Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»

МФТИ

СБОРНИК

программ и заданий

Физтех-школа аэрокосмических технологий (ФАКТ)

для студентов 1 курса на весенний семестр 2020–2021 учебного года

МОСКВА
МФТИ
2021

Сборник программ и заданий для студентов 1 курса на весенний семестр 2020–2021 учебного года. Физтех-школа аэрокосмических технологий (ФАКТ). – Москва : МФТИ, 2021. – 52 с.

Учебное издание

СБОРНИК
программ и заданий

Физтех-школа аэрокосмических технологий
(ФАКТ)

для студентов 1 курса
на весенний семестр
2020–2021 учебного года

Редакторы и корректоры: *И.А. Волкова*, *О.П. Котова*
Компьютерная верстка *В.А. Дружинина*

Подписано в печать 15.01.2021. Формат 60 × 84 $^{1}/_{16}$. Усл. печ. л. 3,25. Тираж 120 экз.
Заказ № 03.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
Тел. (495) 408-58-22, e-mail: rio@mipt.ru

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
Тел. (495) 408-84-30, e-mail: polygraph@mipt.ru

© Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет», 2021

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
15 января 2021 года

ПРОГРАММА

по дисциплине: **Общая физика:**
термодинамика и молекулярная физика
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика и физика»
физтех-школа: **для всех физтех-школ**
кафедра: **общей физики**
курс: 1
семестр: 2

Трудоёмкость:
теор. курс: базовая часть – 4 зачет. ед.;
физ. практикум: базовая часть – 3 зачет. ед.;
лекции – 30 часов — Экзамен – 2 семестр
практические (семинарские) занятия – 30 часов
лабораторные занятия – 60 часов — Диф. зачёт – 2 семестр

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 120 — Самостоятельная работа:
теор. курс – 90 часов
физ. практикум – 75 часов

Программу и задание составили:
к.ф.-м.н., проф. В. С.Булыгин
д.ф.-м.н., проф. А. В.Гавриков
д.ф.-м.н., проф. А. А.Катанин
к.ф.-м.н., доц. К. М.Крымский
к.ф.-м.н., доц. П. В. Попов
к.ф.-м.н., доц. Д. И. Холин
к.ф.-м.н., доц. И. С. Юдин

Программа принята на заседании кафедры
общей физики 7 ноября 2020 г.

Заведующий кафедрой — А. В. Максимычев
д.ф.-м.н., профессор

ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

1. Основные понятия, задачи и методы молекулярной физики. Макроскопические параметры, термодинамическая система, термодинамические параметры, термодинамическое равновесие. Нулевое начало термодинамики. Термическое и калорическое уравнения состояния.

Идеальный газ. Связь давления идеального газа с кинетической энергией молекул. Уравнение состояния идеального газа. Внутренняя энергия идеального газа. Идеально-газовое определение температуры.

Работа, внутренняя энергия, теплота. Первое начало термодинамики. Теплоёмкость. Теплоёмкости при постоянном объёме и постоянном давлении, соотношение Майера для идеального газа. Адиабатический и политропический процессы. Адиабата и политропа идеального газа.

Скорость звука в газах.

2. Циклические процессы. Тепловые машины. КПД тепловой машины. Цикл Карно. Теоремы Карно. Холодильная машина и тепловой насос. Обратимые и необратимые процессы. Второе начало термодинамики. Эквивалентные формулировки второго начала. Неравенство Клаузиуса.

Термодинамическое определение энтропии. Изменение энтропии в обратимых и необратимых процессах, закон возрастания энтропии. Энтропия идеального газа. Неравновесное расширение идеального газа в пустоту.

3. Термодинамические функции и их свойства. Термодинамические потенциалы: внутренняя энергия, энтальпия, свободная энергия, энергия Гиббса. Преобразования термодинамических функций. Соотношения Максвелла.

Максимальная работа системы при контакте с термостатом. Максимальная полезная работа системы.

4. Применение термодинамических потенциалов. Термодинамика излучения. Адиабатическое растяжение резинового и металлического стержней. Тепловое расширение твёрдых тел.

Поверхностные явления. Краевые углы, смачивание и несмачивание. Формула Лапласа. Свободная и внутренняя энергия поверхности.

5. Фаза и агрегатное состояние. Классификация фазовых переходов (I и II рода). Экстенсивные и интенсивные величины. Химический потенциал. Условия равновесия фаз для переходов I рода. Уравнение Клапейрона–Клаузиуса. Кривая фазового равновесия «жидкость–пар», зависимость давления насыщенного пара от температуры.

Фазовые диаграммы. Тройная точка. Диаграмма состояния «лёд–вода–пар». Критическая точка.

Метастабильные состояния. Перегретая жидкость и переохлаждённый пар. Зависимость давления пара от кривизны поверхности жидкости. Кипение. Роль зародышей в образовании фазы.

6. Газ Ван-дер-Ваальса как модель реального газа. Внутренняя энергия и энтропия газа Ван-дер-Ваальса. Изотермы газа Ван-дер-Ваальса и их связь с изотермами реальной системы. Правило Максвелла (правило рычага). Критические параметры и приведённое уравнение состояния. Адиабата газа Ван-дер-Ваальса. Неравновесное расширение газа Ван-дер-Ваальса в пустоту.

7. Элементы гидродинамики идеальной жидкости. Линии тока, стационарное ламинарное течение. Уравнение Бернулли для сжимаемой и несжимаемой жидкости. Изоэнтропическое течение идеального газа, истечение газа из отверстия. Эффект Джоуля–Томсона, температура инверсии.

8. Элементы теории вероятностей. Дискретные и непрерывные случайные величины, плотность вероятности. Условие нормировки. Средние величины и дисперсия. Независимые случайные величины. Нормальный закон распределения как предел распределения для суммы большого числа независимых слагаемых (без вывода). Зависимость дисперсии суммы независимых слагаемых от их числа («закон $\sqrt{N}$»).

9. Распределение Максвелла: распределения частиц по компонентам скорости и абсолютным значениям скорости. Наиболее вероятная, средняя и среднеквадратичная скорости. Распределение Максвелла по энергиям.

Элементы молекулярно-кинетической теории. Плотность потока частиц, движущихся в заданном направлении. Среднее число и средняя энергия частиц, вылетающих в вакуум через малое отверстие в сосуде.

Распределение Больцмана в поле внешних сил. Барометрическая формула. Распределение Максвелла—Больцмана.

10. Элементы статистической физики классических идеальных систем. Фазовое пространство, макро- и микросостояния, статистический вес макросостояния. Статистическое определение энтропии. Статистическая сумма. Аддитивность энтропии независимых подсистем. Закон возрастания энтропии. Третье начало термодинамики (теорема Нернста). Распределение Гиббса–Больцмана для идеального газа. Понятие о каноническом распределении Гиббса.

Зависимость статистического веса и энтропии от числа частиц в системе. Изменение энтропии при смешении газов, парадокс Гиббса.

11. Приложения статистической физики. Статистическая сумма. Классическая теория теплоёмкостей: закон равномерного распределения энергии теплового движения по степеням свободы. Теплоёмкость кристаллов

(закон Дюлонга–Пти). Элементы квантовой теории теплоёмкостей. Замораживание степеней свободы, характеристические температуры. Зависимость теплоёмкости C_V газов от температуры.

Статистическая температура. Свойства двухуровневой системы, инверсная заселённость.

12. Флуктуации. Связь вероятности флуктуации с изменением энтропии системы. Флуктуации аддитивных величин, зависимость флуктуаций от числа частиц. Флуктуация числа частиц в выделенном объёме. Флуктуация энергии системы в жёсткой термостатированной оболочке. Флуктуация объёма в изотермическом и адиабатическом процессах. Влияние флуктуаций на чувствительность измерительных приборов (пружинные весы, газовый термометр).

13. Столкновения. Эффективное газокинетическое сечение. Длина свободного пробега. Распределение молекул по длинам свободного пробега. Число столкновений молекул в единице объёма.

Явления молекулярного переноса: диффузия, теплопроводность, вязкость. Законы Фика, Фурье и Ньютона. Коэффициенты переноса в газах. Уравнение диффузии и теплопроводности. Температуропроводность. Стационарные и квазистационарные распределения концентрации и температуры.

14. Диффузия как процесс случайных блужданий. Задача о случайных блужданиях, среднеквадратичное смещение частицы при большом числе шагов. Расплывание облака частиц и распространение тепла за счёт теплопроводности.

Броуновское движение макроскопических частиц. Закон Эйнштейна–Смолуховского для смещения броуновской частицы. Связь подвижности частицы и коэффициента диффузии облака частиц (соотношение Эйнштейна).

15. Стационарное ламинарное течение вязкой жидкости/газа по прямолинейной трубе, формула Пуазейля. Течение разрежённого газа по прямолинейной трубе. Явления переноса в разрежённых газах: эффект Кнудсена (эффузия), зависимость коэффициента теплопроводности разрежённого газа от давления.

Безразмерные параметры и законы подобия для течений. Число Рейнольдса. Число Кнудсена. Эффект Магнуса и подъёмная сила при обтекании крыла (качественное объяснение).

16. Введение в неравновесную термодинамику. Локальное термодинамическое равновесие. Неравновесная термодинамика при малых отклонений от термодинамического равновесия (линейная теория), термодинамические силы и потоки, соотношения взаимности Онзагера, перекрёстные

термодинамические явления (термоэлектрический эффект, термомеханический и механокалорический эффекты). Производство энтропии, принципы минимума производства энтропии и наименьшего рассеяния энергии в необратимых термодинамических процессах.

Нелинейная термодинамика, флуктуации в диссипативных системах вдали от положения термодинамического равновесия, "порядок из хаоса" (ячейки Бенара, реакция Белоусова–Жаботинского).

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. *Кириченко Н.А.* Термодинамика, статистическая молекулярная физика. – Москва : Физматкнига, 2012.
2. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. – Москва : Физматлит, 2006.
3. *Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М.* Основы физики. Курс общей физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика / под ред. Ю.М. Ципенюка. Часть V. Главы 1–4. – Москва : Физматлит, 2001.
4. *Белонучкин В.Е.* Краткий курс термодинамики. – Москва : МФТИ, 2010.
5. Лабораторный практикум по общей физике. Т. 1 / под ред. А. Д. Гладуна. – Москва : МФТИ, 2012.
6. Сборник задач по общему курсу физики. Ч. 1 / под ред. В. А. Овчинкина (3-е изд., испр. и доп.). – Москва : Физматкнига, 2013.

Дополнительная литература

1. *Щёголев И.Ф.* Элементы статистической механики, термодинамики и кинетики. – Москва.: Янус, 1996; Москва : Интеллект, 2008.
2. *Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М.* Курс общей физики. – Москва : Интеллект, 2014 (4-е изд.).
3. *Базаров И.П.* Термодинамика. – Москва : Высшая школа, 1983.
4. *Рейф Ф.* Статистическая физика (Берклеевский курс физики). Т. 5. – Москва : Наука, 1972.
5. *Калашников Н.П., Смондырев М.А.* Основы физики. — Москва : Лаборатория знаний, 2017.
6. *Пригожин И., Кондепуди Д.* Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур. – Москва : Мир, 2009.
7. *Корявов В.П.* Методы решения задач в общем курсе физики. Термодинамика и молекулярная физика. – Москва : Высшая школа, 2009.
8. *Прут Э.В., Кленов С.Л., Овсянникова О.Б.* Введение в теорию вероятностей в молекулярной физике. – Москва : МФТИ. 2002. Элементы теории флуктуаций и броуновского движения в молекулярной физике. – Москва : МФТИ, 2002.
9. *Прут Э.В.* Теплофизические свойства твёрдых тел. – Москва : МФТИ, 2009.

