta \varphi$ и угловую дисперсию ИФП, нетрудно найти интервал длин волн, соответствующий расстоянию между соседними кольцами, или **постоянную** ИФП:

$$\Delta \lambda = \frac{\Delta \chi}{d\chi / d\lambda} = \frac{\lambda^2}{2t \cos \chi} = \frac{\lambda}{k}. \quad (8)$$

Для малых углов падения $\cos \varphi \approx 1$ и

$$\Delta \lambda \approx \lambda^2 / 2t. \quad (9)$$

Постоянную ИФП можно также выразить в волновых числах:

$$\Delta\bar{v} = \Delta\lambda/\lambda^2 = 1/2t \quad (10a)$$

или в частотах:

$$\Delta\nu = c\Delta\bar{v} = c/2t, \quad (10б)$$

где c – скорость света.

Поскольку обычно $t \gg \lambda$, то область дисперсии ИФП очень мала, а порядок спектра велик. Так, например, для $\chi \approx 0$, $\lambda = 500$ нм и $t = 10$ мм $\Delta\lambda = 0,0125$ нм, а $k = 4 \cdot 10^4$. Из-за малой области дисперсии часто необходима предварительная монохроматизация падающего на ИФП излучения, чтобы ширина исследуемого спектра была меньше $\Delta\lambda$. В противном случае интерференционная картина от разных длин волн, расстояние между которыми больше $\Delta\lambda$, будет налагаться друг на друга. Для монохроматизации спектра часто применяют сочетания ИФП с призмным или дифракционным спектрографом.

Аппаратная функция. Рассмотрим случай, когда два зеркала ИФП разделены воздушным промежутком. Размеры зеркал будем считать достаточно большими, чтобы не учитывать дифракции на их краях и виньетирования наклонных пучков. Пусть оба зеркала характеризуются одинаковыми коэффициентами отражения r , поглощения ε и пропускания τ ($r + \varepsilon + \tau = 1$). Поскольку r , ε и τ – коэффициенты для интенсивностей излучения, т.е. для квадрата амплитуды светового электромагнитного поля, то соответствующие коэффициенты для амплитуды будут \sqrt{r} , $\sqrt{\varepsilon}$ и $\sqrt{\tau}$. После каждого прохождения светового пучка через зеркальный слой амплитуда световой волны изменяется в $\sqrt{\tau}$ раз, а после отражения – в \sqrt{r} раз.

Уравнение светового колебания для падающей на ИФП волны может быть записано в виде

$$E = E_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0)], \quad (11)$$

где E_0 — амплитуда волны, ω — круговая частота и φ_0 — фаза колебания.

Для первого пучка, прошедшего через два зеркальных слоя без отражений, можно записать:

$$E_1 = \tau E_0 \exp[i(\omega t + \varphi_1)]. \quad (12)$$

Для второго пучка, который кроме двух прохождений через зеркала испытал два отражения, имеем

$$E_2 = \tau r E_0 \exp\left[i(\omega t + \varphi_1 + \delta)\right], \quad (13)$$

где $\delta = 2\pi\Delta_0/\lambda$ — изменение фазы колебания в результате прохождения пучком разности хода Δ_0 .

Соответственно для k -го пучка

$$E_k = \tau r^{k-1} E_0 \exp\left\{i\left[\omega t + \varphi_1 + (k-1)\delta\right]\right\}. \quad (14)$$

Для получения окончательного результата интерференции произведем суммирование всех колебаний:

$$E = \sum_{k=1}^{\infty} E_k = E_0 \tau \exp\left[i(\omega t + \varphi_1)\right] \sum_{k=1}^{\infty} r^{k-1} \exp\left[i(k-1)\delta\right]. \quad (15)$$

Эта сумма представляет собой бесконечную геометрическую прогрессию, сумма членов которой, как нетрудно показать, равна

$$E = \frac{E_0 \tau \exp\left[i(\omega t + \varphi_1)\right]}{1 - r e^{i\delta}}. \quad (16)$$

Для нахождения интенсивности света, прошедшего через ИФП, умножим эту величину на комплексно-сопряженную. Тогда

$$I = EE^* = I_0 \frac{\tau^2}{(1-r)^2 + 4r \sin^2(\delta/2)}. \quad (17)$$

Полученное выражение носит название формулы Эйри. График этой функции для разных значений r дан на рис. 3.

Функция $I(\delta) = I(\lambda, \varphi)$ для монохроматического излучения, очевидно, является *аппаратной функцией* ИФП, причем при данной толщине ИФП максимум этой функции тем уже, чем больше r .

Из формулы (17) и рис. 3 видно, что при заданной длине волны λ зависимость функции I от $\delta = 2\pi\Delta_0/\lambda$ (или от угла φ — см (1)) имеет осциллирующий характер, причем максимумы функции $I(\delta)$ имеют место, когда $\delta/2 = k\pi$, что, как уже упоминалось ранее, соответствует $\Delta_{\max} = k\lambda$. Интенсивность в максимуме при этом равна

$$I_{\max} = \frac{I_0 \tau^2}{(1-r)^2} = \frac{I_0 \tau^2}{(\tau + \varepsilon)^2}. \quad (18)$$

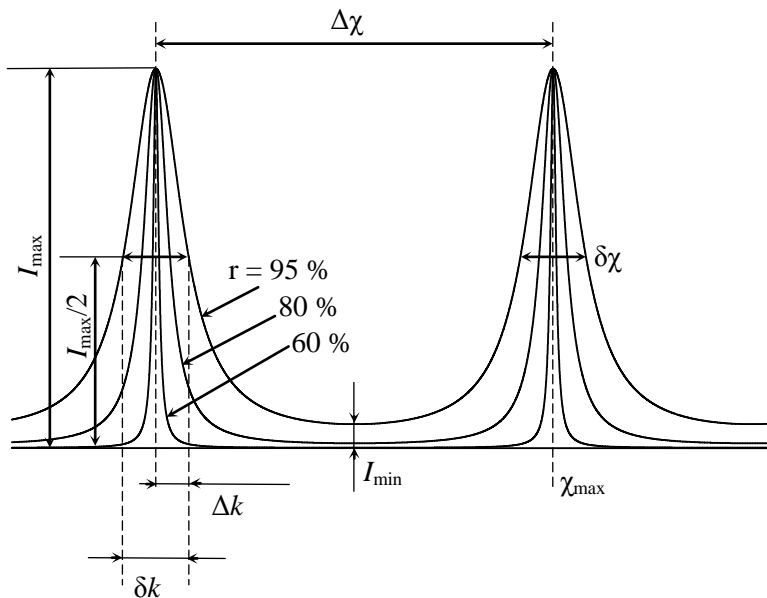


Рис. 3. График аппаратной функции ИФП $I(\lambda, \varphi)$ для различных коэффициентов отражения зеркал r

В случае отсутствия потерь на поглощение в зеркалах $1 - r = \tau$ и $I_{\max} = I_0$, т.е. вся энергия, посылаемая источником в направлении максимума, проходит через ИФП. Величина

$$T = \frac{\tau^2}{(1-r)^2} \quad (19)$$

обычно называется пропусканием ИФП в максимуме. Она зависит от коэффициента поглощения отражающих слоев $\varepsilon = 1 - r - \tau$, причем для больших r эта зависимость становится более сильной.

