

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

<b>по дисциплине:</b>	Концепции теории игр
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика, компьютерные науки и инженерия Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: Д.Г. Ильинский, ассистент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 20.03.2023

## Аннотация

Теория игр — прикладной раздел математики, метод изучения оптимальных стратегий в играх. Это первая часть из двух спецкурсов по теории игр, в которой изучаются базовые постановки задач и основные концепции решения. В качестве иллюстраций используются многочисленные примеры из экономики, политики и обычной жизни.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Ознакомить слушателей с основными понятиями и результатами некооперативной и кооперативной теории игр. Центральное место в курсе занимает понятие равновесие Нэша, секвенциальное равновесие, а также понятие ядра в кооперативных играх с побочными платежами.

#### Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в теории игр;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в теории игр;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в теории игр.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-4.2 Знает основные источники научно-технической и (или) технологической информации в области профессиональной деятельности
	ОПК-4.3 Умеет составлять аннотации, рефераты, библиографические перечни и обзоры информации в области своей профессиональной деятельности
	ОПК-4.4 Владеет навыками работы с компьютером и компьютерными сетями с целью получения, хранения и обработки научной (технической, технологической) информации
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

новые научные результаты	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
	ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива
	ПК-2.3 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории игр;
- современные проблемы соответствующих разделов теории игр;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла теории игр;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории игр.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в топологии в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком топологии и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Игра в нормальной форме. Классическая дилемма заключённых.	6	6		15
2	Понятие смешанной стратегии. Смешанное равновесие Нэша.	6	6		15

3	Алгоритмы поиска смешанного равновесия Нэша.	6	6		15
4	Динамическая теория игр. Формализация, алгоритм Цермело.	6	6		15
5	Повторяющиеся игры. Дилемма заключенного. Народная теорема.	6	6		15
Итого часов		30	30		75
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

##### 1. Игра в нормальной форме. Классическая дилемма заключённых.

Статические игры. Доминирующие и доминируемые стратегии. Решение игр по доминированию. Игра «Угадай половину среднего».

Концепция равновесия по Нэшу. Проблема существования. Игры «Встреча» и «Пенальти». Игра «Угадай минимальное число, не названное другими».

##### 2. Понятие смешанной стратегии. Смешанное равновесие Нэша.

Кооперативная теория игр. Игры с побочными платежами. Игра «Джаз-оркестр». Концепция ядра. Супермодулярные игры. Непустота ядра супермодулярной игры.

##### 3. Алгоритмы поиска смешанного равновесия Нэша.

Вектор Шепли. Теорема Бондаревой о непустоте ядра. Теорема Шепли (о единственности вектора Шепли). Игра «Аэропорт».

##### 4. Динамическая теория игр. Формализация, алгоритм Цермело.

Концепция общего знания.

##### 5. Повторяющиеся игры. Дилемма заключенного. Народная теорема.

Равновесие дискретного отклика.

#### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

#### 6.Перечень рекомендуемой литературы

##### Основная литература

1. Лекции по теории игр и экономическому моделированию [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / И. С. Меншиков .— 2-е изд., испр. и доп. — М. : Контакт Плюс, 2010 .— 336 с.
2. Теория игр [Текст] : учеб. пособие для вузов : рек. М-вом общ. и проф. образования РФ / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е. А. Семина .— М. : Высшая школа, 1998 .— 304 с.

##### Дополнительная литература

**7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика, компьютерные науки и инженерия Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** Д.Г. Ильинский, ассистент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-4.2 Знает основные источники научно-технической и (или) технологической информации в области профессиональной деятельности
	ОПК-4.3 Умеет составлять аннотации, рефераты, библиографические перечни и обзоры информации в области своей профессиональной деятельности
	ОПК-4.4 Владеет навыками работы с компьютером и компьютерными сетями с целью получения, хранения и обработки научной (технической, технологической) информации
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
	ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива
	ПК-2.3 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Концепции теории игр» обучающийся должен:

**знать:**

- фундаментальные понятия, законы, теории игр;
- современные проблемы соответствующих разделов теории игр;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла теории игр;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории игр.

#### **уметь:**

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в топологии в устной и письменной форме.