10. *Булыгин В.С.* Теоремы Карно. – Москва : МФТИ, 2012; Теплоёмкость и внутренняя энергия газа Ван-дер-Ваальса. – Москва : МФТИ, 2012; Некоторые задачи теории теплопроводности. – Москва : МФТИ, 2006; Теплоёмкость идеального газа. – Москва : МФТИ, 2019;
11. *Попов П.В.* Диффузия. – Москва : МФТИ, 2016.

Электронные ресурсы

http://physics.mipt.ru/S_II/method/

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ

для студентов 1-го курса на весенний семестр 2020/2021 учебного года

Дата	№ нед.	Тема семинарских занятий	Задачи		
			0	**I**	**II**
1–5 февр.	**1**	Первое начало термодинамики. Теплоёмкость. Адиабатический и политропический процессы.	$^{0}1$ $^{0}2$ $^{0}3$	1.40 1.54 1.87 2.6	1.100 1.47 1.75 1.83
8–12 февр.	**2**	Тепловые машины. Второе начало термодинамики. Изменение энтропии в обратимых процессах.	$^{0}4$ $^{0}5$ $^{0}6$	3.25 3.43 T1 4.80	3.52 3.47 4.15 4.78
15–19 февр.	**3**	Изменение энтропии в необратимых процессах. Термодинамические потенциалы.	$^{0}7$ $^{0}8$ $^{0}9$	4.75 4.43/44 5.75 5.38	4.47 T6 5.32 5.54
22 – 26 февр.	**4**	Применение термодинамических потенциалов. Преобразования термодинамических функций.	1.3 $^{0}10$ $^{0}11$ $^{0}12$	5.16 5.28 12.8 5.42	5.63 5.40 12.9 12.38
1–5 мар.	**5**	Фазовые превращения. Уравнение Клапейрона–Клаузиуса. Кипение.	$^{0}13$ $^{0}14$ $^{0}15$	11.29 11.16 11.34 12.51	11.36 11.74 11.78 12.48
8–12 мар.	**6**	Реальные газы. Уравнение Бернулли. Эффект Джоуля—Томсона.	$^{0}16$ $^{0}17$ $^{0}18$	6.17 6.52 2.11 6.68/69	6.39 6.41 2.20 6.87
15–19 мар.	**7**	Контрольная работа по 1-му заданию (по группам).			
22–26 мар.	**8**	Сдача 1-го задания.			

29 мар. –2 апр.	**9**	Основы молекулярно-кинетической теории. Распределение Максвелла.	$^{0}19$ $^{0}20$ 7.52	7.18 7.14 7.20 7.53	7.70 7.16 7.40 7.80
5–9 апр.	**10**	Распределение Больцмана. Элементы статистической физики.	$^{0}21$ $^{0}22$ $^{0}23$ $^{0}24$	8.11 8.28 8.56 8.52	8.15 8.25 8.70 8.61
12–16 апр.	**11**	Статистический смысл энтропии. Флуктуации.	$^{0}25$ $^{0}26$ $^{0}27$	9.45 T4 9.6 9.8	8.51 T2 9.28 9.40
19–23 апр.	**12**	Столкновения, длина свободного пробега. Явления переноса.	10.2 $^{0}28$ $^{0}29$	10.8 10.15 10.36 10.149	10.38 10.16 10.134 10.143
26–30 апр.	**13**	Явления переноса. Броуновское движение.	$^{0}30$ $^{0}31$	10.106 10.30 T3 10.92	10.25 10.54 10.98 T5
3–7 мая	**14**	Течение газов. Явления в разреженных газах.	$^{0}32$ $^{0}33$ $^{0}34$	10.82/83 10.68/69 10.120 14.27$^{\text{мех}}$	10.77 10.142 10.102 14.46$^{\text{мех}}$
10–21 мая	**15/16**	Сдача 2-го задания.			

Примечание

Номера задач указаны по “Сборнику задач по общему курсу физики. Ч. 1. Механика, термодинамика и молекулярная физика” / под ред. В.А. Овчинкина (**3-е изд**., испр. и доп.). — Москва : Физматкнига, 2013. Задачи с индексом «$^{\text{мех}}$» — из раздела «Механика».

Все задачи обязательны для сдачи задания. В каждой теме семинара задачи разбиты на 3 группы:

0 — задачи, которые студент должен решать в течение недели для подготовки к семинару;

I — задачи, рекомендованные для разбора на семинаре (преподаватель может разбирать на семинарах и другие равноценные задачи по своему выбору);

II — задачи для самостоятельного решения; их решения должны быть оформлены студентами в отдельных тетрадях и сданы преподавателю на проверку.

Задачи 0 группы

1. В комнате объёмом V в течение некоторого времени был включён нагреватель. В результате температура воздуха увеличилась от T_1 до T_2. Давление в комнате не изменилось. Найти изменение внутренней ΔU энергии воздуха, содержащегося в комнате.

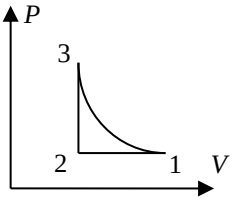
2. Найти работу, которую совершает моль воздуха, расширяясь от объёма V_0 до $V_1 = 2V_0$ в изотермическом процессе при комнатной температуре.

Ответ: 1,7 кДж.

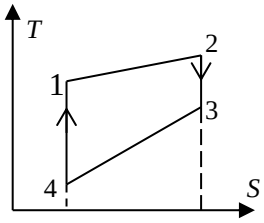
3. Температура воздуха равна $T = 273$ К. Найти изменение скорости звука при изменении температуры на $\Delta T = 1$ К.

Ответ: $\Delta c_s \approx \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T} c_s = 0{,}61$ м/с.

4. Вычислить КПД цикла, состоящего из изобарного сжатия, изохорного нагревания и адиабатического расширения, если отношение максимального и минимального объёмов равно 2. Рабочее тело – двухатомный идеальный газ.



Ответ: 0,15.



5. Тепловая машина с неизвестным веществом в качестве рабочего тела совершает обратимый термодинамический цикл, представленный на рисунке в координатах TS. $T_2 = \frac{3}{2}T_1$, $T_3 = \frac{3}{4}T_1$, $T_4 = \frac{1}{20}T_1$. Найти КПД цикла.

Ответ: 0,68.

6. Идеальная тепловая машина, работающая по обратному циклу (тепловой насос), отбирает от первого резервуара 65 Дж теплоты и передаёт количество теплоты 80 Дж второму резервуару при T = 320 К. Определить температуру первого резервуара.

Ответ: 260 К.

7. Два теплоизолированных сосуда равного объёма соединены трубкой с краном. В одном сосуде содержится 10 г водорода H_2, второй откачан до высокого вакуума. Кран открывают и газ расширяется на весь объём. Считая газ идеальным, найти изменение его энтропии к моменту установления равновесия.

Ответ: $\Delta S = 28{,}8$ Дж/К.

8. Кусок льда массой 90 г, имеющий температур 0°С, положили в пустую алюминиевую кастрюлю массой 330 г, нагретой до 100°С. Пренебрегая теплообменом с окружающей средой, найти изменение энтропии системы к моменту установления равновесия. Теплота плавления льда 330 Дж/г, теплоёмкость алюминия 0,9 Дж/(г · К).

Ответ: $\Delta S = 16{,}1$ Дж/К.

9. Найти изменение свободной энергии ΔF и термодинамического потенциала Гиббса ΔG для 1 кг водяного пара при изотермическом ($T = 298$ К) увеличении давления от 1,0 до 2,0 мбар. Водяной пар считать идеальным газом.

Ответ: $\Delta G = \Delta F = 95{,}4$ кДж.

10. Уравнение состояния резиновой полосы имеет вид $f = aT\left[\frac{l}{l_0} - \left(\frac{l_0}{l}\right)^2\right]$, где f — натяжение, a = 1,3·10^{-2} Н/К, l — длина полосы, длина недеформированной полосы $l_0 = 1$ м. Найти изменение свободной и внутренней энергии резины при её изотермическом растяжении до $l_1 = 2$ м. Температура T = 300 К.

Ответ: ΔF =3,9 Дж, ΔU =0.

11. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы разделить сферическую каплю масла массой m = 1 г на капельки диаметром d = 2·10^{-4} см, если процесс дробления изотермический. Поверхностное натяжение масла $\sigma = 26$ дин/см, плотность масла $\rho = 0{,}9$ г/см^3.

Ответ: 8,7·10^5 эрг.

12. На какую высоту поднимается вода между двумя плоскими параллельными пластинами, расстояние между которыми $h = 0{,}1$ мм, если краевой угол смачивания $\theta = 60°$. Поверхностное натяжение воды $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$ Н/м.

Ответ: 7,5 см.

13. Молярная теплота парообразования воды в точке кипения при t = 100 °С равна $\Lambda = 40{,}7$ кДж/моль. Считая водяной пар идеальным газом, найти разность молярных внутренних энергий жидкой воды и водяного пара при данной температуре.

Ответ: $u_п - u_ж = 37{,}6$ кДж/моль.

14. Определить температуру кипения воды на вершине Эвереста, где атмосферное давление составляет 250 мм рт. ст. Теплоту парообразования воды считать не зависящей от температуры и равной $\Lambda = 2{,}28$ кДж/г.

Ответ: 71 °С.

15. Оценить относительный перепад давления $\Delta P/P$ паров воды на высоте подъёма воды в полностью смачиваемом капилляре диаметром d = 1 мкм. Поверхностное натяжение $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$ Н/м, температура $t = 20$ °C.

Ответ: $\Delta P/P \approx 2 \cdot 10^{-3}$.

16. Во сколько раз давление газа Ван-дер-Ваальса больше его критического давления, если известно, что его объём в 5 раз, а температура в 5,7 раза больше критических значений этих величин?

Ответ: $\pi = 3{,}14$.

17. Найти изменение энтропии идеального газа, подвергнутого дросселированию через пористую перегородку, если начальное давление равно $P_1 = 4$ атм, конечное $P_2 = 1$ атм.

Ответ: 11,5 Дж/К.

18. Оценить максимально возможную скорость истечения воздуха при нормальных условиях через отверстие, выходящее в вакуум.

Ответ: 740 м/с.

19. Скорости частиц с равной вероятностью принимают все значения от 0 до v_0. Определить среднюю и среднеквадратичную скорости частиц, а также абсолютную и относительную среднеквадратичные флуктуации скорости.

Ответ: $0{,}5v_0$; $v_0/\sqrt{3}$; $v_0/2\sqrt{3}$; $1/\sqrt{3}$.

20. Найти наиболее вероятную, среднюю и среднеквадратичную скорости молекул азота при T = 300 К. Сравнить полученные значения со скоростью звука.

Ответ: $v_{\text{н.в.}} = 421$ м/с, $v_{\text{ср}} = 476$ м/с, $v_{\text{кв}} = 517$ м/с; $c_{\text{зв}} = 353$ м/с.

21. Определить, на какой высоте в изотермической атмосфере её плотность уменьшится в 5 раз, если на высоте 5,5 км она уменьшается в 2 раза.

Ответ: 12,8 км.

22. Молекула может находиться на двух энергетических уровнях: основном и возбуждённом. Разность энергий между ними составляет $\Delta E = 6{,}0 \cdot 10^{-21}$ Дж. Какова доля молекул, находящихся в возбуждённом состоянии при $t = 250$ °C?

Ответ: 0,3.

23. Определить температуру, при которой средняя поступательная энергия молекулы H_2 будет равна энергии возбуждения её первого вращательного уровня. Расстояние между атомами равно $d = 0{,}74 \cdot 10^{-8}$ см.

Ответ: 116 К.

24. Собственная частота колебаний атомов в молекуле Cl_2 равна 10^{14} с$^{-1}$. Оценить характеристическую температуру, выше которой колебательную теплоёмкость молекулы можно рассчитывать по классической теории. Какова будет при этом молярная теплоёмкость газа?

Ответ: 760 К, $7R/2$.