Поделив (17) на (18), найдем распределение интенсивностей в относительных единицах:

$$\frac{I}{I_{\max}} = \frac{1}{1 + \frac{4r}{(1-r)^2} \sin^2 \frac{\delta}{2}} = \frac{1}{1 + \eta^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}, \quad (20)$$

где

$$\eta = \frac{2\sqrt{r}}{(1-r)}. \quad (21)$$

Величину η обычно называют *коэффициентом резкости* ИФП, поскольку, как будет видно в дальнейшем, именно она определяет ширину аппаратной функции интерферометра.

Минимуму аппаратной функции, как следует из (17), соответствует $\sin(\delta/2) = 1$. Интенсивность прошедшего света при этом равна

$$I_{\min} = \frac{I_0 \tau^2}{(1+r)^2}. \quad (22)$$

Соотношение интенсивностей в максимуме и минимуме аппаратной функции $\gamma = I_{\max} / I_{\min}$ называют *контрастностью* ИФП. Очевидно, что

$$\gamma = \left(\frac{1+r}{1-r} \right)^2 \quad (23)$$

и зависит только от r . Увеличение коэффициента отражения приводит к резкому повышению контраста — к значительному выделению максимумов над непрерывным фоном.

В результате многократных отражений светового пучка от зеркал ИФП кроме системы световых пучков, испытавших четное число отражений и распространяющихся в направлении падающего на ИФП пучка света, образуется также система пучков, испытавших нечетное число отражений от зеркал. Результат интерференции этих пучков, распространяющихся в направлении зеркального отражения от поверхностей ИФП, может быть получен аналогично тому, как это было сделано для прошедшего через ИФП света. Различие между этими случаями заключается в следующем. Для света, прошедшего через ИФП, интенсивности всех соседних пучков мало отличаются друг от друга, в отраженном же свете первый пучок существенно превосходит по интенсивности все остальные интерферирующие пучки и выделяется по фазовому сдвигу.

Можно показать, что картина интерференции, наблюдаемая в отраженном свете, является дополнительной по отношению к картине, наблюдаемой в проходящем свете. Строго говоря, это справедливо лишь при отсутствии потерь на поглощение. Под теми углами, для которых в проходящем свете наблюдается узкий интерференционный максимум, в отраженном свете наблюдается узкий минимум. Если в проходящем свете несколько линий дают разделенные системы колец, то в отраженном свете контраст картины существенно уменьшается уже в том случае, когда излучение источника содержит хотя бы две спектральные линии, так как на систему широких светлых колец с узкими темными промежутками накладывается другая система широких светлых колец. Поэтому ИФП, за редким исключением, применяют для работы в проходящем свете.

Разрешающая способность. При определении разрешающей способности ИФП мы не можем воспользоваться критерием Рэля [1–3], так как аппаратный контур в этом случае не имеет побочных максимумов и минимумов. Обычно считают, что интерферометр Фабри–Перо разрешает две линии, расположенные на расстоянии $\delta\lambda$, равном полуширине этих линий (см. рис. 3). Для нахождения $\delta\lambda$ воспользуемся формулой (17), положив в ней $I/I_{\max} = 1/2$:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 + \frac{4r}{(1-r)^2} \sin^2 \frac{\delta}{2}}. \quad (24)$$

Если максимум аппаратного контура соответствует $\delta/2 = k\pi$, то в точке контура, где $I = 0,5I_{\max}$, соответствует $\delta/2 = (k + \Delta k)\pi$ (Δk — небольшая дробная доля порядка). Очевидно, что для малых Δk (т.е. для малых ширин аппаратной функции, которые реализуются при больших r):

$$\left| \sin \left[(k + \Delta k) \pi \right] \right| = \left| \sin \Delta k \pi \right| \approx \left| \Delta k \pi \right|. \quad (25)$$

Подставляя в (24) $\sin^2(\delta/2) = (\Delta k \pi)^2$, найдем значение Δk :

$$\Delta k = \frac{1}{2\pi} \frac{1-r}{\sqrt{r}}. \quad (26)$$

Расстояние δk между двумя линиями, находящимися на пределе разрешения, выраженное в долях порядка, равно удвоенному расстоянию Δk :

$$\delta k = \frac{1}{\pi} \frac{1-r}{\sqrt{r}} = \frac{2}{\pi\eta}. \quad (27)$$

Очевидно, что δk представляет собой *ширину аппаратной функции* ИФП в единицах *долей порядка спектра*. Выразим эту ширину в угловой мере (см. рис. 3). Из соотношения (27) с учетом (6) легко можно получить

$$\delta\chi = \frac{\lambda}{\pi\eta t \sin \chi}. \quad (28)$$

Отсюда видно, что *угловая ширина аппаратной функции* $\delta\chi$ зависит не только от коэффициента резкости ИФП (который, в свою очередь, однозначно определяется коэффициентом отражения зеркал), но и от базы ИФП, а также от угла χ , причем $\delta\chi$ уменьшается с ростом χ .

Сопоставим величину $\delta\chi$ с угловым расстоянием между соседними максимумами $\Delta\chi$ (7). Из (7) и (28) получим

$$\frac{\delta\chi}{\Delta\chi} = \frac{1}{\pi} \frac{1-r}{\sqrt{r}} = \frac{2}{\pi\eta}. \quad (29)$$

Найденное соотношение зависит только от η , уменьшаясь с ростом коэффициента отражения.

В соответствии с общими правилами теоретическая *разрешающая способность* ИФП определяется соотношением $R = \lambda/\delta\lambda$. Чтобы определить R , заметим, что для малых углов падения света на ИФП в соответствии с (2)

$$k = 2t/\lambda. \quad (30)$$

Дифференцируя это выражение, получим

$$\lambda\delta k + k\delta\lambda = 0. \quad (31)$$

Тогда из (31) следует

$$R = \lambda/\delta\lambda = |k/\delta k|. \quad (32)$$

Подставляя в (32) значения k из (30) и δk из (27), получим

$$R = \frac{2\pi t}{\lambda} \frac{\sqrt{r}}{1-r}. \quad (33)$$

Минимальный разрешимый интервал, выраженный в длинах волн, будет равен

$$\delta\lambda = \frac{\lambda^2(1-r)}{2\pi t\sqrt{r}}. \quad (34)$$

Величина $\delta\lambda$ представляет собой спектральную ширину аппаратной функции, которую необходимо знать для оценки вносимых ИФП аппаратурных искажений.

При больших коэффициентах отражения можно заменить \sqrt{r} единицей, и тогда с точностью до нескольких процентов

$$R = \frac{2\pi t}{\lambda(1-r)} \approx \frac{6t}{\lambda(1-r)}. \quad (35)$$

Таким образом, разрешающая способность прямо пропорциональна базе ИФП t .

При больших значениях r и t величина R оказывается очень значительной. Так, при $r = 0,9$, $\lambda = 500$ нм и $t = 10$ мм $R \approx 10^6$, а минимально разрешимый интервал длин волн $\delta\lambda \approx 5 \cdot 10^{-4}$ нм.