#### **владеть:**

- навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком топологии и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

### **3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

Оценка за курс складывается из двух компонентов: решения домашних заданий и письменной контрольной (в случае перехода на онлайн-обучение она может быть заменена на тест). В домашних заданиях даётся в среднем по одной задаче на тему каждой лекции. На контрольной даются задачи по всем разделам курсов. Могут даваться тестовые вопросы с ответом вида «да или нет».

Примеры задач из домашнего задания

1. Дана матрица статической игры. Последовательно исключите доминируемые стратегии, а затем решите оставшуюся игру  $2 \times N$ .
2. Найдите все равновесия в игре вида «Камень-ножницы-бумага» с данным числом фигур и данными правилами, какие фигуры бьют какие другие.
3. 50 пиратов делят сокровища следующим способом. Сначала капитан предлагает способ разделить. Если хотя бы половина всех пиратов (включая капитана) поддерживают делёж, то он и происходит. Иначе капитана выбрасывают за борт, а делёж предлагает следующий по старшинству, и т. д. Формализуйте этот процесс как динамическую игру и найдите в ней совершенное равновесие Нэша.
4. Найдите ядро и вектор Шепли в некоторой коалиционной игре.
5. Найдите все устойчивые паросочетания для некоторого набора предпочтений.

Примеры задач из контрольной

1. Укажите, верны или неверны следующие утверждения. За верный ответ даётся +3 балла, за неверный -3 балла, за отсутствие ответа 0 баллов.
  - a. Две слабо доминируемые стратегии всегда приводят к одному результату, независимо от выбора других игроков.
  - b. В динамической игре с полной информацией любые два совершенных равновесия ведут к одинаковым выигрышам
  - c. В задаче о дележе пирога любой делёж, свободный от зависти, также является пропорциональным.
2. Двое игроков по очереди берут камни из кучки в  $N$  камней. Можно брать 3 или 5 камней, но не 1, 2 или 4.
  - a. Посчитайте, кто выиграет при правильной игре для всех  $N$  от 1 до 20.
  - b. Угадайте закономерность и докажите её.



3. В некоторой стране закон принимается, если либо больше половины членов парламента за него проголосовали, а президент одобрил, либо больше  $\frac{2}{3}$  парламента за него проголосовали. Парламент состоит из нескольких фракций известного размера, которые голосуют одинаково. Сформулируйте эту ситуацию как коалиционную игру и найдите ядро и вектор Шепли.

#### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

1. Игра в нормальной форме. Классическая дилемма заключённых. Статические игры. Доминирующие и доминируемые стратегии. Решение игр по доминированию. Игра «Угадай половину среднего». Концепция равновесия по Нэшу. Проблема существования. Игры «Встреча» и «Пенальти». Игра «Угадай минимальное число, не названное другими».
2. Понятие смешанной стратегии. Смешанное равновесие Нэша. Игра в прятки. Игра «Тюремный покер». Игра «Камень-ножницы-бумага». Равновесие в игре «пионеры и вожатый».
3. Алгоритмы поиска смешанного равновесия Нэша. Метод «стакана» для игр  $2 \times N$ . Метод размеченных полиэдров и метод Лемке–Хоусона для игр двух лиц.
4. Динамическая теория игр. Формализация, алгоритм Цермело. Понятие решения. Бинарные игры.
5. Равновесие Нэша, совершенное на подыграх, и его соотношение с обычным равновесием. Игры «Ультиматум» и «Сороконожка». Случайность. Моделирование неполной информации. Игра «Русская рулетка». Задача о делении доллара Рубинштейна.
6. Повторяющиеся игры. Дилемма заключенного. Народная теорема. Конечно и бесконечно повторенная дилемма заключенных.
7. Кооперативная теория игр. Игры с побочными платежами. Игра «Джаз-оркестр». Концепция ядра. Супермодулярные игры. Непустота ядра супермодулярной игры.
8. Вектор Шепли. Теорема Бондаревой о непустоте ядра. Теорема Шепли (о единственности вектора Шепли). Игра «Аэропорт».
9. Концепция общего знания.
10. Равновесие дискретного отклика.

#### **Критерии оценивания**

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.