

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»
(МФТИ, Физтех)

УТВЕРЖДАЮ

Ректор МФТИ

д-р физ.-мат. наук, профессор

Д. В. Ливанов



«25» февраля 2025 г.

**Дополнительная профессиональная
программа повышения квалификации
«Математика: обучение предмету на углубленном уровне»**

УГСН 44.00.00 Образование и педагогические науки
Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
ОКВЭД 85.42 Образование профессиональное дополнительное

Москва, 2025

1. Общая характеристика программы

1.1. Цель реализации программы

Целью реализации дополнительной профессиональной программы повышения квалификации «Математика: обучение предмету на углубленном уровне» является совершенствование профессиональных компетенций педагогов общеобразовательных организаций в области математики.

В результате прохождения программы повышения квалификации слушатели приобретают дополнительные профессиональные компетенции, т.е. способности применять знания, умения и личные качества в соответствии с задачами профессиональной деятельности, которые углубляют имеющиеся профессиональные компетенции.

Лицам, успешно освоившим программу и прошедшим итоговую аттестацию, выдается удостоверение о повышении квалификации установленного образца.

1.2. Совершенствуемые и/или приобретаемые компетенции

Компетенции, формируемые и совершенствуемые в результате обучения, представлены в таблице 1.

Таблица 1

№	Компетенции в соответствии с направлением подготовки 44.03.01 Педагогическое образование	Код компетенции
1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1
2	Способен организовывать совместную и индивидуальную учебную и воспитательную деятельность обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями, в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов	ОПК-3
3	Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	ОПК-5
4	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8

1.3. Планируемые результаты обучения

Планируемые результаты обучения представлены в таблице 2.

Таблица 2

№	Уметь - знать	Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
		Квалификация: бакалавр
		Код компетенции
1	Знать: - методы поиска, критического анализа и синтеза информации образовательных ресурсов в области математики Уметь:	УК-1

	- осуществлять поиск, анализировать методическую литературу и отбирать информацию для проведения педагогической деятельности в области математики	
2	Знать: - методы педагогической диагностики для выявления индивидуальных способностей, интересов, проблем обучающихся; Уметь: - находить подходящие методики для проведения занятий как индивидуально, так и в группе	ОПК-3
3	Знать: - методы и приемы оценки трудностей в обучении, подходы к их разрешению; Уметь: - использовать дидактические и диагностические средства для определения результатов образовательной деятельности обучающихся.	ОПК-5
4	Знать: - основы арифметических операций и свойства чисел. - методы вычислений с рациональными и иррациональными числами. - основные тригонометрические функции, их графики и свойства. - свойства логарифмов и методы решения логарифмических уравнений. - виды неравенств и методы их решения. - определение и свойства уравнений, неравенств и систем с параметрами. - основы статистического анализа данных, включая средние значения, дисперсию и стандартное отклонение - понятия о прямых и плоскостях в пространстве, их взаимное расположение. - классификацию многогранников и их свойства. - формулы для вычисления объемов и площадей поверхностей многогранников - понятие случайной величины и виды распределений. - правила сложения и умножения вероятностей для независимых событий. - определение ковариации и корреляции, методы их вычисления. Уметь: - применять алгебраические методы для решения практических задач (проценты, пропорции).	ОПК-8

	<ul style="list-style-type: none"> - использовать тригонометрические функции для решения задач в геометрии и физике. - решать логарифмические уравнения и применять их в различных контекстах. - анализировать неравенства и строить графики решений на числовой прямой. -решать уравнения, неравенства и системы с параметрами. - определять свойства многогранников и вычислять их объемы и площади. - применять знания о прямых и плоскостях для решения геометрических задач. - вычислять ковариацию и корреляцию, интерпретировать результаты в контексте статистических данных. 	
--	--	--

1.4. Категории обучающихся

Программа повышения квалификации предназначена для специалистов в области педагогики, имеющих высшее или среднее профессиональное образование, а также лиц, получающих высшее или среднее профессиональное образование.

1.5. Форма обучения

Очно-заочная с применением дистанционных образовательных технологий.

Программа может быть реализована в сетевой форме.

1.6. Объем программы

36 академических часов.

1.7. Режим обучения

42 дня / 6 недель.

2. Содержание программы

2.1. Учебный (тематический) план

Учебный (тематический) план программы представлен в таблице 3.