25. Два твёрдых тела с температурами 299 К и 300 К приведены в соприкосновение. Оценить, во сколько раз более вероятна передача порции энергии 10^{-11} эрг от тела с большей температурой к телу с меньшей температурой, чем в обратном направлении. Теплоёмкости тел достаточно велики, так что изменением их температуры можно пренебречь.

Ответ: 5.

26. Небольшой груз массой 1 г подвешен на лёгкой нити длиной 1 м. Оценить среднеквадратичное отклонение груза от положения равновесия из-за тепловых флуктуаций при комнатной температуре.

Ответ: $\sqrt{\langle \Delta r^2 \rangle} \approx 0{,}9$ нм.

27. Оценить среднеквадратичную относительную флуктуацию числа молекул воздуха в объёме 1 мкм^3 при нормальных условиях.

Ответ: 0,02%.

28. Вязкость азота при комнатной температуре и атмосферном давлении составляет $\eta = 18 \cdot 10^{-6}$ Па·с. Оценить коэффициенты теплопроводности и самодиффузии азота, а также диаметр молекулы азота.

Ответ: $\kappa \sim 10^{-2}$ Вт/м·К, $D \sim 0{,}15$ см^2/с, $d \sim 4 \cdot 10^{-10}$ м.

29. Оценить количество тепла в расчёте на 1 м^2, теряемое комнатой в единицу времени через однокамерный стеклопакет. Расстояние между стёклами $h = 23$ мм. Разность температур между комнатой и улицей составляет $\Delta T = 30$ °С. Теплопроводность воздуха $\kappa = 2{,}3 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м·К}}$ считать не зависящей от температуры.

Ответ: $q = 30$ Вт/м^2.

30. Оценить коэффициент диффузии капель тумана радиусом $R \sim 10$ мкм в воздухе при нормальных условиях. Вязкость воздуха $\eta \sim 2 \cdot 10^{-5}$ Па·с.

Ответ: 10^{-8} см^2/с.

31. Оценить, за какое время молекула HCN смещается в воздухе при комнатной температуре от исходного положения на расстояние порядка 10 см. Длину свободного пробега принять равной $\lambda \sim 10^{-5}$ см.

Ответ: 10^2 с.

32. Два сосуда с идеальным газом соединены трубкой, диаметр которой заметно меньше длины свободного пробега в обоих сосудах. Температура в сосудах поддерживается постоянной и равной соответственно T_1 и $T_2 = 2T_1$. Найти отношение давлений P_2/P_1.

Ответ: $\sqrt{2}$.

33. Оценить коэффициент диффузии сильно разреженного воздуха по длинной трубке диаметром 1 см при комнатной температуре. Считать, что разрежение таково, что длина пробега молекул ограничивается диаметром трубки (высокий вакуум).

Ответ: ~ 1,6 м^2/с.

34. Оценить число Рейнольдса в водопроводной трубе диаметра $d = 2$ см при расходе $Q = 30$ л/мин. Вязкость холодной воды $\eta = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ Па · с. Будет ли такое течение ламинарным?

Ответ: 10^4.

Текстовые задачи

Т-1. В двух одинаковых изолированных сосудах находится по молю воздуха при $T_0 = 300$ К. Сосуды используются в качестве тепловых резервуаров для тепловой машины, работающей по обратному циклу. Найти минимальную работу, которую должна затратить машина, чтобы охладить газ в одном из сосудов до $T_1 = 200$ К. Какова будет конечная температура газа во втором сосуде? Теплоёмкостью сосудов и зависимостью теплоёмкости воздуха от температуры пренебречь.

Ответ: $A \approx 1$ кДж, $T_2 = 450$ К.

Т-2. Найти молярную энтропию кристаллического ^{6}Li при низких температурах, пренебрегая взаимодействием ядер между собой. Момент импульса (спин) ядра ^{6}Li равен $s = 1$ (в единицах постоянной Планка $\hbar$). Согласно квантовой механике, число возможных ориентаций вектора момента импульса равно $2s + 1$.

Ответ: $S = 9{,}1$ Дж/(моль·К).

Т-3. «Пьяный матрос» совершает случайные блуждания по площади, смещаясь каждые $\tau = 4$ с на расстояние $\lambda = 0{,}5$ м в случайном направлении. Найти среднеквадратичное смещение матроса от исходного положения $\sqrt{\overline{\Delta r^2}}$ за $t = 1$ час и определить коэффициент диффузии D толпы пьяных матросов, не взаимодействующих между собой.

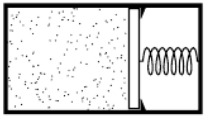
Ответ: $\sqrt{\overline{\Delta r^2}} = 15$ м, $D \approx 56{,}3$ м^2/ч.

Т-4. (5А-2017) Ионы солей иттербия имеют спин $s = 7/2$. Во внешнем магнитном поле B энергия иона зависит от ориентации спина и может принимать значения $E_m = m\mu B$, где μ — известная константа, и $m = -s, -s+1, \ldots, s-1, s$. Найти изменение энтропии ΔS и количество теплоты Q, поглощаемое 1 молем соли при её квазистатическом изотермическом размагничивании от очень большого ($B_0 \gg kT/\mu$) до нулевого поля ($B_1 = 0$) при температуре $T = 1$ К. Взаимодействием ионов между собой пренебречь.

Ответ: $\Delta S = 17{,}3$ Дж/К, $Q = 17{,}3$ Дж.

Т-5. (6А-2018) Вертикально расположенная пробирка высотой h = 5 см заполнена водой, в которой диспергированы в небольшом количестве сферические наночастицы плотностью ρ = 4 г/см^3 каждая. Система исходно находится в равновесии при температуре T_0 = 300 К, а отношение максимальной и минимальной концентраций наночастиц равно n_{max}/n_{min} = 1,1. На дне сосуда размещают адсорбент, поглощающий все попадающие на него наночастицы. Оценить время, требуемое для очистки воды от примеси. Вязкость воды $\eta = 10^{-3}$ Па · с.

Ответ: ~ 9 мес.



Т-6. (4Б-2018) Горизонтально расположенный теплоизолированный цилиндрический сосуд разделён на две части поршнем, прикреплённым пружиной к правой стенке сосуда (см. рис.). Слева от поршня находится 1 моль азота при комнатной температуре, справа — вакуум. Вначале пружина не деформирована, а поршень удерживается защёлкой. Защёлку убирают, и когда система приходит в равновесие, давление газа оказывается в $n = 3$ раза меньше исходного. Считая газ идеальным, найдите изменение его энтропии в этом процессе.

Ответ: 0,75R.

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
15 января 2021 г.

ПРОГРАММА

по дисциплине: **Многомерный анализ, интегралы и ряды**
по направлению подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»,
03.03.01 «Прикладные математика и физика»,
19.03.01 «Биотехнология»,
27.03.03 «Системный анализ и управление»
физтех-школа: **для всех (кроме ЛФИ)**
кафедра: **высшей математики**
курс: 1
семестр: 2

Трудоёмкость:
теор. курс: базовая часть — 6 зачет. ед.;
лекции — 60 часов
практические (семинарские) занятия — 60 часов
лабораторные занятия — нет

Экзамен — 2 семестр

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ — 120

Самостоятельная работа:
теор. курс — 120 часов

Программу и задание составили:
к. ф.-м. н., доцент М. О. Голубев
д. ф.-м. н., профессор С. А. Гриценко
к. ф.-м. н., доцент Н. А. Гусев
д. ф.-м. н., профессор Я. М. Дымарский
д. ф.-м. н., профессор Л. Н. Знаменская
к. ф.-м. н., доцент Е. Ю. Редкозубова
д. ф.-м. н., профессор А. П. Черняев

Программа принята на заседании кафедры
высшей математики 19 ноября 2020 г.

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., профессор Г. Е. Иванов

1. Точечное n–мерное пространство. Расстояние между точками, его свойства. Предел последовательности точек в n–мерном евклидовом пространстве. Теорема Больцано–Вейерштрасса и критерий Коши сходимости последовательности. Внутренние, предельные, изолированные точки множества, точки прикосновения. Открытые и замкнутые множества, их свойства. Внутренность, замыкание и граница множества.

2. Предел числовой функции нескольких переменных. Определения в терминах окрестностей и в терминах последовательностей. Предел функции по множеству. Пределы по направлениям. Повторные пределы. Исследование предела функции двух переменных при помощи перехода к полярным координатам.

3. Непрерывность функции нескольких переменных. Непрерывность по множеству. Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на компакте — ограниченность, достижимость (точных) нижней и верхней граней, равномерная непрерывность. Теорема о промежуточных значениях функции, непрерывной в области.

4. Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке, дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости, достаточные условия дифференцируемости. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы дифференциала относительно замены переменных. Градиент, его независимость от выбора прямоугольной системы координат. Производная по направлению.

5. Частные производные высших порядков. Независимость смешанной частной производной от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков, отсутствие инвариантности их формы относительно замены переменных. Формула Тейлора для функций нескольких переменных с остаточным членом в формах Лагранжа и Пеано.

6. Мера Жордана в n–мерном евклидовом пространстве. Критерий измеримости. Измеримость объединения, пересечения и разности измеримых множеств. Конечная аддитивность меры Жордана.

7. Определенный интеграл Римана. Суммы Римана, суммы Дарбу, критерий интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции, интегрируемость монотонной функции, интегрируемость ограниченной функции с конечным числом точек разрыва. Свойства интегрируемых функций: аддитивность интеграла по отрезкам, линейность интеграла, интегрируемость произведения функций, интегрируемость модуля интегрируемой функции, интегрирование неравенств, теорема о среднем. Свойства интеграла с переменным верхним пределом — непрерывность, дифференци-

руемость. Формула Ньютона–Лейбница. Интегрирование подстановкой и по частям в определенном интеграле.

8. Геометрические приложения определенного интеграла — площадь криволинейной трапеции, объем тела вращения, длина кривой, площадь поверхности вращения.
9. Криволинейный интеграл первого рода и его свойства. Ориентация гладкой кривой. Криволинейный интеграл второго рода и его свойства.
10. Несобственный интеграл (случай неограниченной функции и случай бесконечного промежутка интегрирования). Критерий Коши сходимости интеграла. Интегралы от знакопостоянных функций. Признаки сходимости. Интегралы от знакопеременных функций: сходимость и абсолютная сходимость. Признаки Дирихле и Абеля сходимости интегралов.
11. Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда. Знакопостоянные ряды: признаки сравнения сходимости, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак. Знакопеременные ряды: сходимость и абсолютная сходимость. Признаки Дирихле и Абеля. Независимость суммы абсолютно сходящегося ряда от порядка слагаемых. Теорема Римана о перестановке членов сходящегося, но не абсолютно сходящегося ряда (без доказательства). Произведение абсолютно сходящихся рядов.
12. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных рядов. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов. Признаки Дирихле и Абеля.
13. Степенные ряды с комплексными членами. Первая теорема Абеля. Круг и радиус сходимости. Характер сходимости степенного ряда в круге сходимости. Формула Коши–Адамара для радиуса сходимости. Непрерывность суммы комплексного степенного ряда.
14. Степенные ряды с действительными членами. Сохранение радиуса сходимости степенного ряда при почленном дифференцировании и интегрировании ряда. Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда на интервале сходимости. Единственность разложения функции в степенной ряд, ряд Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Пример бесконечно дифференцируемой функции, не разлагающейся в степенной ряд. Разложение в ряд Тейлора основных элементарных функций. Разложение в степенной ряд комплекснозначной функции e^z.

Литература

Основная

1. *Бесов О. В.* Лекции по математическому анализу. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2020.
2. *Иванов Г. Е.* Лекции по математическому анализу. Ч. 1. — Москва : МФТИ, 2011.
3. *Петрович А. Ю.* Лекции по математическому анализу. Ч. 2. Многомерный анализ. Интегралы и ряды. — Москва : МФТИ, 2017.
4. *Тер-Крикоров А. М., Шабунин М. И.* Курс математического анализа. — Москва : МФТИ, 2007.
5. *Яковлев Г. Н.* Лекции по математическому анализу. Ч. 1. — Москва : Физматлит, 2004.

