

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»



---

# **СБОРНИК**

## **программ и заданий**

**Физтех-школа биологической и медицинской  
физики  
(ФБМФ)**

**для студентов 2 курса  
на весенний семестр  
2020–2021 учебного года**

МОСКВА  
МФТИ  
2021

Сборник программ и заданий для студентов 2 курса на весенний семестр 2020–2021 учебного года. Физтех-школа биологической и медицинской физики (ФБМФ). – Москва : МФТИ, 2021. – 44 с.

УТВЕРЖДЕНО  
Проректор по учебной работе  
А. А. Воронов  
15 января 2021 года

## ПРОГРАММА

по дисциплине: Общая физика: оптика  
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика и физика»  
физтех-школа: для всех физтех-школ  
кафедра: общей физики  
курс: 2  
семестр: 4

Трудоёмкость:

теор. курс: базовая часть – 4 зачет. ед.;

физ. практикум: базовая часть – 3 зачет. ед.;

лекции – 30 часов

практические (семинарские)

занятия – 30 часов

лабораторные занятия – 60 часов

Экзамен – 4 семестр

Диф. зачёт – 4 семестр

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 120

Самостоятельная работа:

теор. курс – 90 часов

физ. практикум – 75 часов

Программу и задание составили:

к.ф.-м.н., проф. В. А. Петухов  
к.ф.-м.н., доц. К. М. Крымский  
к.ф.-м.н., доц. Л. М. Колдунов  
к.ф.-м.н., доц. П. В. Попов  
к.т.н., доц. В. А. Овчинкин  
к.ф.-м.н., доц. Ю. Н. Филатов

Программа принята на заседании кафедры  
общей физики 4 декабря 2020 г.

Заведующий кафедрой  
д.ф.-м.н., профессор

А. В. Максимычев

## ОПТИКА

1. Геометрическая оптика. Принцип Ферма, законы преломления и отражения. Полное внутреннее отражение. Оптические инструменты: телескоп, микроскоп. Понятие о геометрических aberrациях. Элементы фотометрии: яркость источника, освещённость изображения.

Современные применения геометрической оптики в пределе коротких длин волн: рентгеновская микроскопия, проекционная рентгеновская литография, рентгеновская астрономия, микроанализ с пространственным разрешением.

2. Волновая оптика. Волновое уравнение, монохроматические волны, комплексная амплитуда, уравнение Гельмгольца, плоские и сферические волны, показатель преломления, фазовая скорость распространения. Поляризация света: линейная, круговая и эллиптическая. Естественный свет. Степень поляризации. Формулы Френеля, угол Брюстера.

Нерелятивистский эффект Доплера, поиск экзопланет.

3. Дисперсия показателя преломления, классическая теория дисперсии, нормальная и аномальная дисперсии. Комплексная диэлектрическая проницаемость и комплексный показатель преломления, связь мнимой части с поглощением света средой. Затухающие волны, закон Бугера. Показатель преломления плазмы. Радиоволны в ионосфере и дальняя радиосвязь. Групповая скорость. Распространение волнового пакета в неоднородной среде. Различные диапазоны длин волн, их особенности. Метаматериалы.

4. Принцип суперпозиции и интерференция монохроматических волн. Видность полос, ширина полосы. Просветление оптики. Статистическая природа излучения квазимонохроматической волны. Временная когерентность, функция временной когерентности, связь со спектральной интенсивностью (теорема Винера–Хинчина) и с видностью. Ограничение на допустимую разность хода в двухлучевых интерференционных схемах, соотношение неопределенностей.

5. Интерференция при использовании протяженных источников. Пространственная когерентность, радиус когерентности, функция пространственной когерентности, связь с распределением интенсивности излучения по источнику (теорема Ван Циттерта–Цернике). Ограничения на допустимые размеры источника и апертуру интерференции в двухлучевых схемах. Лазеры как источники излучения с высокой временной и пространственной когерентностью.

6. Дифракция волн. Принцип Гюйгенса–Френеля. Дифракция на тонком экране. Граничные условия Кирхгофа. Волновой параметр. Дифракция Френеля. Задачи с осевой симметрией, зоны Френеля, спираль Френеля.

Зонные пластинки, линза. Использование зонных пластинок для фокусировки рентгеновского излучения. Дифракция на дополнительном экране, пятно Пуассона. Дифракция на системе дополнительных экранов, теорема Бабинэ. Дифракция на краю, спираль Корню.

7. Дифракция Фраунгофера. Световое поле в зоне Фраунгофера как преобразование Фурье граничного поля. Дифракция Фраунгофера на щели, дифракционная расходимость. Дифракционный предел разрешения телескопа и микроскопа. Поле в фокальной плоскости линзы, поперечные и продольные размеры фокального пятна.

8. Спектральные приборы: призма, дифракционная решётка, интерферометр Фабри–Перо. Характеристики спектральных приборов: разрешающая способность, область дисперсии, угловая дисперсия.

Интерференция в тонких пленках и многослойных структурах, зеркала с высоким коэффициентом отражения. Искусственные многослойные структуры для отражения мягкого рентгеновского излучения. Радиотехнические аналоги дифракционных решеток.

9. Принципы фурье-оптики. Метод Рэлея решения задачи дифракции: волновое поле как суперпозиция плоских волн разных направлений (пространственное фурье-разложение), соотношение неопределённости. Дифракция Френеля на периодических структурах (эффект саморепродукции). Теория Аббе формирования оптического изображения, принцип двойной дифракции. Апертура, полоса пропускания пространственных частот оптической системы, связь с разрешающей способностью. Разрешающая способность при когерентном и некогерентном освещении.

10. Принципы голографии. Голограмма Габора. Голограмма с наклонным опорным пучком. Разрешающая способность голограммы. Условие Брэгга–Вульфа. Объёмная голограмма, объёмная решётка в регистрирующей среде.

Представление о голографической микроскопии биообъектов и голографической интерферометрии.

11. Кристаллооптика. Дихроизм, поляриды, закон Малюса. Двойное лучепреломление в одноосных кристаллах, разложение волны на обыкновенную и необыкновенную. Взаимная ориентация векторов  $k$ ,  $E$ ,  $D$ ,  $B$ , направление вектора Пойнтинга, боковой снос световых пучков в кристаллах. Интерференционные явления в кристаллических пластинках. Понятие об искусственной анизотропии. Эффекты Фарадея, Керра и Поккельса и их применение.

12. Рассеяние света. Эффективное сечение рассеяния, диаграмма направленности, их зависимость от длины волны и от размера рассеивающих частиц, Рэлеевское рассеяние (рассеяние на флуктуациях плотности). Поляризация рассеянного света.

13. Нелинейные оптические явления. Нелинейная поляризация среды. Оценки интенсивности световой волны, при которых наблюдаются нелинейные эффекты. Наведенное двулучепреломление. Генерация второй гармоники, фазовый синхронизм. Оптическое выпрямление. Симметрия среды и генерация второй гармоники. Самофокусировка, критическая мощность самофокусировки, мелкомасштабная самофокусировка.

Понятие о комбинационном рассеянии света и вынужденном рассеянии Мандельштама–Бриллюэна.

14. Распространение электромагнитных волн в световодах. Градиентные световоды и световоды с резким изменением показателя преломления. Допустимая угловая апертура. Типы волн. Одномодовые и многомодовые световоды. Рэлеевское рассеяние как причина затухания световой волны в световодах. Применение для высокоскоростной связи. Область нулевой дисперсии. Ультракороткие импульсы.

## Литература

### Основная

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Оптика. Т. IV. – Москва : Физматлит, 2018.
2. *Кингсен А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А.* Основы физики. Т. I, ч. III, гл. 6–11. – Москва : Физматгиз, 2001.
3. *Кириченко Н.А.* Принципы оптики : учебное пособие. – Москва : МФТИ, 2016.
4. *Бутиков Е.И.* Оптика. – Москва : Высшая школа, 1986.
5. *Ахманов С.А., Никитин С.Ю.* Физическая оптика. – Москва : Издательство МГУ, Наука, 2004.

### Дополнительная

1. *Горелик Г.С.* Колебания и волны. – Москва : Физматлит, 1959, 2007.
2. *Ландсберг Г.С.* Оптика. – Москва : Физматлит, 2003.
3. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. – Москва : Наука, 1973.
4. *Козел С.М., Листвин В.И., Локшин Г.Р.* Введение в когерентную оптику и голографию. – Москва : МФТИ, 2000.
5. *Кольер Р.* Оптическая голография. – Москва : Мир, 1973.
6. *Крымский К.М.* Аберрации центрированных оптических систем – теория и расчёт. — Москва : МФТИ, 2015.
7. *Петухов В.А.* Оптические волокна : учебно-метод. пособие. – Москва : МФТИ, 2019.

**ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ**  
**для студентов 2-го курса**  
**на весенний семестр 2020/2021 учебного года**

Дата	№ сем	Тема семинарских занятий	Задачи		
			0	I	II
01.02–06.02	1	Принцип Ферма. Геометрическая оптика и элементы фотометрии. Оптические инструменты.	1.4 01 02	1.29 1.22 1.9 1.56	1.15 T1 T2 1.57
08.02–13.02	2	Законы отражения, формулы Френеля. Поляризация. Поток энергии и давление света.	01 11.7 2.3	2.5+2.23 2.26 2.29 2.42	2.1 2.20 2.27 2.45
15.02–22.02	3	Дисперсия. Фазовая и групповая скорости.	10.2 10.5 <sup>(2,3,5)</sup> 01	10.8 10.43 10.75 10.77	10.21 10.24 10.35 T3
01.03–06.03	4	Интерференция монохроматических волн.	3.3 01 02	3.5 3.10 3.18 T4	3.16 3.11 3.20 3.35
08.03–13.03	5	Немонохроматический свет, временная когерентность. Пространственная когерентность	01 4.2 5.3 02	4.10 4.11 5.14 5.20	4.9 5.13 5.23 5.30
15.03–20.03	6	Дифракция Френеля. Зонные пластинки.	01 02 6.1	6.15 6.20 6.59 6.43	6.16 6.31 6.50 6.64
22.03–27.03	7	Дифракция Фраунгофера. Разрешающая способность оптических инструментов.	7.5 01 02	7.16 7.48 7.54 7.83	7.10 7.53 7.59 7.33
29.03–04.04	8	Спектральные приборы.	8.2 01 02	8.39 8.19 8.61 8.78	8.37 8.47 T5 T6

05.04– 10.04	<b>9</b>	Контрольная работа (по группам)			
12.04– 17.04	<b>10</b>	Сдача 1-го задания			
19.04– 24.04	<b>11</b>	Дифракция на синусои- дальных решётках. Эле- менты фурье-оптики.	$\theta_1$ $\theta_2$ $\theta_3$	9.1 9.15 9.22 9.26	9.11 9.17 9.28 9.79
26.04– 01.05	<b>12</b>	Голография.	$\theta_1$ $\theta_2$ $\theta_3$	9.32 9.35 9.45 9.52	9.33 9.36 9.40 9.78
27.04– 02.05	<b>13</b>	Поляризация света. Элементы кристаллооп- тики.	11.17 11.1 11.12	11.9 11.16 11.54 11.28	11.13 11.60 11.80 <i>11.121</i>
03.05– 08.05	<b>14</b>	Рассеяние света. Элементы нелинейной оптики.	$\theta_1$ $\theta_2$ $\theta_3$	<i>11.125</i> 11.89 <i>11.126</i> Т8	11.88 11.90 <i>11.128</i> Т7
10.05– 15.05	<b>15</b>	Сдача 2-го задания.			
17.05– 22.05	<b>16</b>	Зачёт.			

### Примечание

Номера задач указаны по «Сборнику задач по общему курсу физики. Ч. 2. Электричество и магнетизм. Оптика / под ред. В. А. Овчинкина (**4-е** изд., испр. и доп.). – Москва : Физматкнига, 2017». *Курсивом отмечены задачи, которые необходимо брать из нового издания.*

Все задачи обязательны для сдачи задания. В каждой теме семинара задачи разбиты на 3 группы:

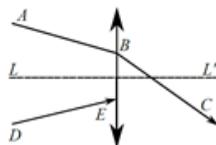
- 0** — задачи, которые студент должен решать в течение недели для подготовки к семинару;
- I** — задачи, рекомендованные для разбора на семинаре (преподаватель может разбирать на семинарах и другие равноценные задачи по своему выбору);

II — задачи для самостоятельного решения; их решения должны быть оформлены студентами в отдельных тетрадах и сданы преподавателю на проверку.

## Задачи группы 0

### Семинар 1

<sup>0</sup>1. На рис. показаны положение главной оптической оси тонкой линзы  $LL'$  и ход проходящего сквозь нее луча  $ABC$ . Найдите построением ход произвольного луча  $DE$  за линзой.



<sup>0</sup>2. Положительной линзой с фокусным расстоянием  $F$  создается изображение объекта на экране. Какому условию должно удовлетворять расстояние от объекта до экрана, чтобы это было возможно?

### Семинар 2

<sup>0</sup>1. Выразить интенсивность плоской электромагнитной волны, распространяющейся в немагнитной среде с показателем преломления  $n$ , через амплитуду вектора напряженности электрического поля волны  $E_0$ .

### Семинар 3

<sup>0</sup>1. Концентрация электронов в нижних слоях ионосферы равна  $N \sim 1,5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$ . Какие электромагнитные волны будут испытывать отражение при вертикальном радиозондировании ионосферы?

*Ответ:*  $\nu < 10 \text{ МГц}$  ( $\lambda > 30 \text{ м}$ ).

### Семинар 4

<sup>0</sup>1. На экран падают две плоские волны с равными амплитудами  $A$  под малыми углами  $\varphi_{1,2} = \pm 0,01$  рад. Длина волны  $\lambda = 500 \text{ нм}$ , нормаль к экрану и волновые векторы волн лежат в одной плоскости, см на экране. Определите ширину интерференционных полос (см. рис.).



*Ответ:*  $25 \text{ мкм}$ .

<sup>0</sup>2. На тонкую пленку с показателем преломления  $n$  падает пучок белого света под углом  $\theta$  к нормали. При какой минимальной толщине  $b_{\text{мин}}$  и в какой цвет будет окрашена пленка в отраженном свете?

### Семинар 5

<sup>0</sup>1. В двухлучевом интерференционном опыте используется источник

света с длиной волны  $\lambda = 500$  нм и шириной спектра  $\Delta\lambda = 10$  нм. Оцените максимально допустимую разность хода лучей  $\Delta_{\max}$  и максимальное число интерференционных полос  $m_{\max}$ , которые можно наблюдать в этом опыте.

*Ответ:*  $\Delta_{\max} \sim 25$  мкм,  $m_{\max} \sim 100$ .

**02.** Найдите апертуру интерференции в опыте с бипризмой с преломляющим углом  $\alpha$  и показателем преломления  $n$ , если источник и плоскость наблюдения расположены на одинаковых расстояниях от бипризмы.

### Семинар 6

**01.** Щель ширины  $b = 1$  мм освещается параллельным пучком света с длиной волны  $\lambda = 500$  нм. Оцените, на каком расстоянии  $L$  от щели необходимо разместить экран, чтобы наблюдать на нём дифракцию Френеля.

*Ответ:*  $L \sim 1$  м.

**02.** На ирисовую диафрагму с переменным радиусом отверстия, расположенную на расстоянии  $L$  от экрана, падает свет с длиной волны  $\lambda$ . Диафрагму постепенно открывают, начиная с  $R \approx 0$ . При каком радиусе  $R$  интенсивность света в центре экрана впервые обратится в ноль?

### Семинар 7

**01.** Через маленькое круглое отверстие проходит монохроматический параллельный пучок света и создает на удаленном экране дифракционную картину Фраунгофера. Во сколько раз изменится освещённость в центре экрана, если увеличить диаметр отверстия вдвое?

*Ответ:* увеличится в 16 раз.

**02.** Плоская световая волна дифрагирует на щели с шириной  $b = 10\lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны. Оценить отношение интенсивностей нулевого и первого дифракционных максимумов.

*Ответ:*  $I_1/I_0 \approx 0,05$ .

### Семинар 8

**01.** На дифракционную решетку, имеющую период  $d = 10$  мкм, нормально падает свет от желтого дублета натрия ( $\lambda_1 = 5890$  Å,  $\lambda_2 = 5896$  Å). Оцените угловое расстояние между максимумами  $\delta\varphi$  во втором порядке ( $m = 2$ ).

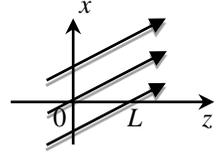
*Ответ:*  $\delta\varphi \approx 1,2 \cdot 10^{-4}$  рад.

**02.** Дифракционная решётка с периодом  $d$  имеет размер  $D = 10^3 d$  в направлении, перпендикулярном штрихам. Ширина прозрачных штрихов решётки равна половине периода. Определите максимальную разрешающую способность решётки в спектрах 1-го и 2-го порядков.

*Ответ:*  $R_1 = 10^3$ ,  $R_2 = 0$ .

### Семинар 11

**01.** Плоская волна с длиной волны  $\lambda$  распространяется в плоскости  $xz$  под углом  $\alpha$  к оси  $z$ . Запишите распределение комплексной амплитуды волны и интенсивности в плоскости  $z = 0$ . Найдите разность фаз между колебаниями в точках  $z = 0$  и  $z = L$ , лежащих на оси  $z$  (см. рис.).



**02.** Решётка освещается нормально падающей плоской монохроматической волной с амплитудой  $A$ . Укажите пространственные частоты и амплитуды плоских волн за дифракционной решёткой, прозрачность которой  $\tau(x) = \cos^2(\Omega x)$ .

**03.** Оцените ширину пространственного спектра плоских волн  $\Delta k_x$  при дифракции плоской монохроматической волны на щели шириной  $b$ .

### Семинар 12

**01.** Точечный источник с длиной волны  $\lambda$  расположен в начале координат. Пользуясь параболическим приближением, найти распределение комплексной амплитуды и интенсивности в плоскости  $x = L$ .

**02.** Гол로그램 точечного источника, находящегося на расстоянии  $L$  от фотопластины, записали по схеме Габора на длине волны  $\lambda$ . Где будут находиться мнимое и действительное изображения, если восстановление голограммы производить светом с длиной волны  $2\lambda$ ?

**03.** Почему при получении голографических изображений объёмных объектов практический интерес представляют только мнимые изображения? Поясните ответ с помощью схематического рисунка.

### Семинар 14

**01.** Пользуясь формулой Рэлея, оцените коэффициент пропускания света слоем воздуха толщиной 8 км в атмосфере вблизи поверхности Земли, для двух длин волн:  $\lambda = 400$  нм (фиолетовый свет) и 650 нм (красный свет). Показатель преломления воздуха принять равным  $n - 1 = 2,9 \cdot 10^{-4}$ .

*Ответ:*  $T_{400} \approx 0,7$ ,  $T_{700} \approx 0,95$ .

**02.** Лазерный пучок проходит сквозь слабопоглощающую жидкость (интенсивность пучка максимальна на его оси). Каков знак возникающей в жидкости линзы?

**03.** Молекулы некоторой жидкости имеют разную поляризуемость по разным осям. Как будут ориентироваться молекулы в поле световой волны: максимальной поляризуемостью по направлению  $\vec{E}$  или перпендикулярно  $\vec{E}$ ? Ответ обосновать.