Таблица 3

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Всего, час.	Лекции	Практич. работа	Самост. работа	Форма контроля
1	Модуль 1: Алгебра	20	10	10	0	
1.1	Тема 1. Числа и вычисления	4	2	2	0	
1.2	Тема 2. Тригонометрия	4	2	2	0	
1.3	Тема 3. Логарифмические уравнения	4	2	2	0	
1.4	Тема 4. Неравенства	4	2	2	0	
1.5	Тема 5. Уравнения, неравенства и системы с параметрами	4	2	2	0	
2	Модуль 2: Геометрия	8	4	4	0	
2.1	Тема 1. Прямые и плоскости в пространстве	4	2	2	0	

2.2	Тема 2. Многогранники	4	2	2	0	
3	Модуль 3: Вероятность и статистика	6	3	3	0	
3.1	Тема 1. Функция плотности вероятности	2	1	1	0	
3.2	Тема 2. Одиночные независимые события	2	1	1	0	
3.3	Тема 3. Ковариация. Корреляция	2	1	1	0	
4	Итоговая аттестация	2	0	2	0	Итоговое тестирование
5	Итого:	36	17	19	0	

2.2. Календарный учебный график

Календарный учебный план составляется при сформированной группе с учетом уровня их подготовки.

Календарный учебный график отражает периоды теоретических занятий, практик, процедур промежуточной и итоговой аттестаций и т.д.

КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

Учебные недели	1	2	3	4	5	6
Учебные занятия (Т)	Т	Т	Т	Т	Т	Т
Практические занятия (П)	П	П	П	П	П	П
Итоговая аттестация (А)						А

2.3. Рабочая программа

Содержание учебной программы приведено в таблице 4.

Таблица 4

№ п/п	Наименование модуля, разделов и тем	Содержание обучения, наименование и тематика практических занятий (семинаров), самостоятельной работы	Объем, ак. час.
1	Модуль 1: Алгебра		20
1.1	Тема 1. Числа и вычисления	Лекция Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение признаков делимости целых чисел, НОД и НОК, остатков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах. Практика Решение задач по теме лекции	4
1.2	Тема 2. Тригонометрия	Лекция Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений. Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности.	3

		Практика Решение задач по теме лекции	
1.3	Тема 3. Логарифмические уравнения	Лекция Использование графика функции для решения уравнений. Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений. Равносильные переходы в решении логарифмических уравнений. Практика Решение задач по теме лекции	4
1.4	Тема 4. Неравенства	Лекция Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств. Основные методы решения иррациональных неравенств. Графические методы решения иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств. Целые и дробно-рациональные неравенства. Решение тригонометрических неравенств. Практика Решение задач по теме лекции	4
1.5	Тема 5. Уравнения, неравенства и системы с параметрами	Лекция Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения, неравенства и системы с параметрами. Построение и исследование математических моделей реальных ситуаций с помощью уравнений, систем уравнений и неравенств с параметрами. Практика Решение задач по теме лекции	4
2	Модуль 2: Геометрия		8
2.1	Тема 1. Прямые и плоскости в пространстве	Лекция Геометрические задачи на вычисление и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве. Фигуры на плоскости. Прямые и плоскости в пространстве. Практика Решение задач по теме лекции	4
2.2	Тема 2. Многогранники	Лекция Виды многогранников: Определение и классификация многогранников. Боковая и полная поверхность. Теорема Пифагора в пространстве: Применение теоремы для трехмерных фигур. Вычисление элементов многогранников: Рёбра, диагонали, углы; площади боковых и полных поверхностей. Практика Решение задач по теме лекции	4
3	Модуль 3: Вероятность и статистика		6

3.1	Тема 1. Функция плотности вероятности	Лекция Функция плотности вероятности. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям. Функция плотности вероятности показательного распределения. Функция плотности вероятности нормального распределения. Практика Решение задач по теме лекции	2
3.2	Тема 2. Одиночные независимые события	Лекция Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона. Практика Решение задач по теме лекции	2
3.3	Тема 3. Ковариация. Корреляция	Лекция Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия. Практика Решение задач по теме лекции	2
4	Итоговая аттестация		2

3. Формы аттестации и оценочные материалы

3.1. Формы аттестации

Оценка качества освоения программы включает итоговую аттестацию обучающихся.

Итоговая аттестация обучающихся проходит в форме зачета в формате тестирования.

Итоговая аттестация по программе является обязательной и проводится в сроки, предусмотренные учебным планом и графиком учебного процесса.

Результаты зачета определяются отметками «зачтено» и «не зачтено».

Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы курса и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы курса, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

Максимальная сумма, которую можно набрать, успешно выполнив все контрольные мероприятия, составляет 100 баллов. Для получения положительной оценки «зачтено» необходимо набрать не менее 60% за итоговую аттестацию.

3.2. Оценочные материалы

Таблица 5

Наименование модуля, разделов и тем	Основные показатели оценки	Формы и методы контроля и оценки
Модуль 1: Алгебра	-	-
Модуль 2: Геометрия	-	-

Модуль 3: Вероятность и статистика	-	-
Итоговая аттестация	УК-1, ОПК-3, ОПК-5, ОПК-8	Итоговое тестирование

Примеры заданий

Тест - инструмент оценивания обученности учащихся, состоящий из системы тестовых заданий, стандартизированной процедуры проведения, обработки и анализа результатов.