Дополнительная

6. *Кудрявцев Л. Д.* Курс математического анализа. — 5-е изд. — Москва : Дрофа, 2004.
7. *Кудрявцев Л. Д.* Краткий курс математического анализа. Т. 1. — Москва : Наука, 2004.
8. *Никольский С. М.* Курс математического анализа. Т. 1. — Москва : Наука, 2000.
9. *Ильин В. А., Позняк Э. Г.* Основы математического анализа. Т 1, 2. — Москва : Наука–Физматлит, 1998.
10. *Фихтенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. — 8-е изд. — Москва : Физматлит, 2007.
11. *Зорич В. А.* Математический анализ. Т. 1. — Москва : Наука, 1981.

ЗАДАНИЯ

Литература

1. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды: учебное пособие/под ред. Л.Д. Кудрявцева. — Москва : Физматлит, 2012. (цитируется — С2)
2. Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных: учебное пособие/под ред. Л.Д. Кудрявцева. — Москва: Физматлит, 2003. (цитируется — С3)

Замечания

1. Задачи с подчёркнутыми номерами рекомендовано разобрать на семинарских занятиях.
2. Задачи, отмеченные *, являются необязательными для всех студентов.

ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 8–13 марта)

I. Неопределённый интеграл

С2, §1: 2(4, 17); 10(7); 11(5); 12(8)*; 15(6); 20(7); 21(3); 24(4).

С2, §2: 2(4); 3(1); 4(1); 6(5)*; 8(1); 9(4)*.

С2, §3: 2(7); 4(3); 5(3); 18(5); 19(1).

С2, §4: 1(5); 4(3); 15(5); 17(1)*; 18(4); 21(2).

С2, §5: 131; 139; 182; 188.

Т.1. Вычислите интегралы: **а)*** $\int \frac{x^2+1}{x^4+1}\,dx$; **б)** $\int \frac{1}{1+\sqrt{x}+\sqrt{1+x}}\,dx$.

II. Функции многих переменных

А) Множества в конечномерных евклидовых пространствах.

С3, §1: 14; 18; 24; 36; 38.

С3, §2: 9(2, 6) (а, б, г); 12(6); 20(4).

Т.2. Для множества $A = [1,2) \cup \{3\} \cup \big([4,5) \cap \mathbb{Q}\big) \subset \mathbb{R}$ найдите все: **а)** граничные точки; **б)** предельные точки; **в)** внутренние точки; **г)** точки прикосновения.

Т.3*. Докажите, что множество $A \subset \mathbb{R}^n$, имеющее лишь конечное число предельных точек, не более чем счетно.

Т.4. Является ли множество

$$A = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < x_4^2\}$$

в $\mathbb{R}^4$: **а)** открытым; **б)** замкнутым; **в)** областью?

Б) Предел и непрерывность.

С3, §2: 37(8); 45; 48(7); 54; 62(5); 77(3).

В) Частные производные, дифференциал.

С3, §3: 2(4); 19(1, 4); 20(3, 5); 21(2*, 10); 40(4).

С3, §4: 1(3); 4; 14(2); 39(6).

Г) Формула Тейлора.

С3, §4: 71(2); 74(5).

Рекомендации по решению первого домашнего задания по неделям

1 неделя	**С2, §1:** 2(4, 17); 10(7); 11(5); 12(8)*; 15(6); 20(7); 21(3); 24(4). **С2, §2:** 2(4); 3(1); 4(1); 6(5)*; 8(1); 9(4)*. **С2, §3:** 2(7); 4(3); 5(3); 18(5); 19(1).
2 неделя	**С2, §4:** 1(5); 4(3); 15(5); 17(1)*; 18(4); 21(2). **С2, §5:** 131; 139; 182; 188; Т.1 (а), б)). **С3, §1:** 14; 18; 24; 36; 38.
3 неделя	**С3, §2:** 9(2, 6); 12(6); 20(4); Т.2; Т.3*; Т.4. **С3, §2:** 37(8); 45; 48(7); 54; 62(5); 77(3). **С3, §3:** 2(4); 19(1, 4); 20(3, 5); 21(2*, 10); 40(4).
4 неделя	**С3, §4:** 1(3); 4; 14(2); 39(6). **С3, §4:** 71(2); 74(5).

$57 + 6^*$

ВТОРОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 12–17 апреля)

I. Мера Жордана

С3, §7: 16; 22; 24(2); 40(2).

Т.1. Доказать, что мера Жордана графика непрерывной на отрезке функции равна нулю.

Т.2. Измеримо ли множество нулей функции

$$f(x,y)=\sin\Big(\frac{1}{x^2+y^2}\Big)$$

в круге $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2<R^2\}$ радиуса $R>0$?

II. Определенный интеграл

А) Свойства определенного интеграла и его вычисление.

С2, §6: 7; 11; 24; 30; 54(5); 106; 118; 155; 192*.

С2, §10: 49(2).

Т.3. Доказать, что $\left|\int\limits_a^b \frac{\sin x}{x}\,dx\right| \leqslant \frac{2}{a}$, где $b>a>0$.

Т.4. Пусть функция f ограничена на полуинтервале $(a,\,b]$ и при любом $\varepsilon\in(0,\,b-a)$ интегрируема по Риману на отрезке $[a+\varepsilon,\,b]$. Доказать, что при любом доопределении функции f в точке $x=a$, функция f интегрируема по Риману на отрезке $[a,\,b]$ и справедливо следующее равенство: $\int\limits_a^b f(x)\,dx=\lim\limits_{\varepsilon\to+0}\int\limits_{a+\varepsilon}^b f(x)\,dx$.

Т.5. а) Функция f имеет первообразную F на отрезке $[a,\,b]$. Верно ли, что f интегрируема на отрезке $[a,\,b]$?

б) Функция f интегрируема на отрезке $[a,\,b]$. Верно ли, что f имеет первообразную на отрезке $[a,\,b]$?

в) Пусть функция f интегрируема на $[a,\,b]$ и имеет первообразную F на отрезке $[a,\,b]$. Доказать, что верно равенство $\int\limits_a^b f(x)\,dx=F(b)-F(a)$.

Т.6*. Докажите, что разрывная функция $f(x)=\operatorname{sign}\Big(\sin\frac{\pi}{x}\Big)$ интегрируема на отрезке $[0,1]$.

Т.7*. Если функции $y=f(x)$ и $y=g(x)$ интегрируемы, то обязательно ли функция $y=f(g(x))$ также интегрируема?

Т.8*. Пусть $f \in C\big([0,+\infty)\big)$ и существует конечный предел $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = A$.

Чему равен $\lim\limits_{n\to\infty} \int\limits_0^1 f(nx)\,dx$?

Б) Геометрические приложения определенного интеграла.

С2, §7: 5(6); 26; 33(7); 69(8); 72(1); 82(2).

С2, §8: 12(1); 13(2); 82(4).

III. Криволинейный интеграл

С3, §10: 1(3); 6(1); 17; 21(2) 27(3); 43.

IV. Несобственный интеграл

С2, §11: 70; 76; 85; 94; 100.

С2, §12: 89; 91; 98; 100; 104; 118; 120; 136; 137; 182; 230.

Рекомендации по решению второго домашнего задания по неделям

1 неделя	**С3, §7:** 16; 22; 24(2); 40(2); Т.1; Т.2. **С2, §6:** 7; 11; 24; 30; 54(5); 106; 118; 155; 192*.
2 неделя	**С2, §10:** 49(2); Т.3; Т.4; Т.5 (а, б, в); Т6*; Т7*; Т8*. **С2, §7:** 5(6); 26; 33(7); 69(8); 72(1); 82(2). **С2, §8:** 12(1); 13(2); 82(4).
3 неделя	**С3, §10:** 1(3); 6(1); 17; 21(2); 27(3); 43. **С2, §11:** 70; 76; 85; 94; 100.
4 неделя	**С2, §12:** 89; 91; 98; 100; 104; 118; 120; 136; 137; 182; 230.

$51 + 4^*$

ТРЕТЬЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 17–22 мая)

I. Числовые ряды

А) Ряды с неотрицательными членами.

С2, §13: 2(2); 5(6)*; 10(1); 11(6); 13(2); 14(3); 20(1).

С2, §14: 2(5); 5(4); 12(2); 14(4); 19(10); 21(12); 27(7)*.

Т.1. Является ли сходящимся ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ если при $p = 1, 2, 3, \ldots$ выполняется $\lim\limits_{n\to\infty} (a_{n+1} + a_{n+2} + \ldots + a_{n+p}) = 0$?

Б) Знакопеременные ряды.

С2, §15: 3(2); 4(5); 8(4); 9(2).

Во всех задачах §15 исследовать также абсолютную сходимость рядов.

Т.2. Пусть $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathbb{R}$ и ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится. Верно ли, что сходятся ряды

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^2$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^3$?

II. Функциональные последовательности и ряды

С2, §17: 5(4); 8(5); 9(4); 11(6); 12(5); 16(10).

С2, §18: 13(6)*; 22(2); 31(9); 33(12); 34(1); 37(11); 49*.

С2, §19: 4; 6; 14; 22.

Т.3. Может ли последовательность разрывных функций сходиться равномерно к непрерывной функции?

Т.4. Исследовать на поточечную и равномерную сходимость на множествах $A = (0,1)$ и $B = (1,+\infty)$ функциональные последовательность $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ и ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$, если:

а) $f_n(x) = \dfrac{2nx}{1+n^2x^2}$; **б)** $f_n(x) = n\Big(\sqrt{x+\dfrac{1}{n}} - \sqrt{x}\Big)$.

III. Степенные ряды

С2, §20: 2(5); 3(1); 5(1); 8(4); 9(4)*; 14(5)*.

С2, §21: 5(5); 6(4); 11(6); 19(3); 27(1); 29(4)*; 56(2); 80.

Т.5. Найдите радиус сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^{n^2}}{2^n}$.

Рекомендации по решению
третьего домашнего задания по неделям

1 неделя	**С2, §13:** 2(2); 5(6)*; 10(1); 11(6); 13(2); 14(3); 20(1). **С2, §14:** 2(5); 5(4); 12(2); 14(4); 19(10); 21(12); 27(7)*; Т.1.
2 неделя	**С2, §15:** 3(2); 4(5); 8(4); 9(2); Т.2(а, б). **С2, §17:** 5(4); 8(5); 9(4); 11(6); 12(5); 16(10).
3 неделя	**С2, §18:** 13(6)*; 22(2); 31(9); 33(12); 34(1); 37(11); 49*. **С2, §19:** 4; 6; 14; 22; Т.3; Т.4 (а, б).
4 неделя	**С2, §20:** 2(5); 3(1); 5(1); 8(4); 9(4)*; 14(5)*. **С2, §21:** 5(5); 6(4); 11(6); 19(3); 27(1); 29(4)*; 56(2); 80; Т.5.

$49 + 7^*$

Составитель задания ассистент А. И. Корчагин

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
15 января 2021 г.

ПРОГРАММА

по дисциплине: **Линейная алгебра**
по направлению подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»,
03.03.01 «Прикладные математика и физика»,
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»,
19.03.01 «Биотехнология»,
27.03.03 «Системный анализ и управление»
физтех-школа: **для всех (кроме ЛФИ)**
кафедра: **высшей математики**
курс: 1
семестр: 2

Трудоёмкость:
теор. курс: базовая часть — 3 зачет. ед.;
лекции — 30 часов
практические (семинарские) занятия — 30 часов
лабораторные занятия — нет

Экзамен — 2 семестр

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ — 60

Самостоятельная работа:
теор. курс — 45 часов

Программу и задание составили:
к. ф.-м. н., доцент А. Н. Бурмистров
к. ф.-м. н., доцент С. Е. Городецкий
к. ф.-м. н., доцент А. В. Ершов
к. ф.-м. н., доцент О. К. Подлипский
к. ф.-м. н., ст. преподаватель О. Г. Прончева
к. п. н., доцент Д. А. Терёшин
к. ф.-м. н., доцент И. А. Чубаров

Программа принята на заседании кафедры
высшей математики 19 ноября 2020 г.