## Текстовые задачи

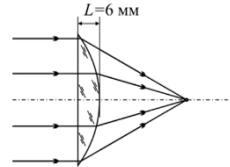
**T1.** а) У некоторого близорукого человека дальняя граница области, в которой он видит предметы резко, находится на расстоянии  $L_d$  от глаза. Очки какой оптической силы  $D$  ему следует носить, чтобы эта граница переместилась в бесконечность? Провести расчет для  $L_d = 0,5$  м.

б) У некоторого дальнорядного человека ближняя граница области, в которой он видит предметы резко, находится на расстоянии  $L_b$  от глаза. Очки какой оптической силы ему следует надеть, чтобы эта граница переместилась в «положение наилучшего зрения»  $L_0 = 25$  см. Провести расчет для  $L_b = 1$  м.

*Ответ:* а)  $D = -2$  дптр, б)  $D = +3$  дптр.

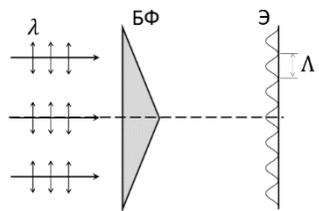
**T2.** Найти тип идеальной формы поверхности плоско-выпуклой линзы для фокусировки параллельного пучка в точку (сфера, гипербола, парабола или др). Линза расположена плоской поверхностью к плоскому волновому фронту.

**T3.** (2019) Параллельный пучок излучения длиной  $100$  фс и средней длиной волны  $\lambda = 500$  нм фокусируется положительной линзой толщиной  $L = 6$  мм в центре и близкой к нулю на краях. Пучок заполняет всю линзу. Показатель преломления материала линзы  $n = 1,7$ , групповая скорость в стекле  $v_{гр} = 0,55c$ . Оценить длительность импульса в фокусе линзы.



*Ответ:*  $\tau \approx 2,4$  пс.

**T4.** (2019) Падающая на бипризму Френеля БФ плоская монохроматическая линейно поляризованная волна создает на плоском экране Э интерференционную картину с шириной полосы  $\Lambda$ . Плоскость падения перпендикулярна плоскости экрана. Поле  $E$  волны колеблется параллельно плоскости падения. Длина волны  $\lambda$ . Определите видность  $V$  интерференционной картины.



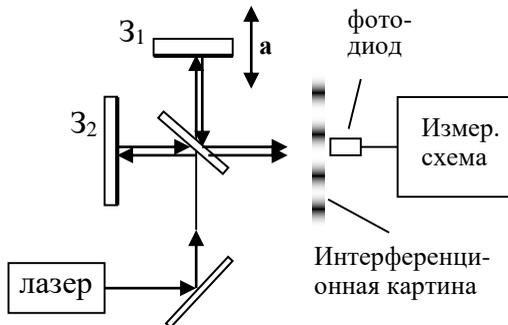
*Ответ:*  $V = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda}{\Lambda} \right)^2$ .

**T5.** Спектральная линия  $H_\alpha$  атомарного водорода ( $\lambda = 6563$  Å) имеет тонкую структуру в виде двух «сублиний» в интервале длин волн  $\delta\lambda \approx 0,16$  Å. Какой должна быть минимальная база интерферометра Фабри–Перо  $L$  с коэффициентом отражения зеркал по интенсивности  $\rho = 0,9$ , чтобы с его

помощью можно было обнаружить тонкую структуру линии? Определите также для такого интерферометра: дисперсионную область  $\Delta\lambda$ , направление на ближайший к центру максимум  $\theta_1$  и угловую дисперсию  $d\theta/d\lambda$  вблизи него. В центре картины – светлое пятно.

*Ответ:*  $L = 0,4$  мм,  $\Delta\lambda = 5 \text{ \AA}$ ,  $\theta_1 = 2,3^\circ$ ,  $D = 4 \cdot 10^{-3} \text{ \AA}^{-1}$ .

**Т6.** Современные фотодиоды обеспечивают огромный диапазон линейности, до 11 порядков по интенсивности света, то есть в этом диапазоне фототок линейно зависит от интенсивности света, падающего на фотодиод. Это позволяет измерять очень малые интенсивности модулированных по амплитуде световых сигналов на фоне гораздо более мощной постоянной засветки.



Излучение хорошо стабилизированного непрерывного лазера с длиной волны 0,6 мкм пропускается через интерферометр Майкельсона, в котором одно из зеркал  $Z_1$  может колебаться с малой амплитудой  $a$ . Зеркало  $Z_2$  чуть-чуть наклонено, так что в плоскости фотоприемника получают достаточно широкие (больше размера фотоприемника) интерференционные полосы. Смещение зеркала  $Z_1$  приводит к смещению интерференционных полос. Оцените минимальное значение  $a_{\min}$  амплитуды колебаний, которое можно измерить данной схемой, если измерительное устройство позволяет обнаружить периодические колебания фототока, составляющие величину  $10^{-10}$  от величины тока в максимуме интерференционной картины. В каком месте интерференционной картины (в максимуме, минимуме интенсивности или в другом месте) следует располагать фотодиод для получения максимальной чувствительности?

*Ответ:*  $a_{\min} \approx 10^{-16}$  см.

**Т7.** Кристалл ниобата лития обладает сильной нелинейностью и довольно часто используется для генерации второй гармоники. Показатели преломления для обыкновенной и необыкновенной волны этого кристалла сильно зависят от температуры. Для необыкновенной волны  $\frac{dn_e}{dT} = 5,4 \cdot 10^{-6} (\text{°C})^{-1}$ , а для обыкновенной  $\frac{dn_o}{dT} = 37,9 \cdot 10^{-6} (\text{°C})^{-1}$ . Оцените, насколько надо изменить температуру кристалла, чтобы интенсивность генерации второй гармоники стала равной нулю. Считайте, что до изменения

температуры было достигнуто условие фазового синхронизма, длина волны накачки равна  $\lambda = 1$  мкм, а длина кристалла  $l = 1$  см.

*Ответ:*  $\delta T \approx 1.54^\circ \text{C}$ .

**Т8.** Найти пропускание атмосферой солнечного излучения во время восхода. Сделать расчет для красного ( $\lambda = 700$  нм) и фиолетового ( $\lambda = 400$  нм) цветов. Атмосферу считать изотермической, потери, не связанные с рэлеевским рассеянием (пыль, облака, ...), не учитывать. Показатель преломления атмосферы вблизи поверхности Земли равен  $n_0 = 1,0003$ .

*Ответ:* для  $\lambda = 400$  нм  $I_{\text{кон}}/I_0 = 5,3 \cdot 10^{-6}$ , для  $\lambda = 700$  нм  $I_{\text{кон}}/I_0 = 0,27$ .

УТВЕРЖДЕНО  
Проректор по учебной работе  
А. А. Воронов  
15 января 2021 г.

## ПРОГРАММА

по дисциплине: **Гармонический анализ**  
по направлению  
подготовки: **01.03.02 «Прикладная математика и информатика»,**  
**03.03.01 «Прикладные математика и физика»,**  
**16.03.01 «Техническая физика»,**  
**19.03.01 «Биотехнология»,**  
**27.03.03 «Системный анализ и управление»**  
физтех-школы: **ЛФИ, ФАКТ, ФБМФ, ФРКТ**  
кафедра: **высшей математики**  
курс: **2**  
семестр: **4**

Трудоёмкость:

теор. курс: базовая часть — 3 зач. ед.;

лекций — 30 часов

практические (семинарские)

занятия — 30 часов

лабораторные занятия — нет

Экзамен — 4 семестр

**ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ — 60**

Самостоятельная работа:  
теор. курс — 45 часов

Программу и задание составили:

д. ф.-м. н., профессор О. В. Бесов

д. ф.-м. н., профессор, С. А. Гриценко

д. ф.-м. н., доцент А. Ю. Петрович

д. ф.-м. н., профессор В. Ж. Сакбаев

к. ф.-м. н., доцент А. И. Тюленев

Программа принята на заседании кафедры  
высшей математики 19 ноября 2020 г.

Заведующий кафедрой  
д. ф.-м. н., профессор

Г. Е. Иванов

1. Абсолютно интегрируемые функции. Лемма Римана. Тригонометрические ряды Фурье для абсолютно интегрируемых функций. Стремление к нулю коэффициентов Фурье. Представление частичной суммы ряда Фурье интегралом с ядром Дирихле. Принцип локализации. Достаточные условия сходимости рядов Фурье в точке. Равномерная сходимость рядов Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Порядок убывания коэффициентов Фурье. *Для потока О. В. Бесова: оценка скорости стремления к нулю остатка тригонометрического ряда Фурье.* Ряд Фурье в комплексной форме.
2. Суммирование рядов Фурье методом средних арифметических. Теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций тригонометрическими и алгебраическими многочленами.
3. Метрические и линейные нормированные пространства. Сходимость в метрических пространствах. Полные метрические пространства, полные линейные нормированные (банаховы) пространства. Полнота пространства  $C[a, b]$ . Неполнота пространств непрерывных на отрезке функций с интегральными нормами. Сравнение норм: сравнение равномерной сходимости, сходимостей в среднем и в среднем квадратичном. Полные системы в линейных нормированных пространствах. *Для потока В. Ж. Сакбаева: пополнение метрического пространства; пополнение линейного нормированного пространства; теорема о пополнении.*
4. Бесконечномерные евклидовы пространства. Ряд Фурье по ортонормированной системе. Минимальное свойство коэффициентов Фурье, неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Ортонормированный базис в бесконечномерном евклидовом пространстве. Гильбертовы пространства. Необходимое и достаточное условие того, чтобы последовательность чисел являлась последовательностью коэффициентов Фурье элемента гильбертова пространства с фиксированными ортонормированным базисом. Связь понятий полноты и замкнутости ортонормированной системы.
5. Тригонометрические ряды Фурье для функций, абсолютно интегрируемых с квадратом. Полнота тригонометрической системы, равенство Парсеваля. Полнота системы полиномов Лежандра.
6. Собственные интегралы, зависящие от параметра, их свойства. Несобственные интегралы, зависящие от параметра; равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости несобственных интегралов. Признаки Вейерштрасса и Дирихле. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру несобственных интегралов. Применение теории интегралов, зависящих от параметра, к вычислению определенных интегралов. Интегралы Дирихле и Лапласа. Интегралы Эйлера — гамма и бета функции. Выражение бета-функции через гамма-функцию.

