

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

<b>по дисциплине:</b>	Математическая статистика
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика, компьютерные науки и инженерия Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: И.В. Родионов, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 05.03.2020

## Аннотация

Курс математической статистики изучается студентами ФПМИ в пятом семестре и является обязательной дисциплиной базовой части. В рамках данной дисциплины студенты проходят следующие темы: сходимости случайных векторов, статистики и оценки, методы нахождения оценок, эффективные оценки, достаточные статистики и оптимальные оценки, байесовские оценки, доверительное оценивание, линейная регрессионная модель, проверка гипотез и равномерно наиболее мощные критерии, критерии, основанные на нормальности, критерии согласия, критерии проверки независимости.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

изучение математических и теоретических основ современного статистического анализа, а также подготовка слушателей к дальнейшей самостоятельной работе в области анализа статистических задач прикладной математики, физики и экономики.

#### Задачи дисциплины

- ☐ изучение математических основ математической статистики;
- ☐ приобретение слушателями теоретических знаний в области современного статистического анализа.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты)	ОПК-3.3 Владеет методами визуального и графического представления результатов научной (научно-технической, инновационной технологической) деятельности в виде отчетов, научных публикаций
	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- ☐ основные понятия математической статистики;
- ☐ основные подходы к сравнению оценок параметров неизвестного распределения;
- ☐ асимптотические и неасимптотические свойства оценок параметров неизвестного распределения;
- ☐ основные методы построения оценок с хорошими асимптотическими свойствами: метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод выборочных квантилей;
- ☐ понятие эффективных оценок и неравенство информации Рао-Крамера;
- ☐ определение и главные свойства условного математического ожидания случайной величины относительно сигма-алгебры или другой случайной величины;
- ☐ определение общей линейной регрессионной модели и метод наименьших квадратов;
- ☐ многомерное нормальное распределение и его основные свойства;
- ☐ базовые понятия теории проверки статистических гипотез;
- ☐ лемму Неймана – Пирсона и теорему о монотонном отношении правдоподобия;
- ☐ критерий хи-квадрат Пирсона для проверки простых гипотез в схеме Бернулли.

уметь:

- ☐ обосновывать асимптотические свойства оценок с помощью применения предельных теорем теории вероятностей;
- ☐ строить оценки с хорошими асимптотическими свойствами для параметров неизвестного распределения по заданной выборке из него;
- ☐ находить байесовские оценки по заданному априорному распределению;
- ☐ вычислять условные математические ожидания с помощью условных распределений;
- ☐ находить оптимальные оценки с помощью полных достаточных статистик;
- ☐ строить точные и асимптотические доверительные интервалы, и области для параметров неизвестного распределения;
- ☐ находить оптимальные оценки и доверительные области в гауссовской линейной модели;
- ☐ строить равномерно наиболее мощные критерии в случае параметрического семейства с монотонным отношением правдоподобия;
- ☐ строить F-критерий для проверки линейных гипотез в линейной гауссовской модели.

владеть:

- ☐ основными методами математической статистики построения точечных и доверительных оценок: методом моментов, выборочных квантилей, максимального правдоподобия, методом наименьших квадратов, методом центральной статистики.
- ☐ навыками асимптотического анализа статистических критериев;
- ☐ навыками применения теорем математической статистики в прикладных задачах физики и экономики.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	F-критерий для проверки линейных гипотез в гауссовской линейной модели.	4	4		5
2	Вероятностно-статистическая модель.	4	4		5
3	Основная задача математической статистики.	4	4		10
4	Различные виды сходимостей случайных векторов.	6	6		10
5	Статистики и оценки.	6	6		10
6	Эмпирическое распределение и эмпирическая функция распределения.	6	6		5
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

###### 1. F-критерий для проверки линейных гипотез в гауссовской линейной модели.

F-критерий для проверки линейных гипотез в гауссовской линейной модели. Пример с двумя гауссовскими выборками, отличающимися сдвигом: проверка гипотезы об их однородности.

## 2. Вероятностно-статистическая модель.

Вероятностно-статистическая модель. Понятия наблюдения и выборки. Параметрическая статистическая модель. Моделирование выборки из неизвестного распределения, принадлежащему параметрическому семейству.

## 3. Основная задача математической статистики.

Основная задача математической статистики. Примеры: выборка и линейная модель.

## 4. Различные виды сходимостей случайных векторов.

Различные виды сходимостей случайных векторов: с вероятностью 1, по вероятности, по распределению. Три знаменитых теоремы: закон больших чисел, усиленный закон больших чисел, центральная предельная теорема. Теорема о наследовании сходимости и лемма Слуцкого. Пример применения леммы Слуцкого.