По аналогии с формулой разрешающей способности решетки (см. [2]) для ИФП можно записать

$$R = kN_{eff} = \frac{2t}{\lambda} N_{eff}. \quad (36)$$

Здесь N_{eff} — эффективное число пучков, т.е. такое число пучков равной интенсивности, которое обеспечивает ту же разрешающую способность, что и бесконечная последовательность пучков убывающей интенсивности.

Сравнивая (32) и (36) и учитывая (27), найдем эффективное число пучков:

$$N_{eff} = \frac{1}{\delta k} = \frac{\pi\sqrt{r}}{1-r}. \quad (37)$$

Из (37) видно, что эффективное число пучков равно числу интерференционных колец, которое может быть разрешено в интервале между двумя соседними порядками.

При выводе формул для разрешающей способности и эффективного числа пучков мы условно считали предельно разрешимыми линии, расположенные на расстоянии $\delta\lambda$, равном их полуширине. Провал в суммарном контуре двух линий равной интенсивности при этом составляет около 17%. Если исходить из требования, что величина провала в суммарном контуре должна быть 20% (критерий Рэлея), то в формулы (33) и (37) вместо π войдет множитель 2,98.

Из формулы (33) вытекает, что для повышения R необходимо использовать зеркала с возможно более высоким коэффициентом отражения. Однако практически увеличивать R можно лишь до определенного предела, связанного с уменьшением светосилы ИФП. Действительно, величина интенсивности света, прошедшего через ИФП (см. (17)), определяется не только коэффициентом отражения k , но и коэффициентом пропускания τ . Реальный же интерферометр обладает конечными потерями на поглощение в отражающих покрытиях. Поэтому при увеличении коэффициента отражения до величины, близкой к $(1 - \epsilon)$, пропускание ИФП, как видно из (18), будет стремиться к нулю. Так, чтобы при $r = 0,9$ получить отношение $I_{\max}/I_0 \geq 0,9$, необходимо использовать зеркала с $\epsilon \leq 0,005$. Для отражающих слоев из напыленного металлического серебра при $r = 0,93$ коэффициент поглощения $\epsilon = 0,042$, при этом $I_{\max}/I_0 = 0,16!$ У многослойных диэлектрических зеркал коэффициент поглощения существенно меньше, чем у металлических. Однако такие зеркала являются селективными отражателями и для них величина r сильно зависит от длины волны.

Таким образом, при заданном значении ϵ величина r должна определяться из оптимальных условий для величин I_{\max}/I_0 и R . Для повышения же разрешающей способности следует увеличивать r , жертвуя светосилой ИФП.

Разрешающая способность реального ИФП. Как следует из (33), величина теоретической разрешающей способности быстро растет по мере приближения r к единице. Однако при использовании зеркал с большими коэффициентами отражения реальная разрешающая способность ИФП оказывается значительно ниже, чем теоретическая. Это связано с тем, что на практике аппаратный контур ИФП при больших r начинает существенно отличаться от контура, описываемого формулой Эйри (17), выведенной для идеального ИФП, имеющего бесконечные, абсолютно плоские и строго параллельные отражающие поверхности. Дифракция лучей, связанная с конечными размерами зеркал a , однако малосущественна для спектроскопических применений ИФП, поскольку в этом случае, как правило, $a \sim t$ (напротив, для ИФП, используемых в качестве лазерных резонаторов, обычно $a \ll t$ и тогда дифракционные

эффекты играют значительную, а часто и преобладающую роль). Более важным в спектроскопических ИФП является виньетирование лучей после ряда отражений при конечных размерах зеркал, приводящее к уменьшению числа интерферирующих пучков и, как следствие, к снижению разрешающей силы ИФП. Однако наиболее существенным является отклонение отражающих поверхностей от идеальной плоскости, неизбежно получающееся при изготовлении зеркал. Даже незначительные вариации величины базы ИФП в различных участках его поверхности, связанные с этими отклонениями, размывают интерференционную картину и снижают разрешающую способность. Можно показать, что для того, чтобы дефекты изготовления зеркал не приводили к существенному уширению аппаратного контура, точность изготовления зеркал должна быть, например, для $r = 94\%$ не хуже, чем $\lambda/100$. Между тем на сегодняшний день эта величина близка к пределу возможной точности изготовления поверхности.

Линейные параметры интерференционной картины. Интерферометр Фабри–Перо обладает осевой симметрией, и поэтому для каждого постоянного значения угла $\chi_{\max} = \text{const}$, удовлетворяющего условию (2), в фокальной плоскости выходного коллиматора F (см. рис. 1), как уже упоминалось, образуются интерференционные максимумы равного наклона, имеющие при круглой входной диафрагме форму окружностей, а при щелевой входной диафрагме — частей окружностей. Определим линейные параметры этой картины.

Когерентные пучки, идущие под углом χ_{\max} , образуют в фокальной плоскости объектива кольцеобразный максимум, радиус которого равен $\tilde{r}_k = f_2 \text{tg}\chi_{\max}$. Обычно угловые размеры входной диафрагмы $D_{\text{вх}}$ малы (доли и единицы градуса) и, значит, малы и углы χ_{\max} . Поэтому с достаточным приближением можно положить $\text{tg}\chi_{\max} \approx \sin\chi_{\max} \approx \tilde{r}_k / f_2$, что позволяет преобразовать соотношение (2) к виду

$$k\lambda = 2t \cos\chi_{\max} = 2t \sqrt{1 - \sin^2\chi_{\max}} \approx 2t \sqrt{1 - \left(\frac{\tilde{r}_k}{f_2}\right)^2}. \quad (38)$$

Разлагая полученное выражение в ряд и ограничиваясь первым членом разложения, имеем

$$k\lambda \approx 2t \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\tilde{r}_k^2}{f_2^2} \right), \quad (39)$$

откуда

$$\tilde{r}_k^2 = 2f_2^2 \left(1 - \frac{k\lambda}{2t} \right) \quad (40)$$

или

$$\tilde{r}_k = f_2 \sqrt{2 \left(1 - \frac{k\lambda}{2t} \right)}, \quad (41)$$

где \tilde{r}_k – радиус интерференционного кольца порядка k .

Проанализируем выражение (41). Как мы видим, меньшему радиусу кольца соответствует больший порядок спектра k (рис. 2), и, следовательно, в центре интерференционной картины ($\chi = 0$) порядок спектра максимален (для данного интерферометра).

Из (41) также следует, что в данном порядке спектра k для большей длины волны радиус кольца меньше и наоборот. Существенным является то, что величина \tilde{r}_k нелинейно связана с λ и k . Линейная зависимость от λ и k справедлива лишь для \tilde{r}_k^2 .

Дифференцируя (40) при постоянной λ , получим $d\tilde{r}_k^2 = -f_2^2(\lambda/t)dk$ или для соседних порядков спектра:

$$d\tilde{r}_k^2 = \tilde{r}_k^2 - \tilde{r}_{k+1}^2 = f_2^2 \lambda / t. \quad (42)$$

Отсюда следует, что разность квадратов радиусов (а также диаметров) соседних интерференционных колец при $\lambda = \text{const}$ является величиной постоянной для данного интерферометра.