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., профессор Г. Е. Иванов

1. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Теорема о ранге матрицы.

2. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Теорема Кронекера–Капелли. Фундаментальная система решений и общее решение однородной системы линейных уравнений. Общее решение неоднородной системы. Теорема Фредгольма.

3. Аксиоматика линейного пространства. Линейная зависимость и линейная независимость систем элементов в линейном пространстве. Базис и размерность.

4. Координатное представление векторов линейного пространства и операций с ними. Теорема об изоморфизме. Матрица перехода от одного базиса к другому. Изменение координат при изменении базиса в линейном пространстве.

5. Подпространства и способы их задания в линейном пространстве. Сумма и пересечение подпространств. Формула размерности суммы подпространств. Прямая сумма.

6. Линейные отображения линейных пространств и линейные преобразования линейного пространства. Ядро и образ линейного отображения. Операции над линейными преобразованиями. Обратное преобразование. Линейное пространство линейных отображений (преобразований).

7. Матрицы линейного отображения и линейного преобразования для конечномерных пространств. Операции над линейными преобразованиями в матричной форме. Изменение матрицы линейного отображения (преобразования) при замене базисов. Изоморфизм пространства линейных отображений и пространства матриц.

8. Инвариантные подпространства линейных преобразований. Собственные векторы и собственные значения. Собственные подпространства. Линейная независимость собственных векторов, принадлежащих различным собственным значениям.

9. Нахождение собственных значений и собственных векторов линейного преобразования конечномерного линейного пространства. Характеристическое уравнение, его инвариантность. Оценка размерности собственного подпространства. Условия диагонализуемости матрицы линейного преобразования. Теорема Гамильтона–Кэли.

10. Линейные формы. Сопряженное (двойственное) пространство. Биортогональный базис. Второе сопряженное пространство[1].

[1] Для потока И.А. Чубарова.

11. Билинейные и квадратичные формы. Их координатное представление в конечномерном линейном пространстве. Изменение матриц билинейной и квадратичной форм при изменении базиса.

12. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Теорема (закон) инерции для квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Приведение квадратичной формы к каноническому виду элементарными преобразованиями[2].

13. Аксиоматика евклидова пространства. Неравенство Коши–Буняковского. Неравенство треугольника. Матрица Грама и ее свойства.

14. Процесс ортогонализации в евклидовом пространстве. Переход от одного ортонормированного базиса к другому. Ортогональное дополнение подпространства, ортогональное проектирование на подпространство.

15. Линейные преобразования евклидова пространства. Сопряженные преобразования, их свойства. Матрица сопряженного преобразования.

16. Самосопряженные преобразования. Свойства их собственных векторов и собственных значений. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного преобразования. Ортогональное проектирование на подпространство как пример самосопряженного преобразования.

17. Ортогональные преобразования. Их свойства. Ортогональные матрицы. Канонический вид матрицы ортогонального преобразования[3].

18. Полярное разложение линейных преобразований евклидова пространства. Сингулярное разложение[4].

19. Построение ортонормированного базиса, в котором квадратичная форма имеет диагональный вид. Одновременное приведение к диагональному виду пары квадратичных форм, одна из которых является знакоопределенной. Применение к классификации поверхностей второго порядка[5].

21* *Поток И.А. Чубарова*: унитарное пространство и его аксиоматика. Унитарные матрицы. Унитарные преобразования. Эрмитовы формы. Свойства унитарных и эрмитовых преобразований.

22* Основы тензорной алгебры: определение тензора; тензорные обозначения и пространственные матрицы; линейные операции и умножение тензоров; свертывание; транспонирование; симметрирование и альтернирование; симметричные и антисимметричные тензоры.

---

[2] Кроме потока И.А. Чубарова.

[3] Для потока И.А. Чубарова.

[4] Для потоков О.К. Подлипского и И.А. Чубарова.

[5] Для потока И.А. Чубарова.

Литература

Основная

1. *Беклемишев Д. В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. — Москва : Наука, Физматлит, 2008.
2. *Кострикин А. И.* Введение в алгебру. Ч. 1. Основы алгебры. Ч. 2. Линейная алгебра. — Москва : Физматлит, 2005.
3. *Умнов А. Е.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Ч. 1, 2. — Москва : МФТИ, 2006.
4. *Чехлов В. И.* Лекции по аналитической геометрии и линейной алгебре. — Москва : МФТИ, 2000.

ЗАДАНИЯ

Литература

1. *Беклемишева Л. А., Беклемишев Д. В., Петрович А. Ю., Чубаров И. А.* Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. — Москва : Физматлит, 2014. (цитируется — С)

Замечания

1. Задачи с подчёркнутыми номерами рекомендовано разобрать на семинарских занятиях.
2. Задачи, отмеченные *, являются необязательными для всех студентов.

ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 15–20 марта)

I. Матрицы

T.1. Вычислите $c_{104}^T(A_{207} + A_{209})A_{140}$.

1. Обратная матрица.
   C: 15.45(1, 2); 15.48(4); 15.56*; 15.58; 15.65(1, 5); 15.54(3)*.
2. Ранг матрицы.
   C: 16.18(17); 16.19(3); 16.41*; 16.33*.

T.2. Для матрицы из задачи 16.18(17) укажите некоторую систему базисных строк, систему базисных столбцов, некоторый базисный минор.

II. Системы линейных уравнений

C: 17.1(4); 18.1(7, 9); 19.6(4, 20, 25); 18.17(4); 19.29(1)*.

III. Линейные пространства

1. Подпространства, линейная оболочка, базис.

С: 20.3(4); 20.4(2); 20.8(2); 20.14(9); 20.18; 20.21; 20.22(3); 20.23(4); 20.29; 18.13*.

2. Сумма и пересечение; прямая сумма.

С: 15.94; 15.95(1); 21.2; 21.6(5); 21.7(5, 7); 21.12*.

IV. Линейные отображения

1. Матрица линейного отображения; ядро и образ.

С: 23.8(2, 5); 23.9(2, 3); 23.14(2, 3); 23.15(1); 23.29(5); 23.30(1); 23.40(1в); 23.44(1); 23.62(3); 23.70(1).

Т.3*. Приведите примеры линейных отображений $\varphi\colon V \to V$ таких, что:

а) $V \neq \ker\varphi \oplus \mathrm{Im}\varphi$;
б) $\ker\varphi = \mathrm{Im}\varphi$;
в) $\varphi^3 = 0$, но $\varphi^2 \neq 0$.

2. Действия с линейными отображениями.

С: 23.82(1); 23.83(1).

3. Линейные функции.

С: 31.21; 31.31(2); 31.35(1).

Рекомендации по решению первого домашнего задания по неделям

1 неделя	**С:** Т.1; 15.45(1, 2); 15.48(4); 15.56*; 15.58; 15.65(1, 5); 15.54(3)*. **С:** 16.18(17); 16.19(3); 16.41*; 16.33*; Т.2.
2 неделя	**С:** 17.1(4); 18.1(7, 9); 19.6(4, 20, 25); 18.17(4); 19.29(1)*.
3 неделя	**С:** 20.3(4); 20.4(2); 20.8(2); 20.14(9); 20.18. **С:** 20.21; 20.22(3); 20.23(4); 20.29; 18.13*.
4 неделя	**С:** 15.94; 15.95(1); 21.2; 21.6(5); 21.7(5, 7); 21.12*. **С:** 23.8(2, 5); 23.9(2, 3); 23.14(2, 3).
5 неделя	**С:** 23.15(1); 23.29(5); 23.30(1); 23.40(1в); 23.44(1). **С:** 23.62(3); 23.70(1); Т.3*.
6 неделя	**С:** 23.82(1); 23.83(1). **С:** 31.21; 31.31(2); 31.35(1).

$50 + 8^*$

ВТОРОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 3–8 мая)

I. Структура линейного преобразования

1. Собственные векторы, собственные значения. Диагонализируемость.

С: 24.14(2)*; 24.20(2, 3); 24.28(2)*; 24.30(7, 19, 30); 24.42(1); 24.55(1).

2. Инвариантные подпространства.

С: 24.70; 24.71*; 24.72(2); 24.82(1).

II. Билинейные и квадратичные функции

С: 32.1(4); 32.2(3); 32.7(2); 15.34; 32.8(9, 12); 32.9(9, 12); 32.15; 32.18(4).

III. Евклидовы пространства

1. Матрица Грама, ортогональное дополнение, проекция, ортогонализация.

С: 25.7; 25.25(2); 26.13(4); 26.14(3); 26.15(2); 26.17(1); 26.27(2); 26.28(1); 26.42(1, 6); 26.44(2); 19.16*.

2. Линейные преобразования евклидовых пространств. Самосопряженные и ортогональные преобразования.

С: 29.5*; 29.7(1)*; 29.14(2); 29.19(1, 7, 11*); 29.37(2)*; 29.47(1); 25.50(2); 29.49*; 29.53(3)*.

Т.1. Являются ли преобразования из задачи 23.8(2, 5) а) самосопряженными; б) ортогональными?

Т.2. Преобразование φ евклидового пространства из задачи 25.7 задано формулой:
$\varphi(f)(y) = \int\limits_{-1}^{1} K(x,y)f(x)\,dx$, где $K : [-1,1] \times [-1,1] \to \mathbb{R}$ — непрерывная функция. При каком условии на K преобразование φ является самосопряженным?

3. Билинейные и квадратичные функции в евклидовых пространствах.

С: 32.27(3, 13); 32.39(1); 32.36(3, 4).

IV*. Тензоры

С: 35.3(6); 35.4(5); 35.8(1); 35.12(2); 36.25(2); 36.35(13); 36.36(1).

Рекомендации по решению
второго домашнего задания по неделям

1 неделя	**С:** $24.14(2)^*$; $24.20(2,3)$; $24.28(2)^*$; $24.30(7,19,30)$.
2 неделя	**С:** $24.42(1)$; $24.55(1)$. **С:** 24.70; 24.71^*; $24.72(2)$; $24.82(1)$.
3 неделя	**С:** $32.1(4)$; $32.2(3)$; $32.7(2)$; 15.34; $32.8(9,12)$; $32.9(9,12)$; 32.15; $32.18(4)$.
4 неделя	**С:** 25.7; $25.25(2)$; $26.13(4)$; $26.14(3)$. **С:** $26.15(2)$; $26.17(1)$; $26.27(2)$; $26.28(1)$; $26.42(1,6)$; $26.44(2)$; 19.16^*.
5 неделя	**С:** 29.5^*; $29.7(1)^*$; $29.14(2)$; $29.19(1,7,11^*)$; $29.37(2)^*$; $29.47(1)$. **С:** ; $25.50(2)$; 29.49^*; $29.53(3)^*$; Т.1; Т.2.
6 неделя	**С:** $32.27(3,13)$; $32.39(1)$; $32.36(3,4)$. **С:** $35.3(6)^*$; $35.4(5)^*$; $35.8(1)^*$; $35.12(2)^*$; $36.25(2)^*$; $36.35(13)^*$; $36.36(1)^*$.

$43 + 17^*$

Составитель задания ассистент Ю. В. Кузьменко

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
15 января 2021 г.