## 5. Статистики и оценки.

Статистики и оценки. Примеры статистик: выборочные характеристики, порядковые статистики. Основные свойства оценок: несмещенность, состоятельность, сильная состоятельность, асимптотическая нормальность. Примеры. Наследование состоятельности и сильной состоятельности при взятии непрерывной функции. Лемма о наследовании асимптотической нормальности.

## 6. Эмпирическое распределение и эмпирическая функция распределения.

Эмпирическое распределение и эмпирическая функция распределения. Обоснованность основной задачи математической статистики и теорема Гливенко-Кантелли.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Стандартная учебная аудитория.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Математическая статистика [Текст] : [учебник для вузов] / А. А. Боровков .— [3-е изд., испр.] .— М. : Физматлит, 2007 .— 704 с.
2. Введение в математическую статистику [Текст] : [учебник для вузов] / Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев .— М. : ЛКИ, 2010, 2014, 2015 .— 600 с.
3. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие для вузов / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин .— М. : Физматлит, 2005 .— 295 с. : ил. + pdf-версия. - Библиогр.: с. 292. - ISBN 5-9221-0633-3. — Полный текст (Доступ из сети МФТИ / Удаленный доступ).

### Дополнительная литература

1. Наглядная математическая статистика [Текст] : учеб. пособие для вузов / М. Б. Лагутин .— 2-е изд., испр. — М. : Бином. Лаб. знаний, 2009 .— 472 с.

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

1. Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекций.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика, компьютерные науки и инженерия Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Экзамен

**Разработчик:** И.В. Родионов, канд. физ.-мат. наук, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты)	ОПК-3.3 Владеет методами визуального и графического представления результатов научной (научно-технической, инновационной технологической) деятельности в виде отчетов, научных публикаций
	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Математическая статистика» обучающийся должен:

### знать:

- ☐ основные понятия математической статистики;
- ☐ основные подходы к сравнению оценок параметров неизвестного распределения;
- ☐ асимптотические и неасимптотические свойства оценок параметров неизвестного распределения;
- ☐ основные методы построения оценок с хорошими асимптотическими свойствами: метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод выборочных квантилей;
- ☐ понятие эффективных оценок и неравенство информации Рао-Крамера;
- ☐ определение и главные свойства условного математического ожидания случайной величины относительно сигма-алгебры или другой случайной величины;
- ☐ определение общей линейной регрессионной модели и метод наименьших квадратов;
- ☐ многомерное нормальное распределение и его основные свойства;
- ☐ базовые понятия теории проверки статистических гипотез;
- ☐ лемму Неймана – Пирсона и теорему о монотонном отношении правдоподобия;
- ☐ критерий хи-квадрат Пирсона для проверки простых гипотез в схеме Бернулли.

### уметь:

- ☐ обосновывать асимптотические свойства оценок с помощью применения предельных теорем теории вероятностей;
- ☐ строить оценки с хорошими асимптотическими свойствами для параметров неизвестного распределения по заданной выборке из него;
- ☐ находить байесовские оценки по заданному априорному распределению;
- ☐ вычислять условные математические ожидания с помощью условных распределений;
- ☐ находить оптимальные оценки с помощью полных достаточных статистик;
- ☐ строить точные и асимптотические доверительные интервалы, и области для параметров неизвестного распределения;
- ☐ находить оптимальные оценки и доверительные области в гауссовской линейной модели;
- ☐ строить равномерно наиболее мощные критерии в случае параметрического семейства с монотонным отношением правдоподобия;
- ☐ строить F-критерий для проверки линейных гипотез в линейной гауссовской модели.

### владеть:

- ☐ основными методами математической статистики построения точечных и доверительных оценок: методом моментов, выборочных квантилей, максимального правдоподобия, методом наименьших квадратов, методом центральной статистики.
- ☐ навыками асимптотического анализа статистических критериев;
- ☐ навыками применения теорем математической статистики в прикладных задачах физики и экономики.

### 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры домашних заданий:

1. Найдите оптимальную оценку параметра  $\theta > 0$  по выборке из распределения: а)  $N(\theta, 1)$ , б)  $R(0, \theta)$ , в)  $Pois(\theta)$ , г)  $Bin(1, \theta)$  (здесь  $(0,1)$ ). 6. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  выборка из равномерного распределения на отрезке  $[0, \theta]$ ,  $\theta > 0$ . Постройте доверительный интервал для уровня доверия  $\gamma$ , используя статистику а)  $X$ , б)  $X(1)$ , в)  $X(n)$ .
- 2.. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  выборка из нормального распределения с параметрами  $(\theta, 1)$ . Найдите байесовскую оценку параметра  $\theta$ , если априорное распределение есть  $Bin(1, p)$ . Будет ли полученная оценка состоятельной оценкой параметра  $\theta$ ?
3. Имеется 2 объекта с весами  $a$  и  $b$ . Мы взвесили с ошибками первый, второй и оба объекта вместе, причём дисперсия ошибки в последнем случае была в 4 раза больше. Свести задачу к линейной регрессионной модели и найти оценки наименьших квадратов для  $a$  и  $b$ .
4.  $X_1, \dots, X_n$  выборка из экспоненциального распределения с параметром  $\theta$ . Постройте равномерно наиболее мощный критерий уровня значимости проверки гипотезы  $H_0: \theta = 0$  против альтернативы а)  $H_1: \theta > 0$ , б)  $H_1: \theta < 0$ .