7. Интеграл Фурье. Представление функции интегралом Фурье. Преобразование Фурье абсолютно интегрируемой функции и свойства его образа: непрерывность, стремление к нулю на бесконечности. Формулы обращения. Преобразование Фурье производной и производная преобразования Фурье.
8. Пространство основных функций  $D$  и пространство обобщенных функций  $D'$ . Сходимость в пространстве обобщенных функций. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Дельта-функция. Умножение обобщенной функции на бесконечно дифференцируемую. Дифференцирование обобщенных функций.

## Литература

### Основная

1. *Бесов О. В.* Лекции по математическому анализу. — Москва : Физматлит, 2014, 2015, 2016.
2. *Иванов Г. Е.* Лекции по математическому анализу Ч.2 — Москва : МФТИ, 2011.
3. *Кудрявцев Л. Д.* Курс математического анализа. — 5-е изд. — Москва : Дрофа, 2003.
4. *Петрович А. Ю.* Лекции по математическому анализу. Ч. 3. Кратные интегралы. Гармонический анализ. — Москва : МФТИ, 2018.
5. *Тер-Крикоров А. М., Шабунин М. И.* Курс математического анализа. — Москва : Физматлит, 2003.
6. *Яковлев Г. Н.* Лекции по математическому анализу. Ч. 2, 3. — Москва : Физматлит, 2004.

### Дополнительная

7. *Никольский С. М.* Курс математического анализа. Т. 1, 2. — 5-е изд. — Москва : Физматлит, 2000.
8. *Фиштенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. — 8-е изд. — Москва : Физматлит, 2007.

## ЗАДАНИЯ

### Литература

1. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды: учебное пособие/под ред. Л.Д. Кудрявцева. — Москва : Физматлит, 2003. (цитируется — С2)
2. Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных: учебное пособие/под ред. Л.Д. Кудрявцева. — Москва : Физматлит, 2003. (цитируется — С3)

### Замечания

1. Задачи с подчёркнутыми номерами рекомендовано разобрать на семинарских занятиях.
2. Задачи, отмеченные \*, являются необязательными для всех студентов.

# ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 15–20 марта)

## I. Тригонометрические ряды Фурье

**С.2. §22:** 1(5); 11; 14; 30; 42; 45 В каждом примере постройте график суммы ряда Фурье и исследуйте ряд на равномерную сходимость на  $\mathbb{R}$ .

**С.2. §22:** 23\*; 65; 67; 68; 72; 110; 111(4;3).

1. Сходятся ли равномерно ряды Фурье функции  $f(x) = e^x$ ,  $x \in [0; \pi/2]$  по системам:

а)  $\{\sin(2k-1)x\}_{k=1}^{\infty}$ ;      б)  $\{\sin 2kx\}_{k=1}^{\infty}$ ;

в)  $\{\cos(2k-1)x\}_{k=1}^{\infty}$ ;      г)  $\{\cos 2kx\}_{k=0}^{\infty}$ ?

Постройте графики сумм этих рядов.

2. Не вычисляя коэффициентов Фурье, определить порядок их убывания

а)  $x^{10}$ ;    б)  $x^5$ ;    в)  $(x^2 - \pi^2)^{10}$ ;    г)  $(\pi^2 - x^2) \sin^2 x$ .

**С.2. §22:** 115; 121. С помощью равенства Парсеваля вычислите суммы

рядов:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ ;     $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6}$ .

**С.2. §16:** 47\*(2); 48(1; 3).

## II. Функциональные пространства

3. Докажите, что если  $f$  – функция, непрерывная на отрезке  $[a, b]$ , а  $\{f_n\}$  – последовательность функций, непрерывных на  $[a, b]$ , то между разными видами сходимости имеются связи, указанные в схеме (при перечеркнутой стрелке привести контрпример):



**С.3. §18:** 97; 98\*.

4. Докажите, что система функций  $\{x^n\}_{n=0}^{\infty}$  полна в пространствах  $C[a, b]$ ,  $CL_1[a, b]$ ,  $CL_2[a, b]$ .

**С.3. §19:** 116; 126\*.

5. Полна ли система функций  $\{x, x^3, \dots, x^{2k+1}, \dots\}$  в пространстве: а)  $C([1; 2])$ ; б) в пространстве  $C([0; 1])$ ?

6. Полна ли система  $\{\cos(2k-1)x\}_{k=0}^{\infty}$  в пространстве:

- а)  $C[0; \pi/2]$ ;    б)  $C[0; 2]$ ?

30 + 4\*

## ВТОРОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 10–15 мая)

### I. Собственные интегралы, зависящие от параметра

С.3. §13: 2(5); 14(2); 17; 18\*(2).

§15: 1(3).

### II. Несобственные интегралы, зависящие от параметра

С.3. §14: 1(1) — исследовать также при  $\alpha \in (1; +\infty)$ .

1(2) — исследовать также при  $\alpha \in (0; 1)$

С.3. §14: 6(3, 4); 7(3, 5, 6); 8(2).

#### 1. Вычислите интегралы Дирихле и Лапласа:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin ax}{x} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{\cos ax}{1+x^2} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{x \sin ax}{1+x^2} dx.$$

С.3. §15: 1(4); 2(4); 3(2); 5(2); 6(1, 4, 5); 13(4); 15(4).

С.3. §16: 7(4); 9(3); 12(9); 10\*(3).

### III. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье

С.2. §12: 248; 254.

С.3. §17: 1(3); 2(4); 5(2); 6(1); 7(4); 8(1,5); 14(1,3); 17\*(1).

### IV. Обобщенные функции

С.3. §21: 58\*; 60.

#### 2. Докажите, что в $D'$ справедливы равенства:

а)  $\lim_{a \rightarrow +0} \frac{a}{a^2 + x^2} = \pi \delta(x)$ ;    б)  $\lim_{a \rightarrow +0} \frac{1}{x} \sin \frac{x}{a} = \pi \delta(x)$ .

С.3. §21: 71; 75\*; 77\*; 84.

#### 3. Найдите в $D'$

$$\lim_{\xi \rightarrow +0} \frac{x\xi}{(x^2 + \xi^2)^2}.$$

#### 4. Упростите в $D'$ выражения:

а)  $(e^{\sin x} + x \cos x) \delta(x)$ ;    б)  $\left( \frac{\sin x}{1+x^2} - \operatorname{ch} x \right) \delta'(x)$ ;    в)  $e^{x^2} \delta''(x)$ .

45 + 6\*

УТВЕРЖДЕНО  
Проректор по учебной работе  
А. А. Воронов  
15 января 2021 г.

## ПРОГРАММА

по дисциплине: Дифференциальные уравнения  
по направлению: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»,  
подготовки: 19.03.01 «Биотехнология»  
физтех-школы: ФБМФ, ФАКТ  
кафедра: высшей математики  
курс: 2  
семестр: 4

Трудоёмкость:  
теор. курс: базовая часть — 3 зачет. ед.;  
лекции — 30 часов  
практические (семинарские)  
занятия — 30 часов  
лабораторные занятия — нет

Экзамен — 4 семестр

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ — 60

Самостоятельная работа:  
теор. курс — 45 часов

Программу и задание составили:

д. ф.-м. н., профессор А. М. Бишаев  
д. т. н., профессор А. Е. Умнов  
д. ф.-м. н., профессор С. Е. Жуковский  
к. ф.-м. н., доцент В. Ю. Дубинская  
к. ф.-м. н., доцент А. Ю. Семенов  
к. ф.-м. н., доцент О. А. Пыркова

Программа принята на заседании кафедры  
высшей математики 19 ноября 2020 г.

Заведующий кафедрой  
д. ф.-м. н., профессор

Г. Е. Иванов

- 1. Основные понятия, простейшие типы дифференциальных уравнений.** Основные понятия. Простейшие типы уравнений первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнение Бернулли или Риккати. Метод введения параметра для уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной. Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Использование однопараметрических групп преобразований для понижения порядка дифференциальных уравнений (по усмотрению лектора).
- 2. Линейные дифференциальные уравнения и линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.** Формула общего решения линейного однородного уравнения  $n$ -го порядка. Отыскание решения линейного неоднородного уравнения в случае, когда правая часть уравнения является квазимногочленом. Уравнение Эйлера.  
Формула общего решения линейной однородной системы уравнений в случае простых собственных значений матрицы коэффициентов системы. Теорема о приведении матрицы линейного преобразования к жордановой форме (без доказательства). Формула общего решения линейной однородной системы в случае кратных собственных значений матрицы коэффициентов системы. Отыскание решения линейной неоднородной системы уравнений в случае, когда свободные члены уравнения являются квазимногочленами (без доказательства).  
Матричная экспонента и ее использование для получения формулы общего решения и решения задачи Коши для линейных однородных и неоднородных систем уравнений. Преобразование Лапласа и его применение для решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (по усмотрению лектора). Исследование краевых задач для линейных уравнений второго порядка при наличии малого параметра при старшей производной (по усмотрению лектора).
- 3. Элементы вариационного исчисления.** Основные понятия. Простейшая задача вариационного исчисления. Задача со свободными концами, задача для функционалов, зависящих от нескольких неизвестных функций, и задача для функционалов, содержащих производные высших порядков. Условный экстремум: изопериметрическая задача, задача Лагранжа (без доказательства).
- 4. Задача Коши.** Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и для уравнения  $n$ -го порядка в нормальном виде. Теоремы о продолжении решения. Характер зависимости решения задачи Коши от параметров

и начальных данных: непрерывность, дифференцируемость (без доказательства). Задача Коши для уравнений первого порядка, не разрешенных относительно производной. Особое решение.