Примеры тестовых заданий

1.

Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 4x - 3}{x^2 - 4x + 3} + \frac{x^2 - 4x + 24}{x^2 - 4x} \geq 0.$$

2. На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 5, или на цифру 9. Сумма написанных чисел равна 3008. а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 5 и на 9? б) Могут ли ровно три числа на доске оканчиваться на 5? в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 5, может быть на доске?

3.

Решите неравенство

$$\frac{4^x + 2^{x+1} - 36}{2^x - 5} + \frac{4^{x+1} - 2^{x+5} + 4}{2^x - 8} \leq 5 \cdot 2^x + 7.$$

4. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$. На рёбрах $A_1 B_1$, $B_1 C_1$ и BC отмечены точки M , K и N соответственно, причём $B_1 K : KC_1 = 1 : 2$. Четырёхугольник $AMKN$ — равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 3. а) Докажите, что точка N — середина ребра BC . б) Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объём призмы равен 12, а высота призмы равна 2.

5. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы: — каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число); — с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга; — в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года; — в июле 2030 года долг должен составить 200 тыс. рублей; — в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года; — к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью. Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите r .

4. Организационно-педагогические условия реализации программы

4.1 Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы

4.1.1. Список литературы:

Основная литература:

1. А. Д. Кутасов, Т. С. Пиголкина, В. И. Чехлов, Т. Х. Яковлева. Пособие по математике для поступающих в вузы. под ред. проф. Г. Н. Яковлева. М.: Наука, 1981, 1985, 1988. Оникс 21 век, 2001 г
2. М.И.Шабунин. Математика: пособие для поступающих в вузы. М.: Лаборатория знаний, 2016 г.
3. Шабунин М.И. Методическое пособие по математике для старшеклассников и абитуриентов. — М.: Физматкнига, 2013.
4. Ткачук В.В. Математика абитуриенту. — М.: МЦНМО, 2012 г.
5. В.В.Прасолов. Задачи по планиметрии. — М.: МЦНМО, 2007.
6. В.В.Прасолов. Задачи по стереометрии. — М.: МЦНМО, 2010.
7. А.Ю.Калинин, Д.А.Терешин. Стереометрия-10. — М.: Физматкнига, 2007.
8. А.Ю.Калинин, Д.А.Терешин. Стереометрия-11. — М.: Физматкнига, 2005.
9. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Правильные, полуправильные и звездчатые многогранники. М.: МЦНМО, 2010.
10. М.К.Потапов, С.Н.Олехник, Ю.В.Нестеренко. Конкурсные задачи по математике. — М.: Физматлит, 2003.
11. Толпыго А.К. Тысяча задач Международного математического Турнира городов. — М.: МЦНМО, 2009.
12. Федоров Р.М., Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К., Яценко И. В. Московские математические олимпиады 1993-2005. М.: МЦНМО, 2008.
13. Агаханов Н.Х. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993–2009. Заключительные этапы. Задачи и решения. — М.: МЦНМО, 2010.
14. Алфутова Н.Б., Устинов А.В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. М.: МЦНМО, 2009.

4.2. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Таблица 6

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
Учебная аудитория, Платформа Pruffme	Лекция	Для преподавателя: компьютер, графический планшет, наличие доступа в интернет, Меловая/маркерная доска, проектор, компьютер для преподавателя, проекционный экран, флипчат
Учебная аудитория, Платформа Pruffme	Практическая работа	Для преподавателя: компьютер, графический планшет, наличие доступа в интернет, Меловая/маркерная доска,

		проектор, компьютер для преподавателя, проекционный экран, флипчат
Платформа Pruffine	Итоговая аттестация	Слушателю необходимо наличие доступа в сеть интернет, компьютер.

5. Организация образовательного процесса

В таблице 7 описаны образовательные технологии.

Таблица 7

№ п/п	Вид занятия	Форма проведения занятий	Цель
1	Лекция	Ознакомление с теоретическими основами, изложение материала	Освоение, актуализация и систематизация теоретических знаний по дисциплине
2	Практическая работа	Выполнение практических задание на освоение и закрепление теоретического материала	Закрепление теоретического материала в практической деятельности
3	Итоговая аттестация	Выполнение заданий тестирования	Контроль освоения программы.

5. Составители программы

Богданов Андрей Дмитриевич, заведующий лабораторией нейротехнологии и человеко-машинного взаимодействия

Согласовано,
Эксперт ОСОП


Ж. И. Зубцова

Согласовано
Заведующий лабораторией
нейротехнологии и человеко-машинного
взаимодействия


А. Д. Богданов