ПРОГРАММА

по дисциплине: **Информатика. Основной курс**
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика и физика»
физтех-школа: **ФАКТ**
кафедра: **информатики и вычислительной математики**
курс: 1
семестр: 2

Трудоемкость:
Базовая часть – 4 зачет. ед.;
лекции: – 30 часов
практические (семинарские) занятия: – нет
лабораторные занятия: – 60 часов

Экзамен – нет
Диф. зачёт – 2 семестр
Самостоятельная работа – 90 часов

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 90

Программу составили: доцент, к.ф.-м.н. Н. И. Хохлов,
доцент, к.ф.-м.н. К. А. Беклемышева

Программа принята на заседании
кафедры информатики и вычислительной математики
23 июня 2020 г.

Заведующий кафедрой,
доцент, к.ф.-м.н. Н. И. Хохлов

Базовые принципы объектно-ориентированного программирования. Сравнение процедурного и объектного программирования. Понятие класса и объекта. Базовая структура класса - поля, методы, конструкторы и деструкторы. Статические поля и методы класса.

Базовые принципы ООП: инкапсуляция, наследование, полиморфизм. Публичная и приватная части класса. Полиморфизм функций и методов. Полиморфизм времени компиляции и времени выполнения.

Наследование, интерфейс и реализация. Понятие наследования в объектном программировании. Перегрузка при наследовании. Работа конструкторов и деструкторов при наследовании. Модификаторы доступа при наследовании. Дружественные классы. Директивы override и final. Виртуальные методы. Абстрактные классы. Понятие интерфейса. Интерфейс и реализация. Применение интерфейсов. Таблица вызова виртуальных методов. Множественное наследование.

Работа с памятью в современном C++. Ссылки и указатели. Преимущества и недостатки ссылок и указателей, их типовые области применения. Передача параметров и возврат значений по ссылке. Использование указателей для реализации алгоритмов и структур данных.

Директива const - логика введения в язык и типовые сценарии применения. Константные методы и константные параметры методов и функций. Сочетание константности с указателями и ссылками. Константная целостность (const correctness).

Инициализация в C++. Списки инициализации. Использование инициализации при конструировании класса. Делегирование конструкторов.

Умные указатели. Виды умных указателей. Применение умных указателей для борьбы с утечками памяти.

Семантика перемещений (move semantics).

Перегрузка операторов. Перегрузка арифметических операторов, операторов ввода и вывода, операторов сравнения. Использование перегрузки операторов для упрощения программы. Использование перегрузки операторов для обеспечения возможностей метапрограммирования. Перегрузка инкремента и декремента.

Конструктор копирования и оператор присваивания, необходимость их перегрузки в отдельных случаях.

Обработка исключений. Механизм исключений. Обработка ошибок и проблем при выполнении программы. Сопоставление механизмов исключений и кодов возврата. Классы исключений. Освобождение ресурсов при обработке исключений.

Шаблоны. Понятие метапрограммирования. Параметризованные функции (шаблоны). Параметризованные классы (шаблоны). Сочетание шаблонов с наследованием и с дружественными классами.

Библиотека STL. STL - типовая библиотека шаблонов.

Контейнеры в составе STL - последовательные, упорядоченные ассоциативные, неупорядоченные ассоциативные. Внутреннее устройство контейнеров vector, set, map, unordered_set, unordered_map.

Понятие итератора. Виды итераторов. Внутренняя реализация итераторов.

Обобщённые алгоритмы в составе STL и их применение к контейнерам. Особенности синтаксиса. Ограничения, вызванные структурой контейнеров и реализацией итераторов.

Другие компоненты STL: адаптеры, функторы. Стек, очередь, очередь с приоритетами как адаптеры. Реализация адаптеров на типовых контейнерах. Классы-функторы.

Лямбда-функции, их применение совместно с алгоритмами STL.

Приведение и автоматическое выведение типов. Динамическое приведение типов и идентификация (RTTI). Автоматическое выведение типов, ключевое слово auto.

Литература

Основная

1. *Шилдт. Г.* C++: Базовый курс. – Москва : Вильямс, 2015.
2. *Страуструп. Б.* Язык программирования C++ (стандарт C++11): Краткий курс. – Москва : Бином, 2017.

Дополнительная

1. Кормен Т. Х., Лейзерсон Ч. И., Ривест Р. Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. – 3-е изд. – Москва : Вильямс, 2014.
2. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. – Санкт Петербург : Невский Диалект, 2005.
3. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. – Москва : МЦНМО, 2014.

Электронные ресурсы

1. http://lms.mipt.ru
2. http://cs.mipt.ru
3. http://acm.mipt.ru
4. http://judge.mipt.ru

ЗАДАНИЕ 1

(*срок сдачи 22–27 марта*)

1. Отработка базовых принципов ООП

Решите назначенные преподавателем еженедельные наборы задач на http://lms.mipt.ru или http://judge.mipt.ru Данные задачи служат для отработки конструкций языка C++ и базовых принципов объектно-ориентированного программирования, содержат автоматические тесты для проверки базовой корректности решения.

2. Объектно-ориентированные компоненты

Данные задачи не содержат автоматических тестов, предполагают последовательную самостоятельную работу над постановкой задачи и реализацию заданных простых классов с соблюдением технологий и практик промышленного программирования. Сдача данных задач предполагает внимательный разбор реализации совместно с преподавателем, итерационное устранение всех выявленных недостатков, получение полностью чистого решения.

2.1. «Линейная алгебра». Реализуйте классы базовых сущностей линейной алгебры: класс Vector3D для трёхмерных векторов и класс Matrix3D для матриц 3x3.

Значения элементов храните как double. Для векторов перегрузите операторы: умножение на константу (при любом порядке операндов), сложение, вычитание, скалярное умножение векторов. Для матриц перегрузите операторы: умножение на константу (при любом порядке операндов), сложение, вычитание, умножение на матрицу, умножение на вектор. Для матриц определите метод расчёта детерминанта. Для всех классов определите операторы ввода и вывода.

2.2. «Контейнер». Реализуйте контейнер для хранения целых чисел с использованием любой структуры данных на свой выбор. Ваш контейнер должен реализовать интерфейс, выданный преподавателем. Пример интерфейса:

```
class Container
{
public:
    virtual void insert(int value) = 0;
    virtual bool exists(int value) = 0;
    virtual void remove(int value) = 0;
};
```

ЗАДАНИЕ 2

(*срок сдачи 17–22 мая*)

1. Отработка базовых принципов ООП

Решите назначенные преподавателем еженедельные наборы задач на http://lms.mipt.ru или http://judge.mipt.ru Данные задачи служат для отработки конструкций языка C++ и базовых принципов объектно-ориентированного программирования, содержат автоматические тесты для проверки базовой корректности решения.

2. Объектно-ориентированные компоненты

Данные задачи не содержат автоматических тестов, предполагают последовательную самостоятельную работу над постановкой задачи и реализацию заданных простых классов с соблюдением технологий и практик промышленного программирования. Сдача данных задач предполагает внимательный разбор реализации совместно с преподавателем, итерационное устранение всех выявленных недостатков, получение полностью чистого решения.

2.1. «Контейнер II». Доработайте контейнер из 1-го задания. Шаблонизируйте контейнер для хранения данных любых типов. (Тестировать можно на типах int и std::string.) Реализуйте корректные copy constructor и assignment operator.

3. Решение прикладных задач

Данные задачи предполагают большой объем самостоятельной работы. В том числе потребуется выполнить сборку проекта, содержащего собственный и сторонний программный код, а также линковку с необходимыми библиотеками. Расчётная часть каждой задачи требует внимательной работы и глубокого тестирования. Постановки задач могут быть скорректированы, уточнены и расширены для выдачи личных вариантов каждому студенту. Состав задач может быть скорректирован — например, может требоваться сдать одну задачу из трёх, но при этом с более сложной постановкой расчётной части с точки зрения математики и физики.

3.1. «Дождь фигур». В замкнутой прямоугольной области на верхней границе случайным образом генерируются различные геометрические фигуры с некоторой начальной скоростью, направленной вниз и вбок. От стенок фигуры отскакивают, между собой не взаимодействуют, после пересечения нижней границы исчезают. Одновременно в объеме порядка 1000 объектов. Идёт дождь долго (нужно подумать про аккуратное своевременное освобождение памяти). Реализовать расчёт положения фигур. Состыковаться с выданным готовым кодом для визуализации.

3.2. «Броуновское движение». В замкнутой прямоугольной области находится N «маленьких» шарообразных частиц массы m и радиуса r и одна «большая» массы M и радиуса R. В начальный момент времени все они

имеют некоторые векторы скоростей. Частицы упруго отталкиваются друг от друга и от стенок. Реализовать расчёт положения частиц. Состыковаться с выданным готовым кодом для визуализации.

3.3. «Задача N тел». В неограниченном двумерном пространстве находится N шарообразных объектов различной массы и различного радиуса. В начальный момент времени они имеют некоторые векторы скоростей. Объекты взаимодействуют друг с другом согласно закону всемирного тяготения. Реализовать расчёт положения объектов. Состыковаться с выданным готовым кодом для визуализации.

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
15 января 2021 г.

ПРОГРАММА

по дисциплине: **Информатика. Продвинутый курс**
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика и физика»
физтех-школа: **ФАКТ**
кафедра: **информатики и вычислительной математики**
курс: 1
семестр: 2

Трудоемкость:
Базовая часть – 4 зачет. ед.;

лекции: – 30 часов	Экзамен – нет
практические (семинарские) занятия: – нет	Диф. зачёт – 2 семестр
лабораторные занятия: – 60 часов	Самостоятельная работа – 90 часов

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 90

Программу составили: доцент, к.ф.-м.н. Н. И. Хохлов,
доцент, к.ф.-м.н. К. А. Беклемышева

Программа принята на заседании
кафедры информатики и вычислительной математики
23 июня 2020 г.

Заведующий кафедрой,
доцент, к.ф.-м.н. Н. И. Хохлов

Структура преподавания дисциплины.

Базовые принципы объектно-ориентированного программирования. Сравнение процедурного и объектного программирования. Понятие класса и объекта. Базовая структура класса - поля, методы, конструкторы и деструкторы. Статические поля и методы класса.

Базовые принципы ООП: инкапсуляция, наследование, полиморфизм. Публичная и приватная части класса. Полиморфизм функций и методов. Полиморфизм времени компиляции и времени выполнения.

Наследование, интерфейс и реализация. Понятие наследования в объектном программировании. Перегрузка при наследовании. Работа конструкторов и деструкторов при наследовании. Модификаторы доступа при наследовании. Дружественные классы. Директивы override и final. Виртуальные методы. Абстрактные классы. Понятие интерфейса. Интерфейс и реализация. Применение интерфейсов. Таблица вызова виртуальных методов. Множественное наследование.

Работа с памятью в современном C++. Ссылки и указатели. Преимущества и недостатки ссылок и указателей, их типовые области применения. Передача параметров и возврат значений по ссылке. Использование указателей для реализации алгоритмов и структур данных.

Директива const - логика введения в язык и типовые сценарии применения. Константные методы и константные параметры методов и функций. Сочетание константности с указателями и ссылками. Константная целостность (const correctness).

Инициализация в C++. Списки инициализации. Использование инициализации при конструировании класса. Делегирование конструкторов.

Умные указатели. Виды умных указателей. Применение умных указателей для борьбы с утечками памяти.

Семантика перемещений (move semantics).

Перегрузка операторов. Перегрузка арифметических операторов, операторов ввода и вывода, операторов сравнения. Использование перегрузки операторов для упрощения программы. Использование перегрузки операторов для обеспечения возможностей метапрограммирования. Перегрузка инкремента и декремента.

Конструктор копирования и оператор присваивания, необходимость их перегрузки в отдельных случаях.

Обработка исключений. Механизм исключений. Обработка ошибок и проблем при выполнении программы. Сопоставление механизмов исключений и кодов возврата. Классы исключений. Освобождение ресурсов при обработке исключений.