5. **Автономные системы дифференциальных уравнений.** Основные понятия и свойства фазовых траекторий. Классификация положений равновесия линейных автономных систем уравнений второго порядка. Характер поведения фазовых траекторий в окрестности положения равновесия двумерных автономных нелинейных систем уравнений. Устойчивость и асимптотическая устойчивость положения равновесия автономной системы. Достаточные условия асимптотической устойчивости.

6. **Первые интегралы и линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка.** Первые интегралы систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Критерий первого интеграла. Теорема о числе независимых первых интегралов.

Формула общего решения линейного однородного уравнения в частных производных первого порядка. Постановка задачи Коши для таких уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

7. **Линейные дифференциальные уравнения и линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.** Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальных линейных систем уравнений и для линейного уравнения  $n$ -го порядка в нормальном виде.

Фундаментальная система и фундаментальная матрица решений линейной однородной системы уравнений. Структура общего решения линейной однородной и неоднородной системы уравнений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля–Остроградского. Метод вариации постоянных или формула Коши для линейной неоднородной системы уравнений. Следствия для линейных уравнений  $n$ -го порядка. Теорема Штурма и следствия из нее.

Уравнение Бесселя и некоторые свойства его решений (по усмотрению лектора). Асимптотическое поведение решений при больших значениях аргумента (по усмотрению лектора).

## Литература

### Основная

1. *Понтрягин Л. С.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. — Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2001.
2. *Филиппов А. Ф.* Введение в теорию дифференциальных уравнений. — Москва : УрСС, 2004, 2007; — Москва : КомКнига, 2007, 2010, <http://bookfi.org/book/791964>.
3. *Степанов В. В.* Курс дифференциальных уравнений. — Москва : ЛКИ, 2008.

4. Романко В. К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. — Москва : Лаборатория базовых знаний, 2000–2011.
5. Федорюк М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — Санкт-Петербург : Лань, 2003.
6. Умнов А. Е., Умнов Е. А. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. — Москва : МФТИ, 2016, <http://www.umnov.ru>.

### *Дополнительная*

7. Гельфанд И. М., Фомин С. В. Вариационное исчисление. — Москва : Физматгиз, 1961, <http://techlibrary.ru/bookpage.htm>.
8. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. — УрСС, 2003; — Москва : Физматлит, 2009.
9. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. — Москва : Физматгиз, 1985.
10. Куццов Л. П., Николаев В. С. Курс лекций по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие. — Москва : МФТИ, 2003.
11. Ипатов В. М., Пыркова О. А., Седов В. Н. Дифференциальные уравнения. Методы решений. — Москва : МФТИ, 2007, 2012.

## ЗАДАНИЯ

### Литература

1. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению /под ред. Романко В. К.. — Москва : Физматлит, 2003. (цитируется — С)
2. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. — Москва : Ижевск : 2005; — Москва : МГУ, 2011; — Москва : ЛКИ, 2008. (цитируется — Ф)

### Замечания

1. Задачи с подчёркнутыми номерами рекомендовано разобрать на семинарских занятиях.
2. Задачи, отмеченные \*, являются необязательными для всех студентов.

## ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 15–20 марта)

### I. Задача Коши

**С. §5:** 26; 28а.

**С. §6:** 36; 49.

**Ф.:** 1065; 1066; 1067\*.

1. Доказать, что при  $\alpha > 0$  любое решение уравнения  $y' = |y|^\alpha$  не может быть продолжено на бесконечный интервал  $(-\infty; +\infty)$ .

2. Рассмотреть уравнение  $y'' - (y + 1)y' + y = 0$ . Показать, что прямая  $y = 1$  является дискриминантным множеством для этого уравнения, но не является решением. Показать, что через каждую точку прямой  $y = 1$  проходят две интегральные кривые уравнения, имеющие общую касательную. Решить краевую задачу:  
 $y'' - (y + 1)y' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(2) = e$ . Изобразить график полученного решения.

## II. Линейные уравнения с переменными коэффициентами

**Ф.:** 649; 664; 667; 668\*; 673; 678.

**Ф. §22:** 47\*; 59.

**С. §9:** 10; 31; 53; 64; 68(a).

3. Доказать, что уравнение Бесселя  $x^2y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y = 0$ , где  $\nu = \text{const}$  на  $(0; \infty)$ , не может иметь двух линейно независимых решений, ограниченных в окрестности нуля вместе со своими первыми производными.

## III. Теорема Штурма

**Ф.:** 723; 725\*; 726.

**С. §10:** 2; 3; 6.

4. Доказать, что любое нетривиальное решение уравнения  $y'' - 2xy' + y = 0$  на интервале  $(-\infty; +\infty)$  имеет не более трех нулей.
5. Доказать, что:

а) любое нетривиальное решение уравнения Бесселя

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y = 0, \quad \nu = \text{const}$$

имеет бесконечное число нулей на промежутке  $(0, +\infty)$ ;

- б)\* расстояние между последовательными нулями  $|x_{n+1} - x_n|$  любого указанного выше решения стремится к  $\pi$  при  $n \rightarrow +\infty$ .

## IV. Исследование поведения фазовых траекторий

Во всех задачах для фокусов и узлов определить, являются ли они устойчивыми или неустойчивыми.

**Ф.:** 964; 972\*; 973; 974; 975; 978\*.

**С. §13:** 9; 15; 39; 44; 45.

35+7\*

## ВТОРОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 3–8 мая)

### I. Первые интегралы и их использование для решений автономных систем

С. §14: 12.

Ф.: 1149.

1. Найти первые интегралы уравнений. Используя их, исследовать поведение траекторий на фазовой плоскости.

а)  $\ddot{x} + \sin x = 0$ ; б)  $\ddot{x} - x + x^2 = 0$ .

С. §16: 5; 26.

### II. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

С. §17: 5; 16; 22; 79; 83.

2. В области  $x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $z > 0$  найти все решения уравнения

$$(x^2 + y^2) \frac{\partial u}{\partial x} + 2xy \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{x^3 - xy^2}{z} \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши  $u = z^2$  при  $y^2 - x^2 = 1$ .

### III. Вариационное исчисление

С. §19: 21; 45; 72; 105.

3. Исследовать на экстремум функционал, определив знаки приращения

$$\int_1^2 \left( \frac{2yy'}{x} - 7\frac{y^2}{x^2} - (y')^2 - 12\frac{y}{x} \right) dx, \quad y(1) = 3, \quad y(2) = 1.$$

С. §20.1: 9; 12.

4. Исследовать на экстремум функционал, определив знаки приращения

$$\int_1^2 (2y + yy' + x(y')) dx, \quad y(1) = 1.$$

С. §20.2: 5.

С. §20.3: 2.

С. §21: 1.

5\*. Среди всех кривых на цилиндре  $x^2 + y^2 = 1$ , соединяющих точки  $(1, 0, 0)$  и  $(0, 1, 1)$  найти кривую наименьшей длины (геодезическую кривую).

23+1\*

УТВЕРЖДЕНО  
Проректор по учебной работе  
А. А. Воронов  
15 января 2021 года

## ПРОГРАММА

по дисциплине: Теория поля

по направлению подготовки:

03.03.01 «Прикладные математика и физика»

физтех-школа: ФБМФ

кафедра: теоретической физики

курс: 2

семестр: 4

Трудоемкость:

теор. курс: базовая часть – 3 зачет. ед.

лекции – 30 часов Экзамен – 4 семестр

практические (семинарские)

занятия – 30 часов

Курсовые и контрольные работы – 4

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 60 Самостоятельная работа  
– 45 часов

Программу и задание составил к.ф.-м.н., доц.  
М. Г. Иванов

Программа принята на заседании  
кафедры теоретической физики  
25 декабря 2020 года

Заведующий кафедрой  
д.ф.-м.н., профессор

Ю. М. Белоусов

# ТЕОРИЯ ПОЛЯ И ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ

**1. Задача Кеплера.** Сведение задачи двух тел к задаче одного тела. Закон площадей. Разделение переменных в полярных координатах. Теорема вириала и самоподобие потенциала.

**2. Одномерные малые колебания.** Свободные колебания. Вынужденные колебания. Функция Грина для осциллятора. Параметрический резонанс.

**3. Сложные колебания.** Линеаризация системы. Собственные колебания. Диссипативная функция Релея. Собственные колебания с диссипацией и гироскопическими силами. Нелинейные колебания. Нелинейный резонанс.

**4. Адиабатические инварианты.** Интегрируемые системы. Переменные действие-угол. Адиабатические инварианты.

**5. Поле как механическая система.** Цепочка осцилляторов. Полевое действие в сравнении с механическим. Полевые уравнения Эйлера–Лагранжа. Энергия и импульс поля.

**6. Описание электромагнитного поля.** Кинематика электромагнитного поля. 4-мерная плотность электрического тока. Действие для электромагнитного поля. Вторая пара уравнений Максвелла. Тензор энергии-импульса электромагнитного поля.

**7. Волновое уравнение для электромагнитного поля.** Уравнения поля через потенциалы. Калибровка Лоренца. Калибровка Кулона. Уравнение Пуассона. Волновое уравнение. Запаздывающие потенциалы и запаздывающая функция Грина.