Контрольная No.1

1.  $X_1 \dots X_n$  -- выборка из  $U[0, \theta]$ . Для какой величины  $\tau(\theta)$  статистика  $X_e - X$  является асимптотически нормальной оценкой? Вычислите асимптотическую дисперсию данной оценки.
2.  $X_1 \dots X_n$  -- выборка из дискретного распределения  
 $P(X_1 = -1) = (1 - \theta)/(1 + \theta)$ ;  $P(X_1 = 2) = 2\theta/(1 + \theta)$   
Найдите оценки параметра  $\theta$  по методу моментов и по методу максимального правдоподобия.
3.  $X_1 \dots X_n$  --- выборка из распределения с плотностью  $f(x) = \theta^2 \theta e^{-(\theta x)} I(\in [ \ln 2; +\infty ])$ . Для каких функций  $\tau(\theta)$  существует эффективная оценка? Вычислите информацию Фишера  $i(\theta)$  одного элемента выборки.

Контрольная No.2

1. Пусть  $X_1 \dots X_n$  -- выборка из экспоненциального распределения со сдвигом, т.е. имеющего плотность  $p_\theta(x) = \exp\{-(x - \theta)\} I\{x > \theta\}$ . Найдите полную достаточную статистику в данной модели.
2. Пусть  $X_1 \dots X_n$  -- выборка из распределения с плотностью  $p_\theta(x) = (4\theta^4)/(x^5) I\{x \geq \theta\}$ . С помощью статистики  $X(n)$  постройте точный доверительный интервал уровня доверия  $\gamma$  параметра  $\theta$ .
3. Взвешивание двух грузов массами  $a$  и  $b$  на одних и тех же весах производится следующим образом:  $n$  раз взвешивается первый груз,  $m$  раз взвешивается второй груз и  $k$  раз взвешиваются эти два груза вместе. В предположении, что все ошибки измерения имеют распределение  $N(0; \sigma^2)$ , постройте доверительные интервалы уровня доверия для  $a$  и для  $b$  при неизвестном параметре  $\sigma^2$ .
4. На участке сажают липы, березы, дубы и осины. На каком уровне значимости можно принять гипотезу о том, что дубы и осины сажали с одинаковой вероятностью, липы и березы -- с одинаковой вероятностью, а березы -- с вероятностью в 3 раза большей, чем дубы? Было посажено 50 лип, 65 берез, 17 дубов, 28 осин. Квантили распределения  $\chi^2_3$ :  $z_{\{0,8\}} = 4,6416$ ;  $z_{\{0,9\}} = 6,2514$ ;  $z_{\{0,95\}} = 7,8147$ ;  $z_{\{0,975\}} = 9,3484$ .

Темы рефератов

- Статистический критерий.
- Критерий Неймана-Пирсона.
- Построение оптимального критерия Неймана-Пирсона для параметра  $\theta$  (математического ожидания) нормального закона распределения с известной дисперсией.
- Определение минимального объема выборки.
- Сложные параметрические гипотезы. Построение критерия для проверки сложных параметрических гипотез.
- Проверка гипотез о математическом ожидании.
- Проверка гипотез о равенстве двух выборочных средних (о равенстве математических ожиданий).



- Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух совокупностей.
- Критерий согласия (критерий Пирсона).
- Некоторые распределения случайных величин.

Правила оценивания курса следующие:

1. Предварительное количество задач, с которым студент выходит на экзамен, рассчитывается по формуле  $Q = 5 \min(K_1 + K_2 + S, 5)$ , где  $K_1, K_2, S \in \{0, 1, 2\}$  количество баллов, полученных за первую контрольную, вторую контрольную и работу на семинарах соответственно.
2. На экзамене студенту выдается  $Q$  задач, на решение каждой из которых отводится 20 минут. По истечении этого времени студенту выдается билет. Оценка за курс выставляется по формуле  $\max(T/2R, 2)$ , где  $T$  оценка за ответ билета по 10-балльной шкале,  $R, 0 < R \leq Q$  количество задач, не решенных студентом. Семинаристам рекомендуется ставить студенту 2 балла за работу на семинарах, если он решит в течение семестра не менее 40 задач из домашних заданий, 1 балл если решено не менее 20, но менее 40 задач. Семинаристу рекомендуется ставить 2 балла за решение контрольной, если студент решит не менее 2 задач, 1 балл если студент решит не менее 1 задачи, но менее 2 задач.

#### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Вопросы к экзамену:

1. Виды сходимостей случайных векторов: с вероятностью 1, по вероятности, по распределению. Взаимоотношения между различными видами сходимостей. Усиленный закон больших чисел для случайных векторов. Многомерная центральная предельная теорема.
2. Теорема о наследовании сходимости и лемма Слуцкого. Пример их применения.
3. Гауссовские случайные векторы (многомерное нормальное распределение). Теорема о трех эквивалентных определениях. Смысл параметров гауссовского вектора.
4. Основные свойства гауссовских векторов: линейные преобразования и критерий независимости компонент. Теорема об ортогональном разложении гауссовского вектора.
5. Вероятностно-статистическая модель, параметрическая модель. Выборка, эмпирическое распределение. Теорема Гливенко-Кантелли.
6. Статистики и оценки. Несмещенность, состоятельность, сильная состоятельность и асимптотическая нормальность. Лемма о наследовании асимптотической нормальности.
7. Оценка параметра по методу подстановки. Оценка параметра по методу моментов. Теорема о состоятельности оценки метода моментов.
8. Квантили распределения, выборочные квантили, выборочная медиана. Теорема об асимптотической нормальности выборочной  $r$ -квантили.
9. Функция потерь и функция риска. Равномерный подход к сравнению оценок. Байесовский, минимаксный и асимптотический подходы к сравнению оценок.
10. Информация Фишера и вклад наблюдения. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки и критерий эффективности.
11. Понятие плотности для дискретной случайной величины. Доминируемое семейство распределений. Функция правдоподобия и оценка максимального правдоподобия. Теорема об экстремальном свойстве правдоподобия.
12. Теорема о существовании состоятельного решения уравнения правдоподобия. Состоятельность оценки максимального правдоподобия. Теорема об асимптотической нормальности решения уравнения правдоподобия.
13. Теорема Бахадура. Асимптотически эффективные оценки. Асимптотическая эффективность и эффективность оценки максимального правдоподобия.
14. Условное математическое ожидание случайной величины относительно сигма-алгебры. Заряд на вероятностном пространстве. Теорема Радона-Никодима.
15. Свойства условного математического ожидания (9 штук).

16. Условное математическое ожидание. Условное распределение и условная плотность одной случайной величины относительно другой. Теорема о вычислении условного математического ожидания с помощью условной плотности. Теорема о достаточном условии существования условной плотности.
17. Достаточные статистики. Критерий факторизации Неймана-Фишера. Теорема Колмогорова-Блекуэлла-Рао и следствие из нее.
18. Полные статистики. Теорема об оптимальной оценке. Экспоненциальное семейство распределений. Теорема о полной достаточной статистике в экспоненциальном семействе.
19. Доверительные интервалы и доверительные области. Понятие центральной статистики и метод построения доверительных областей с ее помощью. Асимптотические доверительные интервалы.
20. Линейная регрессионная модель. Оценка наименьших квадратов, формула ее вычисления. Несмещенные оценки для параметров линейной регрессионной модели.
21. Проверка статистических гипотез: гипотеза и альтернатива, критерий проверки гипотезы, ошибки первого и второго родов, уровень значимости и размер критерия, функция мощности. Несмещенность и состоятельность статистического критерия.
22. Сравнения критериев, равномерно наиболее мощные критерии. Лемма Неймана-Пирсона о проверке простых гипотез. Следствие из нее. Параметрические семейства распределений с монотонным отношением правдоподобия. Теорема о семействе с монотонным отношением правдоподобия.
23. Линейная гауссовская модель, достаточная статистика в линейной гауссовской модели. Линейные гипотезы, F-критерий для проверки линейной гипотезы в гауссовской линейной модели.
24. Статистика хи-квадрат Пирсона в схеме Бернулли с  $m$  исходами. Теорема Пирсона. Критерий согласия Пирсона.

Примеры экзаменационных билетов:

Билет №1

1. Виды сходимостей случайных векторов: с вероятностью 1, по вероятности, по распределению.
2. Основные свойства гауссовских векторов: линейные преобразования и критерий независимости компонент. Теорема об ортогональном разложении гауссовского вектора.

Билет №2

1. Вероятностно-статистическая модель, параметрическая модель.
2. Оценка параметра по методу подстановки. Оценка параметра по методу моментов. Теорема о состоятельности оценки метода моментов.

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.