Вместе с тем легко показать, что

$$d\tilde{r}_k = \tilde{r}_k - \tilde{r}_{k+1} = f_2^2 \frac{\lambda}{2\tilde{r}_k t}, \quad (43)$$

откуда вытекает, что разность радиусов соседних колец уменьшается с увеличением \tilde{r}_k , а именно $d\tilde{r}_k \propto 1/\tilde{r}_k$. Это означает, что интерференционные кольца сгущаются по мере увеличения их радиусов (см. рис. 2).

Следует отметить, что рассмотренные закономерности для \tilde{r}_k , $d\tilde{r}_k$ и $d\tilde{r}_k^2$ не зависят от параметров отражающих слоев; они являются характеристиками только плоскопараллельного слоя, т.е. резонатора.

Найдем линейную ширину интерференционного максимума — *линейную ширину аппаратной функции* $\delta\tilde{r}$. Воспользовавшись выражением (28) и учитывая, что для малых углов, $\delta\tilde{r} = f_2\delta\chi$, получим

$$\delta\tilde{r} = f_2^2 \frac{\lambda}{\pi\eta\tilde{r}_k t}. \quad (44)$$

Выражение (44) показывает, что линейная ширина аппаратной функции также уменьшается с увеличением радиуса кольца ($\delta\tilde{r} \propto 1/\tilde{r}_k$). Но, в отличие от $d\tilde{r}_k$ (см. (43)), величина $\delta\tilde{r}$ зависит от η и, следовательно, от величины коэффициента отражения r , уменьшаясь с увеличением r .

Заметим, что выражение для $\delta\tilde{r}$ (44) неприменимо для центральной точки интерференционной картины, где $\tilde{r}_k = 0$ и, значит, $\delta\tilde{r} = \infty$, что лишено физического смысла. Это обусловлено тем, что операция дифференцирования при выводе выражения (28) и затем (44) неприменима для областей, где $\chi \approx \delta\chi$ (или $\delta\tilde{r} \approx \tilde{r}_k$).

Линейная дисперсия ИФП. Изменение длины волны вызывает изменение радиуса интерференционного кольца, поэтому *линейную дисперсию* интерферометра можно определить как отношение $d\tilde{r}/d\lambda$. Учитывая, что $\tilde{r} = f_2 \operatorname{tg}\chi$, из (5) легко можно получить для линейной дисперсии следующее выражение:

$$d\tilde{r}/d\lambda = -f_2^2 \frac{1}{\lambda\tilde{r} \cos^2 \chi}. \quad (45)$$

Существенно, что линейная дисперсия растет с уменьшением \tilde{r} ! Однако следует отметить, что, как уже обсуждалось, понятие линейной дисперсии становится некорректным при $\chi = 0$ ($\tilde{r} = 0$). В центре интерференционной картины изменение длины волны ведет не к изменению радиуса кольца, а к изменению интенсивности центрального интерференционного максимума.

Для точки $\tilde{r} = 0$ интенсивность света, прошедшего через ИФП, определяется выражением

$$I(\lambda, n, t) = I_{\max} \frac{1}{1 + \eta^2 \sin(2\pi nt/\lambda)} \quad (46)$$

(здесь мы учли, что в принципе показатель преломления n в промежутке между зеркалами ИФП может быть отличен от единицы).

Из (46) следует, что изменение n или t при заданной длине волны приводит к периодическому изменению пропускания ИФП между значениями I_{\max} и I_{\min} . При некогерентном же излучении интенсивность на оси интерференционной картины становится функцией длины волны, что может быть использовано для фотоэлектрической регистрации спектров (см. далее).

Влияние температуры и давления на инструментальный контур ИФП. Изменение температуры ИФП приводит к смещению интерференционных колец за счет теплового расширения специальных распорных колец, устанавливаемых между внутренними плоскостями пластин интерферометра, и соответственно к изменению базы интерферометра t . Найти допустимое изменение температуры T можно из соотношения (2). Продифференцируем (2) и найдем температурное смещение максимумов пропускания ИФП в единицах долей порядка спектра k при изменении показателя преломления воздуха n и базы ИФП t :

$$\Delta k(T) = k \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dT} + \frac{1}{t} \frac{dt}{dT} \right) \Delta T = k \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dT} + \alpha_T \right) \Delta T, \quad (47)$$

где $\alpha_T = (1/t)dt/dT$ — коэффициент линейного расширения материала распорных колец (для наиболее часто используемых в ИФП материалов — кварца и инвара $\alpha_T \sim 10^{-6}$ град $^{-1}$). Для воздуха $n \approx 1$ и $dn/dT \approx -0,94 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$ при комнатной температуре. Таким образом, изменения разности хода, вызванные расширением распорных колец ИФП и изменением показателя преломления, частично или полностью могут быть скомпенсированы.

Потребовав, чтобы $\Delta k(T)$ было много меньше (по крайней мере, на порядок) ширины аппаратной функции $\delta k = k/R$ (см. (32)), получим для допустимого изменения температуры следующую оценку:

$$\Delta T < \frac{1}{10R \left(\alpha_T + \frac{1}{n} \frac{dn}{dT} \right)}. \quad (48)$$

Отсюда следует, что без учета температурного изменения n (ИФП в герметичной камере – см. ниже) при $R \sim 10^6 \Delta T$ должно быть менее одной десятой градуса.

Помимо температурной стабильности при работе с ИФП с воздушным промежутком между зеркалами возникает и требование постоянства атмосферного давления, поскольку показатель преломления воздуха зависит не только от температуры, но и от плотности воздуха. Аналогичным образом можно показать, что для $R \sim 10^6$ изменения давления не должны превышать 0,3 мм рт. ст.

Из приведенных примеров следует, что требования постоянства температуры и давления оказываются достаточно жесткими. По этой причине интерферометры в необходимых случаях помещают в герметично закрытые камеры (барокамеры), которые дополнительно еще и термостатируются. В таких барокамерах температура и давление воздуха, следовательно, и его показатель преломления остаются постоянными независимо от изменения внешних условий, что дает возможность исключить влияние изменений t и n на разрешающую способность ИФП.

4. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ИФП

Как правило, при спектральных измерениях с использованием ИФП исследуемый источник линейчатого спектра или его изображение располагаются в плоскости входной диафрагмы (см. рис. 1). При этом в фокальной плоскости выходного объектива образуются системы интерференционных колец для всех длин волн, излучаемых источником. Поскольку область дисперсии ИФП очень мала, то при большом числе линий в спектре источника (или в случае их значительной ширины) эти системы колец перекрываются, образуя сложную картину, в которой отдельные линии практически не различаются. Поэтому, как уже упоминалось ранее, в большинстве случаев оказывается необходимой предварительная монохроматизация излучения с помощью спектрографов, монохроматоров или узкополосных светофильтров. В отсутствие предварительной монохроматизации ИФП пригоден только для исследования контуров узких линий, ширина которых меньше, чем область дисперсии интерферометра, да и то лишь в том случае, когда число таких линий в спектре излучения источника невелико (обычно, не более двух-трех). Типичным примером применения ИФП в этом случае являются исследования спектров и модового состава лазерного излучения.