Шаблоны. Понятие метапрограммирования. Параметризованные функции (шаблоны). Параметризованные классы (шаблоны). Сочетание шаблонов с наследованием и с дружественными классами.

Библиотека STL. STL - типовая библиотека шаблонов.

Контейнеры в составе STL - последовательные, упорядоченные ассоциативные, неупорядоченные ассоциативные. Внутреннее устройство контейнеров vector, set, map, unordered_set, unordered_map.

Понятие итератора. Виды итераторов. Внутренняя реализация итераторов.

Обобщённые алгоритмы в составе STL и их применение к контейнерам. Особенности синтаксиса. Ограничения, вызванные структурой контейнеров и реализацией итераторов.

Другие компоненты STL: адаптеры, функторы. Стек, очередь, очередь с приоритетами как адаптеры. Реализация адаптеров на типовых контейнерах. Классы-функторы.

Лямбда-функции, их применение совместно с алгоритмами STL.

Приведение и автоматическое выведение типов. Динамическое приведение типов и идентификация (RTTI). Автоматическое выведение типов, ключевое слово auto.

Литература

Основная

1. *Шилдт. Г.* C++: Базовый курс. – Москва : Вильямс, 2015.
2. *Страуструп. Б.* Язык программирования C++ (стандарт C++11): Краткий курс. – Москва : Бином, 2017.

Дополнительная

1. Кормен Т. Х., Лейзерсон Ч. И., Ривест Р. Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. – 3-е изд. – Москва : Вильямс, 2014.
2. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. – Санкт Петербург : Невский Диалект, 2005.
3. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. – Москва : МЦНМО, 2014.

Электронные ресурсы

1. http://lms.mipt.ru
2. http://cs.mipt.ru
3. http://acm.mipt.ru
4. http://judge.mipt.ru

ЗАДАНИЕ 1

(*срок сдачи 22–27 марта*)

1. Отработка базовых принципов ООП

Решите назначенные преподавателем еженедельные наборы задач на http://lms.mipt.ru или http://judge.mipt.ru Данные задачи служат для отработки конструкций языка C++ и базовых принципов объектно-ориентированного программирования, содержат автоматические тесты для проверки базовой корректности решения.

2. Объектно-ориентированные компоненты

Данные задачи не содержат автоматических тестов, предполагают последовательную самостоятельную работу над постановкой задачи и реализацию заданных простых классов с соблюдением технологий и практик промышленного программирования. Сдача данных задач предполагает внимательный разбор реализации совместно с преподавателем, итерационное устранение всех выявленных недостатков, получение полностью чистого решения.

2.1. «Линейная алгебра». Реализуйте классы базовых сущностей линейной алгебры: класс Vector3D для трёхмерных векторов и класс Matrix3D для матриц 3x3.

Значения элементов храните как double. Для векторов перегрузите операторы: умножение на константу (при любом порядке операндов), сложение, вычитание, скалярное умножение векторов. Для матриц перегрузите операторы: умножение на константу (при любом порядке операндов), сложение, вычитание, умножение на матрицу, умножение на вектор. Для матриц определите метод расчёта детерминанта. Для всех классов определите операторы ввода и вывода.

2.2. «Контейнер». Реализуйте контейнер для хранения целых чисел с использованием бинарного дерева. Ваш контейнер должен реализовать интерфейс, выданный преподавателем. Пример интерфейса:

```
class Container
{
public:
    virtual void insert(int value) = 0;
    virtual bool exists(int value) = 0;
    virtual void remove(int value) = 0;
};
```

ЗАДАНИЕ 2

(*срок сдачи 17–22 мая*)

1. Отработка базовых принципов ООП

Решите назначенные преподавателем еженедельные наборы задач на http://lms.mipt.ru или http://judge.mipt.ru Данные задачи служат для отработки конструкций языка C++ и базовых принципов объектно-ориентированного программирования, содержат автоматические тесты для проверки базовой корректности решения.

2. Объектно-ориентированные компоненты

Данные задачи не содержат автоматических тестов, предполагают последовательную самостоятельную работу над постановкой задачи и реализацию заданных простых классов с соблюдением технологий и практик промышленного программирования. Сдача данных задач предполагает внимательный разбор реализации совместно с преподавателем, итерационное устранение всех выявленных недостатков, получение полностью чистого решения.

2.1. «Контейнер II». Доработайте контейнер из 1-го задания. Шаблонизируйте контейнер для хранения данных любых типов. (Тестировать можно на типах int и std::string.) Реализуйте корректные copy constructor и assignment operator. Реализуйте базовые итераторы к контейнеру (forward и const forward). Для тестирования итераторов примените к своему реализованному контейнеру стандартные алгоритмы из состава библиотеки STL.

3. Решение прикладных задач

Данные задачи предполагают большой объем самостоятельной работы. В том числе потребуется выполнить сборку проекта, содержащего собственный и сторонний программный код, а также линковку с необходимыми библиотеками. Расчётная часть каждой задачи требует внимательной работы и глубокого тестирования. Постановки задач могут быть скорректированы, уточнены и расширены для выдачи личных вариантов каждому студенту. Состав задач может быть скорректирован — например, может требоваться сдать одну задачу из трёх, но при этом с более сложной постановкой расчётной части с точки зрения математики и физики.

3.1. «Дождь фигур». В замкнутой прямоугольной области на верхней границе случайным образом генерируются различные геометрические фигуры с некоторой начальной скоростью, направленной вниз и вбок. От стенок фигуры отскакивают, между собой не взаимодействуют, после пересечения нижней границы исчезают. Одновременно в объеме порядка 1000 объектов. Идёт дождь долго (нужно подумать про аккуратное своевременное освобождение памяти). Реализовать расчёт положения фигур. Состыковаться с выданным готовым кодом для визуализации.

3.2. «Броуновское движение». В замкнутой прямоугольной области находится N «маленьких» шарообразных частиц массы m и радиуса r и одна «большая» массы M и радиуса R. В начальный момент времени все они имеют некоторые векторы скоростей. Частицы упруго отталкиваются друг от друга и от стенок. Реализовать расчёт положения частиц. Состыковаться с выданным готовым кодом для визуализации.
3.3. «Задача N тел». В неограниченном двумерном пространстве находится N шарообразных объектов различной массы и различного радиуса. В начальный момент времени они имеют некоторые векторы скоростей. Объекты взаимодействуют друг с другом согласно закону всемирного тяготения. Реализовать расчёт положения объектов. Состыковаться с выданным готовым кодом для визуализации.

4. Проектирование программных интерфейсов

4.1. С использованием любой графической библиотеки на свой выбор реализуйте собственный визуализатор, подходящий для работы со всеми задачами прошлого раздела («Дождь фигур», «Броуновское движение», «Задача N тел»). Спроектируйте необходимые интерфейсы для взаимодействия расчётного и графического модуля. При необходимости выполните рефакторинг расчётных компонентов с учётом новых интерфейсов. Для тестирования скомпилируйте в одном проекте визуализатор одного студента и расчётный модуль другого.

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
15 января 2021 г.

ПРОГРАММА

по дисциплине: **ИНФОРМАТИКА**
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика и физика»
27.03.03 «Системный анализ и управление»
физтех-школа: **ФЭФМ, ФАКТ**
кафедра: **информатики и вычислительной математики**
курс: 1
семестр: 2

Трудоемкость:
Базовая часть – 4 зачет. ед.;

лекции – 30 часов	Экзамен – нет
практические (семинарские) занятия – нет	Диф. зачет – 2 семестр
лабораторные занятия – 60 часов	Две контрольные работы
	Самостоятельная работа – 90 часов

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 90

Программу составили: ст. преп. Т. Ф. Хирьянов,
ассистент М. П. Абрамов

Программа принята на заседании
кафедры информатики и вычислительной математики
23 июня 2020 г.

Заведующий кафедрой,
доцент, к.ф.-м.н. Н. И. Хохлов

Тематический план семестра

1. Краткое повторение синтаксиса Python. Сложность задач. Детерминированная и недетерминированная машина Тьюринга. Алгоритмически простые и сложные задачи (классы P и NP). Классы NP-complete и NP-hard.
2. Хеш-функции, хеширование и хеш-таблицы. Что такое хеш-функция. Примеры. Использование хеширования для гарантии целостности файлов и хранения паролей. Полиномиальный хеш. Алгоритм Рабина-Карпа. Открытая и закрытая хеш-таблицы. Проблема удаления из закрытой хеш-таблицы. Перехеширование. Реализация закрытой хеш-таблицы.
3. Словари и множества в Python. Множество set. Создание и изменение множеств. Работа с элементами. Тип frozenset и зачем он нужен. Операции с множествами, обычные для математики. Словарь dict. Создание и изменение словаря. Пример применения ассоциативного массива. Defaultdict, OrderedDict.
4. Связные списки. Кортежи tuple и контейнер NamedTuple. Списки: односвязный, двусвязный, кольцо (реализация ч/з словари).
5. Очередь и очередь с приоритетами. Очередь и дек (реализация на списках). Контейнер Deque. Куча (повторение). Сортировка кучей. Модуль heapq.
6. Основы теории графов. Введение в теорию графов. Инцидентность, смежность, петля, кратные рёбра, подграф. Эйлеров цикл. Эйлеров путь. Пути в графах. Циклы. Простые пути и циклы. Связность графов. Компоненты связности. Взвешенный граф. Орграфы. Компоненты сильной связности орграфа. Ориентированные ациклические графы. Дерево. Корневое дерево. Остовное дерево графа.
7. Хранение графа в памяти. Список рёбер, матрица смежности и списки смежности. Реализация этих способов и асимптотика их работы. Переходы между различными формами хранения графа. Компактная форма хранения списка смежности для константного графа. Хранение деревьев в памяти.
8. Обход графа в глубину. Выделение компонент связности (обходом в глубину). Выделение компонент сильной связности орграфа.
Проверка двудольности графа. Проверка графа на ацикличность и нахождение цикла. Топологическая сортировка. Поиск мостов и точек сочленения.
9. Обход графа в ширину. Очередь при обходе в ширину и её асимптотика. Выделение компонент связности (обходом в ширину). Нахождение кратчайшего цикла в невзвешенном графе.
10. Поиск кратчайшего пути. Алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути. Алгоритмы Флойда-Уоршелла и Беллмана-Форда.
11. Остовные деревья. Алгоритм Прима. Алгоритм Краскала.
12. Игры на ациклических графах. Игра «Ним». Сумма игр. Функция

Шпрага-Гранди.
13. Двоичные деревья поиска. Асимптотика основных операций. Балансировка деревьев. АВЛ-дерево и красно-чёрное дерево. Декартово дерево.
14. Асимптотически сложные задачи на графах. Гамильтонов граф. Построение гамильтонова цикла. Задачи о коммивояжере и о китайском почтальоне. Приближенные алгоритмы для NP-полных задач.

Методические указания обучающимся

Ваша цель — запомнить классические алгоритмы и структуры данных, знать их асимптотическую сложность, уметь их описывать устно, а также программировать их на языке Python.

Курс содержит три вида учебной деятельности: 1) лекции, 2) лабораторные работы и 3) самостоятельная работа.

На лекциях по информатике излагается теория, разбираются алгоритмы с реализацией на Python 3. Посещение не обязательно, но пропуск лекций существенно усложняет выполнение лабораторных и домашних работ. Именно лекции задают содержательную линию учебного курса.

Описания лабораторных работ появляются по ходу семестра на сайте http://cs.mipt.ru/algo. Очное присутствие на лабораторных обязательно. Типичная работа представляет из себя: а) текст для изучения; б) упражнения; в) контест с автоматизированной системой проверки.

Автоматически проверяемые задачи допускается выполнять дома в качестве самостоятельной работы. В самостоятельную работу включается также подготовка к сдаче устного зачёта.

В течение семестра на лабораторных занятиях проводится 2 контрольные работы: промежуточная и итоговая.