**8. Электро- и магнитостатика.** Электростатическая энергия. Проблема точечного заряда. Границы применимости классической электродинамики. Магнитостатическая энергия. Разложение кулоновского потенциала. Мультипольные моменты. Мультипольное разложение потенциала. Мультипольное разложение энергии. Магнитный дипольный момент.

**9. Свободное электромагнитное поле.** 4-мерное преобразование Фурье. Решение уравнений свободного электромагнитного поля. Плоская монохроматическая волна. Поляризация. Стоячая монохроматическая волна.

**10. Собственные колебания электромагнитного поля.** Собственные функции оператора Лапласа и собственные колебания. Разложение поля в ящике на осцилляторы. Резонаторы и волноводы.

**11. Излучение в мультипольном приближении.** Волновая зона. Мультипольное приближение для потенциала в волновой зоне. Поля в волновой зоне и поляризация. Интенсивность излучения.

**12. Реакция излучения и излучение релятивистских частиц.** Радиационное трение. Радиационное трение как возмущение. Радиационное трение релятивистских частиц. Интенсивность излучения релятивистских частиц. Преобразование частот и углового распределения. Потенциалы Лиенара–Вихерта.

**13. Рассеяние.** Понятие о сечениях рассеяния и поглощения. Рассеяние и поглощение частиц. Рассеяние и поглощение волн. Постановка задачи рассеяния в электродинамике. Рассеяние на осцилляторе. Рассеяние и радиационное трение.

## Литература

### Основная

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 1. Механика. — Москва : Наука, 1988.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля. — Москва : Наука, 1988.
3. *Айзерман М.А.* Классическая механика. — Москва : Физматлит, 1980.
4. *Гантмахер Ф.Р.* Лекции по аналитической механике. — Москва : Физматлит, 2005.
5. *Пятницкий Е.С., Трухан Н.М., Ханукаев Ю.И., Яковенко Г.Н.* Сборник задач по аналитической механике. — Москва : Физматлит, 2002.
6. *Белюсов Ю.М., Бурмистров С.Н., Тернов А.И.* Задачи по теоретической физике. — Долгопрудный : Издательский Дом «Интеллект», 2013.

### Дополнительная

1. *Арнольд В.И.* Математические методы классической механики. — Москва : Физматлит, 1974.
2. *Джэксон Дж.* Классическая электродинамика. — Москва : Мир, 1965.
3. *Батыгин В.В., Топтыгин И.Н.* Сборник задач по электродинамике. — Москва : РХД, 2002.
4. *Паули В.* Теория относительности. — Москва : Наука, 1991.
5. *Кузнецов В.П., Смилга В.П.* Движение заряженной частицы во внешнем слабонеоднородном магнитном поле. Дрейфовая теория : учебно-методическое пособие. — Москва : МФТИ, 2001.

6. Белоусов Ю.М., Кузнецов В.П., Смилга В.П. Катехизис : учеб. пособие. — Москва : МФТИ, 2005.
7. Белоусов Ю.М., Кузнецов В.П., Смилга В.П. Практическая математика. Руководство для начинающих изучать теоретическую физику. — Долгопрудный : Издательский Дом «Интеллект», 2009.

## ЗАДАНИЕ 1

**1. Вектор Рунге–Ленца.** Нерелятивистская частица с зарядом  $-e$  и массой  $m$  движется в кулоновском потенциале, создаваемом зарядом  $Ze$  с массой  $M$ . Показать, что *вектор Рунге–Ленца* является интегралом движения:

$$\mathcal{A} = Ze^2 \frac{\mathbf{r}}{r} - \frac{1}{\mu} [\mathbf{p} \times \mathbf{L}], \quad \mathbf{L} = [\mathbf{r} \times \mathbf{p}], \quad \frac{1}{\mu} = \frac{1}{m} + \frac{1}{M}.$$

**2. Теорема вириала: самые частые случаи.**

Чаще всего теорема вириала встречается для случаев  $U \sim r^2$  — система осцилляторов и  $U \sim 1/r$  — система гравитирующих частиц или электрических зарядов (обратите внимание, частиц может быть много, главное, чтобы потенциальная энергия была однородной функцией координат). Выпишите для этих случаев соотношения между средней кинетической энергией, средней потенциальной энергией и полной энергией.

**3<sup>c</sup>. Пузырь.** При помощи теоремы вириала найти среднее давление  $P$  на стенки пузыря с идеальным газом. Плотность числа частиц —  $n$ , средняя кинетическая энергия атома газа —  $\varepsilon$ .

**4<sup>c</sup>. Малые колебания.** Найти частоты малых колебаний:

а)  $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2}$ ;    б)  $H = \frac{p^2}{2} - \sin x$ ;    в)  $L = \frac{\dot{x}^2 - x^2 - 1}{2x}$ ;

г)  $H = p^2 + x^2 e^x$ ;    д)  $L = (\dot{x}^2 - 1) \operatorname{ch} x$ ;    е)  $L = \frac{\dot{x}^2}{x} - \frac{x}{\ln x}$ ;

**ж\*)** Неваляшка массы  $M$  с моментом инерции для горизонтальной оси, проходящей через центр масс  $I$ . Основание неваляшки — шар радиусом  $R$ . Высота центра масс —  $H < R$ . Неваляшка качается без проскальзывания на горизонтальной плоскости в поле силы тяжести  $g$ ;

**з\*)** Маятник длины  $l$  может качаться в вертикальной плоскости, которая вращается с угловой скоростью  $\Omega$  вокруг оси, проходящей через точку подвеса. Ускорение свободного падения —  $g$ . Найти частоту малых колебаний  $\omega$  в зависимости от  $\Omega$ . Что происходит с ростом  $\Omega$ ?

**5<sup>с</sup>. Знакомство с  $\delta$ -функцией.**

$$\text{а) } \delta_a(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}, & |x| < \frac{a}{2} \\ 0, & |x| > \frac{a}{2} \end{cases}, \quad \delta_{1a}(x) = \begin{cases} \frac{1}{a^2}, & x \in (-a, 0) \\ -\frac{1}{a^2}, & x \in (0, a) \\ 0, & |x| > a \end{cases},$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}.$$

Для достаточно гладкой функции  $\varphi(x)$  найти пределы

$$\lim_{a \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta_a(x) \varphi(x) dx, \quad \lim_{a \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta_{1a}(x) \varphi(x) dx.$$

**б)** Найти зависимости  $\ddot{x}(t), \dot{x}(t), x(t)$ , если на покоящуюся при  $x = 0$  частицу действует сила  $f_1(t) = A\theta(t)$ ,  $f_2 = B\delta(t)$ ,  $f_3 = C\delta'(t)$ .

**в)** Определить следующие обобщённые функции:  $\delta(x-x_0), \delta(kx), \delta(\sin(2x))$ .

**г)** Как связаны размерность  $\delta(x), \delta'(x)$  и размерность  $x$ ? Являются ли эти обобщённые функции чётными или нечётными?

**6<sup>с</sup>. Резонанс при ударных воздействиях.**

На гармонический осциллятор с затуханием действует периодическая ударная сила, с периодом  $T$  сообщаящая импульс  $p_0$ . Исследовать зависимость установившейся амплитуды от параметров задачи.

**7<sup>с</sup>. Параметрический резонанс.**

У гармонического осциллятора с частотой  $\omega_0$  частота с периодом  $T$  на короткое время  $\tau \ll T, \omega_0^{-1}, \Omega^{-1}$  возрастает до  $\Omega \gg \omega_0$ . Найти условия параметрического резонанса.

**8<sup>с</sup>. Собственные колебания.** Записать вековое уравнение и найти собственные колебания (частоты и амплитуды) для следующих систем:

**а)** Три груза массой  $m$  каждый соединены в цепочку двумя пружинами жёсткости  $k$ . Грузы надеты на стержень, так что двигаться могут только вдоль прямой.

**б)** Груз массой  $m_1$  подвешен на пружине жёсткостью  $k$ , к нему на пружине жёсткости  $k$  подвешен груз массой  $m_2$ . Грузы надеты на стержень, так что двигаться могут только вдоль прямой.

**в<sup>с</sup>)** Цепочка из  $n$  грузиков массой  $m$ , соединённых пружинками жёсткостью  $k$ , замкнута кольцом и нанизана на обруч. Определить также фазовую и групповую скорости.

**г\*)** Найти собственные колебания математического маятника, подвешенного на невесомой упругой нити (пружине).

д<sup>c\*\*</sup>) Молекула из трёх одинаковых атомов массой  $m$  имеет форму равностороннего треугольника. Жёсткость ребра —  $k$ . (Вековое уравнение можно не писать.)

**9. Нелинейный осциллятор.** Для осциллятора с кубической нелинейностью  $L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}m\omega_0^2x^2 - \varepsilon m\frac{1}{3}x^3$  найти поправку к частоте в зависимости от амплитуды, используя теорию возмущений.

**10<sup>c</sup>. Адиабатический инвариант в слабопеременном магнитном поле.** Релятивистская частица массой  $m$  и зарядом  $e$  движется в магнитном поле. Магнитное поле медленно меняется со временем так, что изменение поля за период движения мало по сравнению с самим полем. Определить изменение энергии частицы за один оборот. Доказать, что величина  $p_{\perp}^2/B$  остаётся постоянной (т.е. является адиабатическим инвариантом). Вычислить изменение радиуса орбиты и энергии частицы, если поле изменилось от значения  $B_1$  до  $B_2$ .

**11<sup>c</sup>. Слабонеоднородное магнитное поле.** Магнитное поле считается слабонеоднородным, если поле мало меняется на расстояниях порядка радиуса орбиты. Получить формулу  $\mathbf{F} = (\boldsymbol{\mu}, \nabla)\mathbf{B}$  для силы, действующей на магнитный диполь в слабонеоднородном поле.