Спектральные измерения с использованием двумерной интерференционной картины. Регистрация интерференционной картины,

возникающей в фокальной плоскости интерферометра Фабри–Перо, может производиться несколькими способами. Одним из наиболее распространенных методов ранее являлось прямое фотографирование интерференционной картины, при котором в фокальной плоскости выходного объектива ИФП располагается фотопластинка или фотопленка. Очевидно, что в этом случае можно проводить только стационарные измерения.

В последнее время в спектроскопии стали широко применяться многоэлементные одномерные (линейные) или двумерные (матричные) фотоприемники на основе так называемых приборов с зарядовой связью (ПЗС) [4] — ПЗС-матрицы или ПЗС-линейки. В зарубежной литературе принято обозначать такие фотоприемники (главным образом матричные) термином «ССD-камеры», где аббревиатура «ССD» происходит от первых букв англоязычного термина «charge coupled device».

Размер одной фоточувствительной ячейки (пиксела) в ССD-приемниках составляет, как правило, 5–20 мкм, при общем числе ячеек до 10^4 в линейках и до 10^7 в матрицах. Такие ССD-приемники обладают высокой чувствительностью, большим динамическим диапазоном ($\sim 10^3 - 10^4$), линейностью световой характеристики, малыми шумами и возможностью работы в широком спектральном диапазоне — от ультрафиолетовой до инфракрасной областей спектра. Выходной сигнал ССD-приемников легко вводится в ЭВМ, что позволяет без труда осуществить автоматическую регистрацию и обработку параметров наблюдаемой интерференционной картины.

Если интенсивность излучения в изучаемом спектре мала или возникает необходимость в регистрации спектров с временным разрешением, то для регистрации интерференционной картины, создаваемой ИФП, можно использовать электронно-оптический преобразователь (ЭОП). В этом случае в фокальной плоскости выходного объектива ИФП располагается фотокатод ЭОПа. Распределение освещенности на фотокатоде ЭОПа с высоким усилением (до $10^6 - 10^7$) воспроизводится на его выходном экране, свечение которого может быть зарегистрировано как фотографическими методами, так и с использованием ПЗС-фотоприемников. В последнем случае может быть достигнута общая чувствительность системы ЭОП + ПЗС-фотоприемник в несколько десятков и даже единиц фотонов на один пиксел. Использование электронным образом стробируемых ЭОПов или ЭОПов с электронной щелевой разверткой позволяет регистрировать быстропротекающие процессы с характерным временем до долей пикосекунд ($1 \text{ пс} = 10^{-12} \text{ с}$).

Интерференционная картина, образующаяся в фокальной плоскости выходного объектива ИФП, может быть использована для прямого

определения длины волны излучения. Для этого необходимо измерить радиусы (или диаметры) двух соседних колец. Из выражения для радиуса интерференционного кольца (40) легко получить следующее соотношение:

$$\tilde{r}_k^2 - \tilde{r}_{k+1}^2 = f_2^2 \lambda n / t, \quad (49)$$

исходя из которого можно рассчитать длину волны. Однако точность определения длины волны в этом случае невелика, главным образом, из-за малой точности измерения радиуса колец. Отметим, что поскольку линейная дисперсия ИФП растет с уменьшением \tilde{r} измерения радиусов колец лучше производить на кольцах наименьшего размера, близких к центральному максимуму.

Тем не менее ИФП позволяет с высокой точностью определять разности длин волн. Продифференцируем (40) по λ при $k = \text{const}$ и найдем выражение для разности квадратов радиусов колец для длин волн λ и $\lambda + \Delta\lambda$ в одном и том же порядке спектра:

$$d(\tilde{r}_k^2)_\lambda = f_2^2 \frac{k}{t} d\lambda. \quad (50)$$

Отсюда с учетом (49) легко получить

$$d\lambda = \Delta\lambda \frac{\tilde{r}_{k,\lambda}^2 - \tilde{r}_{k,\lambda+\Delta\lambda}^2}{\tilde{r}_{k,\lambda}^2 - \tilde{r}_{k+1,\lambda}^2}, \quad (51)$$

где $\Delta\lambda = \lambda/k$ — постоянная ИФП (см. (8)).

Если на ИФП одновременно направить исследуемое излучение и линейчатое излучение эталонного источника, длина волны которого известна с высокой точностью, то, измерив разность длин волн между ними таким методом, можно определить неизвестную длину волны исследуемого излучения.

ИФП также можно использовать для исследования контуров спектральных линий. В этом случае измеряется распределение интенсивности излучения по радиусу интерференционной картины $I(\tilde{r})$. Следует подчеркнуть, что в соответствии с (45) линейная дисперсия ИФП является функцией радиуса, что необходимо учитывать при обработке экспериментально измеренных контуров. Кроме того, измеряемое распределение $I(\tilde{r})$ является сверткой контура спектральной линии $I_{SL}(\lambda)$ с аппаратным контуром ИФП $I(\lambda, \tilde{r}(\varphi))$:

$$I(\tilde{r}) = \int I_{SL}(\lambda) I(\lambda, \tilde{r}) d\lambda. \quad (52)$$

По этой причине нахождение контура спектральной линии, вообще говоря, требует решения интегрального уравнения (52). Пренебречь конечной шириной аппаратной функции ИФП можно только в том случае, если она много меньше ширины контура исследуемой спектральной линии $\delta\lambda_{SL}$. Однако в тех случаях, когда не требуется знания деталей контура спектральной линии и нас интересует только ее ширина, грубо можно оценить величину $\delta\lambda_{SL}$ как разность между измеренной шириной линии $\delta\lambda_{изм}$ и шириной аппаратной функции ИФП $\delta\lambda$ (см. (34)). Следует отметить, что форма аппаратной функции ИФП при больших r очень близка к лоренцевской, что легко можно показать с использованием выражений (17) и (25). Поэтому если известно, что контур исследуемой линии имеет лоренцевскую форму, то соотношение

$$\delta\lambda_{SL} = \delta\lambda_{изм} - \delta\lambda \quad (53)$$

выполняется строго, поскольку, как известно, ширина сверки лоренцевских контуров равна сумме их ширин.

При проведении измерений спектральных измерений с использованием ИФП необходимо также учитывать пространственную разрешающую способность $\delta\tilde{r}_{\text{фп}}$ фотоприемного устройства – фотопленки или ПЗС-матрицы. Как уже упоминалось выше, характерный размер ячейки в ПЗС матрице составляет 5–20 мкм, того же порядка, как правило, оказывается и разрешающая способность фотослоя. Для исключения влияния аппаратной функции приемников, необходимо чтобы линейная ширина аппаратной функции ИФП $\delta\tilde{r}$ (см. (44)) была больше $\delta\tilde{r}_{\text{фп}}$. Этого можно добиться путем подбора фокусного расстояния выходного объектива, которое должно удовлетворять очевидному условию:

$$f_2 > \sqrt{\delta\tilde{r}_{\text{фп}} R \tilde{r}_k}. \quad (54)$$

Так, например, для $R = 10^6$ $\delta\tilde{r}_{\text{фп}} = 10^{-3}$ см, $\tilde{r}_k = 1$ см получим, что $f_2 > 31$ см.