Оценивание

Дифференцированный зачёт сдаётся устно. Рекомендуемая итоговая оценка студента по предмету — это среднее арифметическое взвешенное оценок по лабораторным работам, контестам и контрольным.

Преподаватель, экзаменующий студента, видит все эти оценки по отдельности, а также рекомендуемую итоговую оценку. Исходя из ответа студента итоговая оценка в зачётку может быть отклонена от рекомендуемой на ±2 балла (по 10-балльной шкале).

Если преподаватель хочет повысить или понизить оценку на большее число баллов, он советуется со старшим преподавателем курса. Студент при несогласии с итоговой оценкой может потребовать апелляции у старшего преподавателя.

Литература

(Основная)

1. Алгоритмы [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / С. Дасгупта, Х. Пападимитриу, У. Вазирани ; пер. с англ. А. А. Куликова ; под ред. А. Шеня .— М. : МЦНМО, 2014 .— 320 с.
2. Бхаргава А. Грокаем алгоритмы. Иллюстрированное пособие для программистов и любопытствующих. Питер, 2017.

(Дополнительная)

1. Алгоритмы : построение и анализ [Текст] : учебник для вузов / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест .— М. : МЦНМО, 1999 .— 263 с.
2. Саммерфилд М. Программирование на Python 3. Подробное руководство. – М.: Символ-Плюс, 2009.

Ресурсы сети Интернет

1. cs.mipt.ru/algo
2. e-maxx.ru/algo/
3. python.org
4. pythontutor.ru

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
15 января 2021 года

ПРОГРАММА

по дисциплине: **Общая химия**
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика и физика»
Физтех-школа: **ФАКТ**
департамент химии
курс: 1
семестр: 2

Трудоёмкость:
теор. курс: вариативная часть – 3 зачет. ед.;
лекции – 30 часов
лабораторные
занятия – 30 часов

Диф. зачёт – 2 семестр

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 60

Самостоятельная работа – 75 часов

Программу составила
д.т.н., профессор Т.М. Васильева

Программа принята на заседании
департамента химии 18 ноября 2020 г.

Руководитель департамента химии
д.ф.-м.н. А. В. Митин

1. СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА И КЛАССИФИКАЦИЯ ХИМИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ

1.1. Строение атома. Периодичность свойств элементов и их соединений.

Основные представления об электронном строении атома: квантовые числа и атомные орбитали, формы атомных орбиталей. Электронные конфигурации атомов: правила заполнения электронных оболочек.

Периодичность свойств элементов и их соединений: периодическая система элементов Д. И. Менделеева, основная информация, содержащаяся в ней, связь периодической системы элементов со строением атомов. Периодичность физических свойств элементов: атомные и ионные радиусы, энергия ионизации атома и сродство к электрону. Электроотрицательность. Периодическая классификация элементов: металлы, неметаллы, металлоиды. Периодичность химических свойств элементов и их соединений: основные закономерности. Понятие о степени окисления элементов, устойчивые степени окисления.

1.2. Химическая связь и строение молекул.

Виды химической связи: ионная, металлическая, ковалентная. Механизмы образования и основные характеристики (длина, энергия, угол связи, дипольный момент связи). Специфические свойства ковалентной связи – насыщаемость и направленность. Теория отталкивания электронных пар валентных орбиталей (ОЭПВО). Элементы метода валентных связей: понятие о гибридизации атомных орбиталей. Полярные и неполярные молекулы, дипольный момент молекулы.

Водородная связь и межмолекулярные взаимодействия.

Свойства веществ и материалов с различным типом химической связи.

1.3. Основные классы неорганических и органических соединений.

Химические формулы, понятие моля. Основы номенклатуры неорганических соединений.

Оксиды, кислоты, основания, соли. Классификация, основные химические свойства. Понятие амфотерности. Генетическая связь между различными классами неорганических соединений.

Основные типы химических реакций, примеры. Стехиометрия химических реакций.

Основные классы органических соединений. Предельные и непредельные углеводороды. Гомологический ряд метана.

2. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ОПИСАНИЯ ХИМИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ПРОТЕКАНИЯ ХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

2.1. Химическая термодинамика.

Энергетика химических процессов. I-й и II-й законы термодинамики, энтальпия химической реакции. Экзо- и эндотермические реакции. Термохимические уравнения. Понятие об энтропии. Энергетические эффекты химических реакций. Закон Гесса и его применение. Стандартные энтальпии образования и сгорания химических соединений. Тепловые эффекты химических и физико-химических процессов (растворения, фазовых переходов и др.).

Самопроизвольные химические процессы, условия их протекания. Изобарно-изотермический потенциал. Уравнение Гиббса. Факторы, определяющие направление протекания химических реакций, влияние температуры. Обратимые и необратимые реакции.

2.2. Химическое равновесие.

Равновесные процессы. Понятие химического равновесия, его критерии, химическое равновесие в газообразных системах и растворах. Гомогенные и гетерогенные системы, равновесие в гетерогенных системах. Изотерма химической реакции. Константа химического равновесия. Смещение химического равновесия: влияние концентрации, температуры и давления. Принцип Ле Шателье.

2.3. Химическая кинетика.

Кинетика гомогенных реакций. Теория скорости химических реакций: понятие скорости химических реакций, кинетическое уравнение химической реакции, закон действующих масс. Зависимость скорости химической реакции от концентрации. Константа скорости химической реакции, порядок и молекулярность химической реакции. Методы определения порядка химической реакции. Механизмы химических реакций, простые и сложные реакции (последовательные, параллельные). Кинетика сложных реакций.

Влияние температуры на скорость химических реакций. Уравнение Аррениуса, его анализ. Энергия активации, скорость, лимитирующая стадия химической реакции. Определение энергии активации по опытным данным.

Катализаторы и катализ. Гомогенный и гетерогенный катализ.

2.4. Электрохимия и окислительно-восстановительные реакции.

Окислительно-восстановительные реакции (ОВР). Сопряженные пары окислитель-восстановитель. Окислительно-восстановительные свойства

элементов и их соединений в зависимости от положения элемента в периодической системе. Важнейшие окислители и восстановители. Окислительно-восстановительная двойственность. Окислительно-восстановительные реакции в электрохимических системах. Гальванические элементы. Стандартные окислительно-восстановительные потенциалы, методы их определения. Термодинамика в гальванических элементах, уравнение Нернста. Расчет ЭДС гальванического элемента.

3. ХИМИЯ ПРИРОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

3.1. Химия в современной океанологии. Теоретические основы гидрохимии.

Предмет и задачи исследований химии океана.

Вода как универсальный растворитель в биосистемах. Физико-химические свойства воды, обусловливающие ее роль в процессах жизнедеятельности. Гидраты, кристаллогидраты и сольваты.

Морская вода как раствор. Характеристика химического состава вод океана: главные компоненты (главные ионы, микроэлементы, биогенные вещества), соленость. Растворимость газов в морской воде. Способы выражения концентрации растворов.

Электролитическая диссоциация растворенных веществ. Сильные и слабые электролиты. Активность ионов в растворах. Константы кислотности и основности слабых электролитов. Закон разбавления Оствальда. Ионная сила. Взаимодействие ионов в морской воде.

Ионное произведение воды. Водородный и гидроксильный показатели pH и pOH. Буферные системы океана на примере бикарбонатной и фосфатной систем. Понятие о произведении растворимости.

Окислительно-восстановительные процессы в морской воде. Окислительно-восстановительный потенциал природных вод, его связь с pH. Коррозия металлов в морской воде, основные химические механизмы и термодинамика процесса коррозии. Биокоррозия. Защита металлов от коррозии.

3.2. Химические проблемы переработки углеводородного сырья.

Топливная база для химической промышленности: нефть и нефтепереработка. Состав нефти. Химические методы в нефтедобыче. Первичная и вторичная (пиролиз, риформинг, крекинг) переработка нефти. Бензин и дизельное топливо. Альтернативные источники топлива. Синтетическое жидкое топливо и биотопливо, методы и высокотехнологические подходы к получению биотоплива.

3.3. Химические проблемы переработки продуктов возобновляемых природных ресурсов

Возобновляемые природные ресурсы, примеры. Биополимеры и их природные сырьевые источники: древесина, целлюлоза, хитин и хитозан. Структура, физико-химические свойства, направления практического использования, в том числе в космонавтике. Химические подходы к созданию новых высокотехнологичных материалов на основе биополимеров. Химическая переработка целлюлозы и хитина: гидролиз и проблемы утилизации его отходов.

4. ХИМИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННЫХ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

4.1. Химические проблемы получения и преобразования энергии в ракетной технике.

Ракетные топлива: жидкие ракетные топлива, их химический состав, основные характеристики и связанные с ними особенности конструкции ракетных двигателей. Наиболее распространенные окислители и горючие. Твердые и гибридные ракетные топлива.

Автономные химические источники тока для ракетной техники, авиации и подводного флота. Топливные элементы, виды, устройство и принцип работы на примере водородно-кислородного топливного элемента. Преимущества и сложности использования топливных элементов. Современные аккумуляторы.

4.2. Химические основы создания новых функциональных материалов.

Основные понятия: Фазовые состояние вещества, фазовые равновесия и фазовые переходы. Твердые растворы, сплавы. Жидкие кристаллы. Нестехиометрические соединения.

Функциональные материалы: систематика и классификация по составу, структуре и функциональным свойствам, принципы получения и дизайна, физические свойства и практические применения. Конструкционные материалы и композиты: отличительные особенности, основные критерии качества, механические свойства. Гибридные материалы: природные и искусственные гибридные материалы, основные подходы к получению и области применения. Наноматериалы: основные понятия, размерные эффекты, реакционная способность, углеродные наноматериалы (нанотрубки, фуллерены, графен), нанокатализаторы, нанокомпозиты. Перспективные материалы аэрокосмической техники.

Высокомолекулярные соединения: классификация, строение, механизмы полимеризации. Полимеры, используемые в аэрокосмической технике. Полимерные материалы для 3D-печати.

3.4. Химия экстремальных состояний вещества.

Равновесные и неравновесные процессы: основные отличия неравновесных процессов, причины возникновения неравновесных условий. Плазмохимия.

Химически активные частицы в неравновесных реакциях, радикалы. Цепные реакции, их механизмы и основные стадии. Разветвленные и неразветвленные цепные реакции.

Химия высокотемпературных процессов: кинетика, перспективы практического использования. Примеры цепных реакций в энергетике, горение водорода. Термическая плазма. Порошковая металлургия, утилизация токсичных химических соединений.

Химия, процессов, протекающих при высоких давлениях (взрыв и ударная волна).

Химия процессов, стимулированных интенсивными потоками частиц и излучений. Фотохимические реакции, происходящие в атмосфере: превращения озона под действием излучений. Радиационно-химические процессы в полимерах: полимеризация, деструкция, радикальное окисление. Плазмохимические процессы в низкотемпературной плазме. Применение низкотемпературной плазмы для получения функциональных материалов и покрытий.

Литература

Основная литература

1. *Ахметов Н.С.* Общая и неорганическая химия. – Москва : Высшая школа, 2009.
2. Практический курс общей химии / под ред. В.В. Зеленцова. – Москва : МФТИ, 2010.
3. *Снигирева Е.М., Зеленцова С.А.* Справочник физико-химических величин. – Москва : МФТИ, 2007.

Дополнительная литература

1. *Алекин О.*А., *Ляхин Ю.И.* Химия океана. – Ленинград : Гидрометеоиздат, 1984.
2. *Вольхин В.В.* Общая химия. Основной курс. – Санкт-Петербург : Издательство «Лань», 2014.
3. *Глинка Н.Л.* Задачи и упражнения по общей химии. – Ленинград : Химия, 1999.
4. *Atkins P., de Paula J.* Physical chemistry. – Oxford University Press, 2006.
5. *Chang R.* Physical Chemistry for the Biosciences. – University Science Books, 2005.