Найти в нерелятивистском случае уравнение движения ведущего центра орбиты заряженной частицы.

**12\* . Радиационные пояса Земли.**

На больших расстояниях поле Земли представляет поле диполя с магнитным моментом  $\mathbf{m} = 8,1 \cdot 10^{25}$  гаусс·см<sup>3</sup>.

Найти в полярных координатах уравнение силовой линии магнитного диполя. Определить, как меняется поле вдоль силовой линии.

Предполагая, что скорость частицы на экваторе составляет угол  $\alpha$  с плоскостью экватора, определить максимальную широту (полярный угол), достигаемую частицей.

Найти угол  $\alpha$ , при котором частица достигнет поверхности Земли, если расстояние от Земли, на котором частица находилась в экваториальной плоскости, значительно больше радиуса Земли.

Используя результат предыдущей задачи, найти период дрейфа вокруг Земли протона с энергией 10 МэВ, движущегося в экваториальной плоскости на расстоянии 30 000 км от Земли.

**13<sup>c</sup>. От действия к системе.** Проварьировать действия, определить, записать уравнения поля, обобщённые импульсы, тензор энергии-им-

пульса. Считать  $c = 1$ . Описать словами и иллюстрировать графиками, какой системе может соответствовать такое действие:

**а<sup>с</sup>**  $S[\varphi(\underline{x})] = \int \left(-\frac{1}{2}(\partial_i \varphi)(\partial^i \varphi) + \frac{k}{2}\varphi^2 - \frac{\lambda}{4}\varphi^4\right) d^4 \underline{x}$ , ( $k, \lambda = \text{const}$ ),

**б**)  $S = \int \left(-\frac{1}{2}(\partial_i \varphi^*)(\partial^i \varphi) - \frac{1}{2}|\varphi|^2\right) d^4 \underline{x}$ . Показать, что при варьировании по  $\text{Re } \varphi(\underline{x})$  и  $\text{Im } \varphi(\underline{x})$  и при варьировании по  $\varphi(\underline{x})$  и  $\varphi^*(\underline{x})$  (как по независимым переменным) получаются эквивалентные уравнения поля.

**в**)  $S[\psi(\mathbf{r}, t), \psi^*(\mathbf{r}, t)] = \int \left(\frac{\hbar^2}{2m}(\nabla \psi^*, \nabla \psi) + U(\mathbf{r})\psi^* \psi - \psi^* i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi\right) d^3 \mathbf{r} dt$ ,  
 $m, \hbar = \text{const}, i^2 = -1$ ,

**г**)  $S[\psi(\mathbf{r}), \psi^*(\mathbf{r}), E] = E + \int \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\psi^* \Delta \psi + U(\mathbf{r})|\psi|^2 - E|\psi|^2\right) d^3 \mathbf{r}$ ,  
 $m, \hbar = \text{const}, E$  — число (без аргументов!),

**д<sup>с</sup>**)  $S[\varphi(\underline{x})] = \int \left(\frac{1}{2}\varphi \square \varphi + \cos(\varphi)\right) d^4 \underline{x}$ , ( $\square = \Delta - \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \partial_i \partial^i$ ),

**е<sup>\*</sup>**)  $S[\varphi(\underline{x}), \varphi^*(\underline{x})] = \frac{1}{2} \int \left(-(\partial^i \varphi^*)(\partial_i \varphi) + ieA^i(\underline{x})\varphi^*(\partial_i \varphi - ieA_i(\underline{x})\varphi) + |\varphi|^2\right) d^4 \underline{x}$ ,

**ж**)  $S[\varphi(\underline{x})] = -T \int \sqrt{(\partial_i \varphi)(\partial^i \varphi)} d^4 \underline{x}$ , ( $T = \text{const}$ ),

**з<sup>\*\*</sup>**)  $S[X^i(\xi^a)] = -\sigma \int \sqrt{-\det(h_{ab})} d^n \xi$ ,  $h_{ab} = g_{ij} \frac{\partial X^i}{\partial \xi^a} \frac{\partial X^j}{\partial \xi^b}$ ,

$\sigma = \text{const}, i = 0, \dots, D, a = 1, \dots, n$ . Сравнить с предыдущим пунктом.

#### 14. Нелинейная электродинамика.

Рассмотрим следующее действие, переходящее в пределе малых полей в действие для электромагнитного поля:

$$S[A_i(\underline{x})] = - \int \sqrt{1 + \frac{F^{ij} F_{ij}}{8\pi}} d^4 \underline{x}, \quad F_{ij} = \partial_i A_j - \partial_j A_i.$$

**а<sup>с</sup>**) Выведите аналоги уравнений Максвелла.

**б<sup>\*</sup>**) Найдите решение уравнений поля, переходящее на бесконечности в поле точечного заряда.

**в<sup>\*</sup>**) Какое распределение зарядов соответствовало бы полю из пункта **б** в линейной электродинамике?

## ЗАДАНИЕ 2

**15<sup>с</sup>**. Потенциальная энергия двух диполей. Определить потенциальную энергию взаимодействия двух диполей с моментами  $\mathbf{d}_1$  и  $\mathbf{d}_2$ .

**16<sup>с</sup>**. Квадрупольный момент эллипсоида. Найти тензор квадрупольного момента равномерно заряженного по объёму эллипсоида относительно его центра. Найти электрическое поле на больших расстояниях. Найти энергию взаимодействия диполя с квадруполем.

**17. Разложение потенциала по мультипольным членам.** Потенциал  $V(R, \theta)$  аксиально-симметричной системы зарядов на оси  $z(\theta = 0)$  имеет вид

$$V(R, 0) = V_0 \left( 1 - \frac{R^2 - a^2}{R\sqrt{R^2 + a^2}} \right), \quad R > a.$$

Найти два ведущих члена разложения  $V(R, \theta)$  в области  $R \gg a$ .  
*Указание:* использовать мультипольное разложение.

**18. Точечные мультиполи.** Найти мультипольные моменты (по квадратичному включительно) для следующих плотностей заряда:

$$\rho_1 = a \delta(x) \delta(y) \delta(z), \quad \rho_2 = b \delta'(x) \delta(y) \delta(z), \\ \rho_3 = c \delta''(x) \delta(y) \delta(z), \quad \rho_4 = c \delta'(x) \delta'(y) \delta(z).$$

**19<sup>c</sup>. Магнитная линза.** Магнитное поле, направленное по оси  $z$  вдоль этой оси, убывает с постоянным градиентом  $\partial B_z / \partial z = -h = \text{const}$ . Может ли поле во всем пространстве быть параллельным оси  $z$ ?

Найти радиальные компоненты поля вне оси  $z$ .  
 Представить картину силовых линий.

**20<sup>c</sup>. Дипольное излучение в ближней и волновой зонах.** Определить электрическое и магнитное поля гармонически колеблющегося диполя на расстояниях  $R$ , много больших размеров диполя  $a$ , но необязательно больших длины волны  $\lambda$ . Записать комплексный вектор поляризации излучения  $\mathbf{e}(\theta, \varphi)$  в зависимости от направления.

**21\*.** **Интерференция дипольного излучения и отражённого.**

Гармонически колеблющийся диполь помещён на высоте  $L$  над идеально проводящей металлической плоскостью. Найти интенсивность излучения диполя в зависимости от угла наблюдения и угла между диполем и нормалью к плоскости.

**а)** Для случая  $L \ll \lambda$ .

**б\*)** Для случая  $L \gg \lambda$  (можно ограничиться случаем, когда диполь перпендикулярен плоскости).

**22<sup>c</sup>. Атом Резерфорда.** Два разноименных заряда  $(e_1, m_1)$  и  $(e_2, m_2)$  обращаются один вокруг другого под действием кулоновского притяжения по круговой орбите радиуса  $R$ .

Определить энергию, теряемую на излучение за один оборот.

Найти зависимость расстояния между зарядами от времени.

Определить время, за которое один заряд упадет на другой.

**23<sup>c</sup>. Излучение при лобовом столкновении в кулоновском поле.** Два одноименных заряда  $(e_1, m_1)$  и  $(e_2, m_2)$  испытывают лобовое столкновение. Определить полную излученную энергию, если задана относительная скорость на бесконечности  $v_\infty \ll c$ .

а) Дипольный случай  $(e_1/m_1 \neq e_2/m_2)$ .

б) Квадрупольный случай  $(e_1/m_1 = e_2/m_2)$ .

**24\* . Излучение колеблющегося сфероида.** Тело, ограниченное близкой к сфере поверхностью (сфероид) с уравнением

$$R(\theta) = R_0[1 + \beta P_2(\cos \theta)],$$

заряжено с постоянной плотностью. Полный заряд равен  $Q$ . Малый параметр  $\beta (\beta \ll 1)$  гармонически меняется во времени с частотой  $\omega$ . Удерживая низшие члены разложения по  $\beta$ , вычислить в длинноволновом приближении отличные от нуля мультипольные моменты, угловое распределение и полную мощность излучения.

**25<sup>c</sup>. Синхротронное излучение.** Найти энергию излучения релятивистского электрона в однородном магнитном поле за один оборот. Найти полную мощность (в мегаваттах) синхротронного излучения в ускорителе на встречных пучках электронов и позитронов с энергией 100 ГэВ. Длина окружности ускорителя 30 км, число ускоряемых частиц в кольце  $5 \cdot 10^{12}$ . Оценить характерную длину волны излучения.

**26\* . Ондюляторное излучение.** Пучок релятивистских электронов пролетает через плоский конденсатор, к которому приложено переменное напряжение с частотой  $\omega_0$ . Найти частоту излучения электронов в зависимости от угла  $\theta$  между наблюдателем и направлением движения пучка.

**27<sup>а</sup>. Рассеяние.** а) Найти дифференциальные и полные сечения рассеяния точечных частиц на непроницаемой сфере радиуса  $R$ .