Спектральные измерения с использованием диафрагм. Возможен и другой метод измерения параметров интерференционной картины, основанный на применении одноэлементных фотоэлектрических приемников излучения – фотодиодов или фотоэлектронных умножителей. В этом случае в фокальной плоскости выходного объектива устанавливается кольцевая или круглая диафрагма, вырезающая из интерференционной картины интервал длин волн $\delta\lambda_d$. Излучение, прошедшее через диафрагму, и регистрируется фотоприемником. Для получения

спектра тем или иным образом меняется величина оптической толщины интерферометра nd за счет изменения базы интерферометра или показатель преломления среды между зеркалами ИФП (например, при помещении ИФП в барокамеру и изменении давления в ней). При этом меняется и длина волны излучения, проходящего через диафрагму. Отметим, что использование диафрагмы, спектральная ширина которой значительно больше ширины контура линии $\delta\lambda_{SL}$, не приводит к увеличению регистрируемого светового потока, но уменьшает разрешающую способность ИФП. С другой стороны, уменьшение размера диафрагмы до величин, меньших $\delta\lambda$, не приводит к увеличению R , но заметно ослабляет регистрируемый световой поток. Компромиссным решением является использование диафрагмы со спектральной шириной $\delta\lambda_{\text{д}} = \delta\lambda$. При этом разрешающая способность ИФП уменьшается в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с теоретической.

Сначала определим площадь кольцевой диафрагмы радиусом $\tilde{r}_{\text{д}}$ и шириной щели $\delta\tilde{r}_{\text{д}}$, выделяющей спектральный интервал $\delta\lambda$. Согласно (5) ее угловой размер $\delta\chi$ должен быть равен

$$|\delta\chi| = \delta\lambda / (\lambda\chi). \quad (55)$$

Тогда площадь S такой диафрагмы будет определяться выражением

$$S = 2\pi\tilde{r}_{\text{д}}\delta\tilde{r}_{\text{д}} = 2\pi f_2^2 \chi\delta\chi = 2\pi \frac{f_2^2}{R}. \quad (56)$$

Рассмотрим подробнее случай круглой диафрагмы, установленной на оси ИФП, поскольку изготовление и установка такой диафрагмы оказывается существенно проще, чем кольцевой диафрагмы, вследствие того, что дисперсия в центре интерференционных колец максимальна. Заметим, что выражение для S явно не зависит от радиуса щели диафрагмы. Поэтому в (56) можно перейти от кольцевой диафрагмы к круглой той же площади, положив

$$S = \pi\tilde{r}_{\text{д}}^2 = 2\pi \frac{f_2^2}{R}. \quad (57)$$

Из (57) можно найти радиус круглой диафрагмы, выделяющий спектральный интервал $\delta\lambda$:

$$\tilde{r}_{\text{д}} = f_2^2 \sqrt{\frac{2}{R}}. \quad (58)$$

Наиболее часто оптическая толщина ИФП изменяется в описываемой методике за счет изменения его базы путем подачи электрического напряжения на изготовленные из пьезоэлектрических кристаллов элементы крепления зеркал, регулирующие расстояния между ними. Использование пьезоэффекта позволяет при напряжениях порядка сотен вольт изменять базу на величину, достаточную для изменения длины волны пропускания диафрагмы на постоянную ИФП (8).

5. ИНТЕРФЕРОМЕТР ФАБРИ–ПЕРО КАК РЕЗОНАТОР

В отличие от метода геометрической оптики, который был использован при описании свойств ИФП в разделах 3, 4, изучение основных свойств интерференции световых пучков, распространяющихся между двумя параллельными зеркалами, можно осуществить также и методом волновой оптики [5, 6]. Состоит он в следующем. Рассмотрим волну, распространяющуюся между двумя поочередно отражающими зеркалами. При этом в общем случае зеркала могут иметь не только плоскую, но и сферическую форму. Сначала примем некое произвольное начальное распределение электромагнитного поля на первом зеркале и вычислим поле, возникшее у второго зеркала в результате первого прохода волны. Для этого можно воспользоваться скалярной формулировкой принципа Гюйгенса–Френеля и дифракционной теорией Кирхгофа. Это допустимо, если поле близко к поперечному и поляризовано линейно и, кроме того, размеры зеркал велики по сравнению с длиной волны.

Как известно, в этом случае величина поля в какой-либо точке P второго зеркала B , обусловленная полем, заданным на площадке первого зеркала A , дается интегралом

$$U_p = \frac{ik}{4\pi} \int_A U_a \frac{\exp(-ik_\lambda |R|)}{|R|} (1 + \cos \theta) dS, \quad (59)$$

где U_a – поле на зеркале A , $k_\lambda = 2\pi/\lambda$ – модуль волнового вектора, R – расстояние от точки на зеркале A до точки P в плоскости второго зеркала B , θ – угол, который образует вектор \mathbf{R} с нормалью \mathbf{n} к поверхности зеркала, dS – элемент площади поверхности зеркала (рис. 4).

Затем полученное распределение поля используем для расчета поля, созданного на первом зеркале в результате отражения от зеркала B и второго прохода и т.д. для всех последующих проходов. Оказывается, что существуют такие начальные распределения поля на первом зеркале, которые самовоспроизводятся при бесконечной последовательности

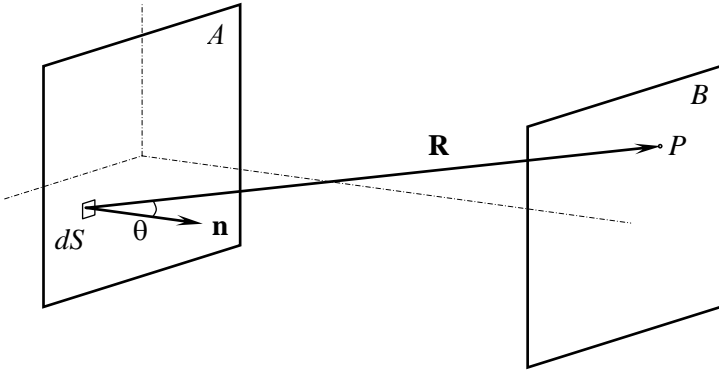


Рис. 4. К вычислению распределения полей на зеркалах ИФП

проходов. Впервые это было показано в работах А. Фокса и Т. Ли (см. подробнее [5, 6]).

Для самовоспроизводящихся распределений поля естественно предположить, что после большого числа проходов распределение поля на зеркалах будет незначительно меняться от отражения к отражению и после q проходов может считаться стационарным. На этой стадии поля на зеркалах становятся одинаковыми с точностью до комплексной постоянной, т.е.

$$U_q = (1/j)^q V, \quad (60)$$

где V – функция, описывающая стационарное распределение поля, j – комплексная постоянная, не зависящая от координат. Подставляя (59) в (60), получим интегральное уравнение:

$$V = j \int_A K V ds, \quad (61)$$

ядро K которого определяется следующим выражением:

$$K = ik_\lambda (1 + \cos \theta) \exp(-ik_\lambda R) / 4\pi R. \quad (62)$$

Функцию распределения V , которая удовлетворяет уравнению (61), называют модой или собственным нормальным типом колебания интерферометра-резонатора (заданным на зеркале). А величину j , определяющую затухание и фазовый сдвиг волны на каждом проходе, рас-

смаатривают как постоянную распространения, связанную с модой колебания.

Следует отметить, что наличие стационарного поля, повторяющегося при многократных проходах между зеркалами резонатора, свойственно так называемым устойчивым резонаторам с малыми дифракционными потерями, при этом критерий их устойчивости определяется расстоянием между зеркалами t и радиусами их кривизны R_A , R_B и может быть выражен в следующем виде [5, 6]:

$$0 < g_1 g_2 < 1, \quad (63)$$

где $g_1 = 1 - t/R_A$, $g_2 = 1 - t/R_B$.

Плоский резонатор с $R_A, R_B = \infty$ и $g_1 g_2 = 1$ лежит на границе области устойчивости и формально может считаться устойчивым. Однако даже малейшее отклонение от строго параллельного положения плоскостей зеркал приводит, очевидно, к выходу пучка лучей из резонатора и потере устойчивости.

В общем случае уравнение (61) приходится решать численно. Для некоторых видов ИФП, в том числе для интерферометров с плоскими или сферическими зеркалами, имеющими прямоугольную или круглую форму, задачу удается решить аналитически в приближении зеркал бесконечного размера. Это означает, что угол дифракции $\xi_D \sim \lambda/a$ (где a — характерный размер зеркала) должен быть много меньше, чем угол $\xi_r \sim a/t$, под которым из точки, лежащей на одном зеркале, видно другое зеркало, т.е. должно выполняться соотношение: $\xi_D \ll \xi_r$ или $N_F = a^2/(\lambda t) \gg 1$, где N_F — число Френеля.

В этом случае собственные частоты интегрального уравнения (61) (собственные частоты колебаний) устойчивого резонатора находятся из условий, накладываемых на постоянную распространения j и соответствующих образованию стоячей волны в резонаторе в результате наложения встречных когерентных пучков. Эти частоты в общем случае зависят от трех целых чисел q , n и m , причем q соответствует аксиальным модам и равно числу полуволн, укладываемых на длине резонатора (т.е. величина q соответствует в приближении геометрической оптики для ИФП с плоскими зеркалами порядку интерференции k при $\chi = 0$ — см. (2)). В отличие от приближения геометрической оптики при волновом рассмотрении из-за явлений дифракции поле электромагнитной волны оказывается зависящим и от поперечных координат x, y . Эта зависимость характеризуется поперечными индексами n и m , определяющими число обращений поля в ноль при изменении x или y (см. ниже). Моды с $n = m = 0$ называются продольными, а остальные — поперечными. Таким образом, числа $n, m \neq 0$ соответствуют внеосевым мо-

дам, распространяющимся под определенными углами к оси резонатора, и в приближении геометрической оптики ранее не рассматривались. Отметим, что, как правило, моды с поперечными индексами n и m и аксиальным q обозначаются как TEM_{qmn} , что берет начало от английского термина Transversal Electromagnetic mode.

Частоты мод определяются следующим выражением:

$$v_{qmn} = \frac{c}{2l} \left[q + \frac{1+m+n}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2} \right]. \quad (64)$$

Как показывает детальный анализ [6], поперечное распределение поля $E(x, y)$ несколько отличается для сферических зеркал и плоских зеркал. Для сферических зеркал в резонаторах с прямоугольной симметрией распределение поля описывается выражением:

$$E(x, y) = E_0 H_m \left(\frac{\sqrt{2}x}{w} \right) H_n \left(\frac{\sqrt{2}y}{w} \right) \exp \left[-\frac{(x^2 + y^2)}{w^2} \right], \quad (65a)$$

где E_0 — амплитуда поля, а $H_m(x)$, $H_n(y)$ — полиномы Эрмита от соответствующих аргументов степени m и n . Например, $H_0(x) = 1$, $H_1(x) = 2x$, $H_2(x) = 4x^2 - 2$ и т.д.

При описании резонаторов с круговой симметрией зеркал используются цилиндрическими координатами и измененной системой индексов мод E_{qpl} :

$$E(r, \varphi) = E_0 (r/w)^l L_p^l (2r^2/w^2) \exp \left[-(\tau/w)^2 \right] \cdot \begin{bmatrix} \sin(l\varphi) \\ \cos(l\varphi) \end{bmatrix}, \quad (65б)$$

где r — радиальная координата, φ — азимутальный угол, $L_p^l(z)$ — обобщенный полином Лаггера: $L_0^l(z) = 0$, $L_1^l(z) = l + 1 - z$, и т.д. Индексы l и p определяют число обращений поля в ноль при изменении r или φ . Спектр резонатора при осевой симметрии также определяется соотношением (64), где $(m+n)$ следует заменить на $(2p+l)$.

И в (65a) и в (65б) параметр w имеет смысл радиуса пучка — расстояния от оси, на котором величина поля низшего типа колебаний (моды TEM_{q00}) спадает в e раз ($e = 2,71828\dots$).

Как видим, распределения поля не зависят от продольного индекса q , поэтому если речь идет только о поперечной структуре поля или интенсивности различных мод, этот индекс часто опускается и говорят

о модах TEM_{mn} (или TEM_{pl}). Для трех низших мод TEM_{mn} распределения интенсивности ($I \propto E^2$) приведены на рис. 5. Отметим, что распределения поля вида (65а) и (65б) характерны для так называемых гауссовых пучков.

Распределение поля в случае плоских зеркал описывается иными формулами. В частности, для плоских квадратных зеркал размером $2a$:

$$E(x, y) = \cos \frac{\pi(m+1)x}{2a[1 + \beta(1+i)/M]} \cos \frac{\pi(n+1)y}{2a[1 + \beta(1+i)/M]}, \quad (66a)$$

для m и n четных и

$$E(x, y) = \sin \frac{\pi(m+1)x}{2a[1 + \beta(1+i)/M]} \sin \frac{\pi(n+1)y}{2b[1 + \beta(1+i)/M]}, \quad (66б)$$

для m и n нечетных. Здесь $\beta = 0,824$, $M = a\sqrt{8\pi/\lambda t}$.

Частотный спектр резонатора с плоскими зеркалами, с одной стороны, можно просто получить из (64) предельным переходом $R_A, R_B \rightarrow \infty$. При этом, как и следовало ожидать:

$$\nu_{qmn} = qc/2t. \quad (67)$$

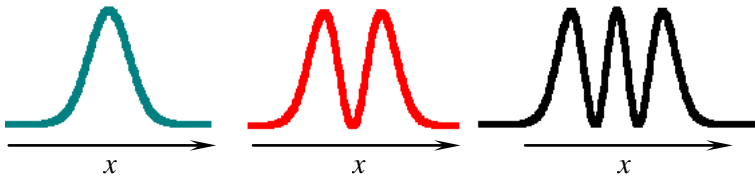


Рис. 5. Распределение интенсивности для мод TEM_{00} , TEM_{10} , TEM_{20}

Однако более точное рассмотрение показывает, что в частоты колебаний в резонаторе с плоскими зеркалами имеют следующий вид:

$$\nu_{qmn} \approx \frac{c}{2t} \left[q + \frac{(m+1)^2 + (n+1)^2}{16N_F} \right]. \quad (68)$$

Учитывая, что в данном рассмотрении полагается, что $N_F \gg 1$, поправки к частоте, описывающие ее изменение при переходе от аксиальной к внеосевым модам с $m, n \neq 0$ малы.