б) Найти дифференциальные и полные сечения рассеяния, а также сечение поглощения линейно поляризованного и «естественного» (неполяризованного) света осциллятором с затуханием.

1-я контрольная: в середине семестра после задания 1.

2-я контрольная: в конце семестра.

УТВЕРЖДЕНО  
Проректор по учебной работе  
А. А. Воронов  
15 января 2021 г.

## ПРОГРАММА

по дисциплине: **Информатика**  
по направлениям: **03.03.01 «Прикладные математика и физика»**  
физтех-школа: **ФБМФ**  
кафедра: **информатики и вычислительной математики**  
курс: 2  
семестр: 4

Трудоёмкость:

вариативная часть – 4 зач. ед.:

лекции – 30 часов

практические (семинарские)

занятия – нет

лабораторные занятия – 60 часов

Диф. зачет – 4 семестр

Самостоятельная работа – 90 часов

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 90

Программу и задание составил:                      доцент, к.ф.-м.н. М.Н. Герцев

Программа принята на заседании кафедры  
информатики и вычислительной математики  
23 июня 2020 г.

Заведующий кафедрой  
к.ф.-м.н., доц.

Н. И. Хохлов

## Описание учебного курса

Цель дисциплины: научить студентов программировать на языке Python 3 на уровне, достаточном для использования информационных компьютерных технологий в курсе вычислительной математики, в исследовательской научной и в последующей профессиональной деятельности.

На лекциях по информатике, кроме изложения синтаксиса языка Python, алгоритмов и структур данных в классическом лекционном формате, проводятся **мастер-классы по программированию** с отображением кода на проекторе. Такой подход позволяет интерактивно демонстрировать как проблемы, возникающие при создании кода, так и практические приёмы преодоления этих проблем.

Курс предполагает выполнение нескольких лабораторных работ, серии **контестов** и двух контрольных, описания которых появляются на сайте курса <http://cs.mipt.ru/algo> в течение семестра. Очное присутствие на занятиях по практике программирования *обязательно*, поскольку суть обучения на данном курсе сводится к приобретению как теоретических, так и практических знаний и навыков программирования и проектирования программ. Это возможно только при живой передаче опыта от преподавателя и его ассистентов-менторов — студентам.

## Оценивание

Итоговая оценка выставляется по результату устного ответа и не может превышать средневзвешенную оценку  $z$  по контестам и контрольным работам более чем на 3 балла.  $z = 0.2 \cdot X_c + 0.35 \cdot X_1 + 0.45 \cdot X_2$ . Здесь,  $X_c$  – средняя оценка по контестам,  $X_1$  – оценка за первую контрольную,  $X_2$  – оценка за вторую контрольную.

## Лабораторные работы

Все занятия представляют собой решение учебных и контрольных контестов, содержащих типовые задачи. Во время проведения учебных контестов, преподаватель показывает студентам «эталонные» решения отдельных задач и помогает студентам в подборе правильного алгоритма для решения наиболее сложных задач. Учебные контесты доступны студентам до конца учебного семестра.

№	Название	Цель и тема работы
1	Работа с ошибками в Python	Обработка исключений в Python 3. Блок try ... except
2	Хеширование и хеш-таблицы	Использование хеширования в информатике
3	Множества и словари в Python	Типы set и dict. Их применение
4	Геометрия	Решение различных геометрических задач
5	Стэк, очередь, куча	Работа с различными структурами данных
6	Работа с файлами, построение графиков	Краткий обзор возможностей numpy и matplotlib.pyplot
7	Контрольная работа №1	Полугодовая контрольная
8 – 14	Графы.	Решение различных задач на графах: обход в глубину, обход в ширину, поиск кратчайшего пути, остовные деревья.
15	Контрольная работа №2	Семестровая контрольная работа

### Лекции

- Лекция 1. Индуктивные функции
- Лекция 2. Ошибки
- Лекция 3. Хэш таблицы
- Лекция 4. Словари и множества
- Лекция 5. Связные списки
- Лекция 6. Куча
- Лекция 7. Введение в теорию графов
- Лекция 8. Хранение графа в памяти
- Лекция 9. Обход графа в глубину
- Лекция 10. Обход графа в ширину
- Лекция 11. Поиск кратчайшего пути в графе
- Лекция 12. Остовные деревья
- Лекция 13. Игры на ациклических графа
- Лекция 14. Двоичное дерево поиска
- Лекция 15. Обобщение пройденного материала

## Литература

### (Основная)

1. *Лутц М.* Python. Карманный справочник. – Москва : ИД Вильямс, 2015.
2. *Саммерфилд М.* Python на практике. – Москва : ДМК Пресс, 2014.

### (Дополнительная)

1. *Саммерфилд М.* Программирование на Python 3. Подробное руководство. – Москва : Символ-Плюс, 2009.
2. *Прут В. В.* Алгоритмы и структуры данных на языке C / – Москва : МФТИ, 2016

## Ресурсы сети Интернет

1. [python.org](http://python.org) — сайт языка Python с актуальной документацией по-английски.
2. [svr.pp.ua/AByteOfPython/](http://svr.pp.ua/AByteOfPython/) — книга "A Byte of Python", Swaroop Chitlur.
3. [codernet.ru/books/python/](http://codernet.ru/books/python/) — коллекция книг по языку Python.
4. [younglinux.info/pygame](http://younglinux.info/pygame) — сайт "Лаборатория линуксоида"

УТВЕРЖДЕНО  
Проректор по учебной работе  
А. А. Воронов  
15 января 2021 г.

## ПРОГРАММА

по дисциплине: **Операционная система Linux**  
по направлению: **03.03.01 «Биотехнология»**  
физтех-школа: **ФБМФ**  
кафедра: **информатики и вычислительной математики**  
курс: **2**  
семестр: **4**

Трудоёмкость:

вариативная часть – 2 зач. ед.:

лекции – нет

практические (семинарские)

занятия – нет

лабораторные занятия – 30 часов

Диф. зачет – 4 семестр

Самостоятельная работа – 60 часов

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 60

Программу и задание составил:

ассистент Е. С. Максимов  
ст. преп. Т. Ф. Хирьянов

Программа принята на заседании кафедры  
информатики и вычислительной математики  
23 июня 2020 г.

Заведующий кафедрой  
к.ф.-м.н., доц.

Н. И. Хохлов

## Описание учебного курса

Цель дисциплины «Операционная система Linux» – научить студентов эффективно использовать возможности командной строки операционной системы Linux.

В ходе данного курса обучающийся освоит использование следующих технологий и умений:

1. Командная оболочка bash
2. Управление стандартными потоками
3. Управление процессами Linux
4. Удалённое управление компьютером через ssh
5. Использовать мультиплексор tmux и другие утилиты
6. Писать bash скрипты
7. Базовое администрирование сервера на базе Linux

## Оценивание

Итоговая оценка студента по предмету ставится исходя из устной защиты семестрового проекта.

## Лабораторные работы

№	Тема	Описание	Неделя
1	Файловая система Linux	Устройство файловой системы, корневая папка, команда cd. Утилиты ls, mkdir, rm, mv, ln, touch, man, cat, tail, head.	1
2	Базовые консольные утилиты	Утилиты sed, find. Операции перенаправления стандартных потоков	1
3	Редактор vim	Принципы работы vim, основные клавиши управления, открытие, создание и сохранение файлов	1
4	Скрипты в Linux	Создание и запуск скриптов в bash. Переменные окружения, циклы while, for условный оператор if	3
5	Управление процессами	Запуск, приостановка и возобновление процессов. Утилита mkfifo	3
6	Утилиты мультиплексоры	Работа в утилитах tmux и screen	1

7	Система управления версиями git	Системы контроля версий. Использование команд git init; git config; git add; git commit; git push; git pull; git branch; git checkout. Использование github.com задачи, цели, нити.	2
8	Безопасная оболочка ssh	Присоединение к удалённому компьютеру и управление им при помощи ssh	1
9	Введение в администрирование Linux	Утилиты su, sudo, systemctl, passwd, journalctl. Использование ssh-keygen для контроля удалённого доступа	1
10	Контрольная работа		1

### Ресурсы сети Интернет

1. <https://www.gnu.org/software/bash/manual/>
2. <http://rus-linux.net/MyLDP/BOOKS/abs-guide/flat/abs-book.html>
3. <https://www.ibm.com/developerworks/ru/library/l-bash-parameters/index.html?ca=dre-ru>

### Литература

*(Основная)*

1. Операционная система UNIX [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. М. Робачевский, С. А. Немнюгин, О. Л. Стесик .— 2-е изд., перераб. и доп. — Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2005, 2007, 2010 .— 656 с.

*(Дополнительная)*

1. Современные операционные системы [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Э. Таненбаум ; [пер. с англ. Н. Вильчинский, А. Лашкевич] .— 3-е изд. — Санкт-Петербург : Питер, 2015 .— 1120 с.

Учебное издание

**СБОРНИК  
программ и заданий**

**Физтех-школа биологической и медицинской физики  
(ФБМФ)**

**для студентов 2 курса  
на весенний семестр  
2020–2021 учебного года**

Редакторы и корректоры: *И.А. Волкова, О.П. Котова*  
Компьютерная верстка *В.А. Дружинина*

Подписано в печать 15.01.2021. Формат 60 × 84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Усл. печ. л. 2,75. Тираж 100 экз.  
Заказ № 15.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный  
исследовательский университет)»  
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9  
Тел. (495) 408-58-22, e-mail: [rio@mipt.ru](mailto:rio@mipt.ru)

---

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»  
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9  
Тел. (495) 408-84-30, e-mail: [polygraph@mipt.ru](mailto:polygraph@mipt.ru)

Для заметок

Для заметок