Распределение поля на бесконечности (в фокальной плоскости линзы) за резонатором-интерферометром можно найти из (59) подстановкой (66а) и (66б) вместо U_a . Очевидно, что картина в фокальной плоскости линзы есть интеграл по всем модам, возбуждающимся в ИФП. Для больших зеркал ($a \gg t$) существует бесконечно большое количество типов колебаний (мод). Если рассмотреть результат интегрирования по всем модам, то окажется, что при условии $a \gg t$ направления, соответствующие некоторым наборам мод, сольются и дадут картину кольцевых зон, полностью совпадающих с кольцами ИФП, описанными в разделе 3.4.

6. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 6 и 7. Она включает в себя гелий-неоновый лазер, интерферометр Фабри–Перо (стандартный или сканирующий), фокусирующую линзу, систему диафрагм и приемники излучения.

Сканирующий интерферометр Фабри–Перо смонтирован на массивной стальной раме, в торцах которой размещены юстируемые держатели зеркал. И лазер, и ИФП для снижения влияния вибраций размещены на толстых стальных плитах. Несменное входное зеркало ИФП

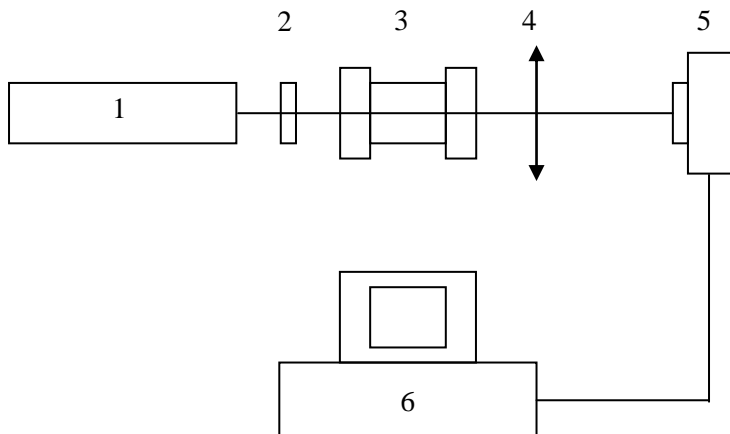


Рис. 6. Схема экспериментальной установки.

1 — He-Ne лазер, 2 — рассеивающая пластинка, 3 — ИФП, 4 — фокусирующая линза, 5 — приемник ПЗС, 6 — персональный компьютер

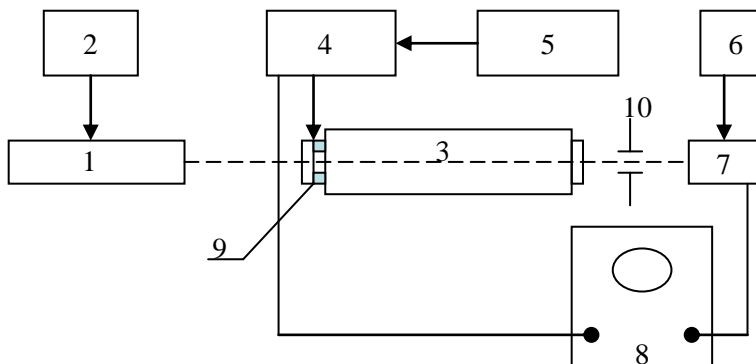


Рис. 7. Схема установки со сканирующим ИФП.

1 — гелий-неоновый лазер, 2 — блок питания лазера, 3 — сканирующий ИФП, 4 — генератор импульсов, 5 — блок питания генератора, 6 — блок питания ФЭУ, 7 — ФЭУ, 8 — осциллограф, 9 — пьезокерамика, 10 — диафрагма

закреплено в юстировочном держателе через пьезокерамическую трубку, длина которой может меняться при подаче напряжения от генератора. Закон изменения напряжения на выходе генератора, а следовательно, длины пьезокерамики и резонатора ИФП близок к линейному от времени: генератор вырабатывает пилообразный сигнал длительностью около 150 мкс напряжением в максимуме 800 В. Синхронно с подачей напряжения на пьезокерамику поступает сигнал запуска осциллографа, обеспечивая регистрацию изменения сигнала ИФП во времени.

7. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Для выполнения работы следует (см. рис. 6):

1. Включить гелий-неоновый лазер.
2. Включить персональный компьютер.
3. Запустить на компьютере программу ввода изображения с ПЗС-матрицы.
4. Используя рассеивающие пластинки, осветить равномерно ИФП.
5. При помощи линзы сфокусировать интерференционные кольца на ПЗС-матрице, контролируя визуально интерференционную картину на мониторе компьютера.

6. Вращая микрометрический винт сдвига фокусирующей линзы, добиться максимально четкой интерференционной картины.
7. Записать интерференционную картину в формате *.bmp
8. При помощи какого-либо математического пакета (например, Mathcad2000) обработать записанный файл.

При работе со сканирующим ИФП (рис. 7):

1. Включить осциллограф и блок питания лазера.
2. Направить луч лазера во входную апертуру ФЭУ и отъюстировать зеркала сканирующего ИФП.
3. Включить блок питания ФЭУ.
4. Включить тумблер подачи напряжения на пьезокерамику на блоке генератора.
5. Проследить за появлением развертки осциллографа при внешнем запуске от генератора.
6. Установить диафрагму перед ФЭУ по центру интерференционной картины.
7. Проследить за появлением на экране осциллографа пиков, соответствующих модовой структуре лазерного излучения.

8. ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ К СДАЧЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

На основании полученных в работе данных:

1. Определить величину базы интерферометра.
2. Определить угловую и линейную дисперсию ИФП.
3. Вычислить спектральную аппаратную функцию.
4. Рассчитать резкость ИФП и коэффициент отражения зеркал.
5. Для сканирующего ИФП рассчитать расстояние между модами и спектральную ширину линии гелий-неонового лазера.
6. Сравнить спектральную аппаратную функцию с величиной доплеровского уширения линии генерации He-Ne лазера.
7. Рассчитать число Френеля и расстояние между поперечными модами в плоском ИФП.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. — 461 с.
2. *Зайдель А.Н., Островская Г.В., Островский Ю.И.* Техника и практика спектроскопии. М.: Наука, 1976. — 392 с.
3. *Мальшев В.И.* Введение в экспериментальную спектроскопию. М.: Наука, 1979. — 478 с.
4. *Курбатов Л.Н.* Оптоэлектроника видимого и инфракрасного диапазона спектра. М.: Изд-во МФТИ, 1999. — 320 с.

5. *Карлов Н.В.* Лекции по квантовой электронике. М.: Наука, 1988. — 336 с.

6. *Ананьев Ю.А.* Оптические резонаторы и лазерные пучки. М.: Наука, 1990. — 264 с.