

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Московский физико-технический институт
(государственный университет)

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
Д. А. Зубцов
___ декабря 2013 г.

ПРОГРАММА

по курсу: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

по направлению: прикладная математика и физика,
прикладная математика и информатика

факультет: ФНБИК

кафедра: физики и физического материаловедения

курс: 4

семестр: 8

лекции: 34 часа

практические (семинарские) занятия: 34 часа

лабораторные занятия: нет

самостоятельная работа: 2 часа в неделю

экзамен: 8 семестр

зачет: нет

ВСЕГО ЧАСОВ: 68

Программу и задание составил:

к.ф.-м.н., доц. Криворученко Михаил Иванович

Программа утверждена на заседании кафедры физики и
физического материаловедения ___ декабря 2013 г.

Заведующий кафедрой

А. Л. Барабанов

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

1. Взаимодействующие поля

1.1 Теория рассеяния

Постановка задачи. $|in\rangle$ и $|out\rangle$ состояния, их полнота, физический смысл. $|in\rangle$ и $|out\rangle$ состояния в нерелятивистской квантовой механике. Измерение сечений рассеяния, связь с экспериментом. S -матрица в терминах $|in\rangle$ и $|out\rangle$ состояний, унитарность S -матрицы.

Литература: [3] §§ 20-22; [4] §§ 102-107; [5] §§ 5.1.1, 5.1.2; [6] §§ 13, 38-40.

1.2 Связь S -матрицы с функциями Грина

Редукционная формула для скалярного поля. Редукционная формула для свободного поля Дирака. Редукционная формула для электромагнитного поля. Графическое представление n -точечных функций Грина и S -матричных элементов.

Литература: [4] §§ 108-112; [5] § 5.1.3.

1.3 Теория возмущений

Представление n -точечных функций Грина взаимодействующего скалярного поля $\phi(x)$ в терминах $\phi_{in}(x)$ и возмущающего

гамильтониана $H_I(\phi_m)$. Разложение T -произведения операторов в сумму нормально упорядоченных произведений операторов. Разложение вакуумного среднего T -произведения операторов в сумму произведений свободных пропагаторов. Теорема Вика.

Правила Фейнмана в теории $\lambda\phi^4$ в координатном и импульсном пространстве. Сохранение энергии-импульса. Графическое представление. Кроссинг-симметрия. Связь числа петель с числом вершин и числом пропагаторов функций Грина в фиксированном порядке теории возмущений.

Сечение рассеяния $2 \rightarrow 2$ в теории $\lambda\phi^4$. Ширина распада $1 \rightarrow 2$ в теории $\lambda\phi\phi^2$.

Факториальный рост числа диаграмм в высоких порядках теории возмущений. Асимптотический характер теории возмущений. Суммирование асимптотических рядов по Борелю.

Литература: [2] § 72-74; [3] § 104; [4] §§ 114-119; [5] §§ 9.4.1, 9.4.2.

1.4 Производящие функционалы функций Грина

Теорема о факторизации и сокращении вклада вакуумных петель в функции Грина. Производящий функционал функций Грина. Его связь с производящим функционалом связанных функций Грина.

Собственно-энергетическая часть пропагатора как сумма всех сильносвязанных диаграмм двухточечной функции Грина. Уравнение Дайсона.

Построение производящего функционала сильносвязанных функций Грина исходя из производящего функционала связанных функций Грина. Эффективный лагранжиан.

Литература: [4] § 119, 137, 138; [5] §§ 6.2.1, 6.2.2, 9.2.2.

1.5 Квантовая электродинамика

Правила Фейнмана в квантовой электродинамике. Координатное и импульсное представление. Поперечность амплитуд как следствие калибровочной инвариантности. Лоренц инвариантность. Сохранение электромагнитного тока. Зарядовая четность фотона и теорема Фарри.

Древесное приближение. Элементарные процессы. Рассеяние электрона в кулоновском поле ядра. Нерелятивистский предел, формула Резерфорда. Ультрарелятивистский предел, обращение в нуль сечения рассеяния назад как следствие сохранения спиральности. Комптоновское рассеяние. Низкоэнергетический предел, томсоновское сечение.

Литература: [1] §§ 19, 25; [2] §§ 72-80, 86; [3] § 24, 30; [4] §§ 116-118, 122; [5] §§ 5.2.1, 6.1.1, 6.1.2.

2. Кварковая структура адронов

2.1 Типы частиц и их взаимодействия

Типы частиц: лептоны, кварки, калибровочные бозоны, скаляр Хиггса. Типы взаимодействий: электрослабое, сильное, гравитационное.

Лептоны: электрон (e), мюон (μ), τ -лептон и три типа нейтрино (ν_e, ν_μ, ν_τ). Три семейства лептонов.

Кварки: u, d, c, s, t, b . Три семейства кварков.

Калибровочные бозоны: фотон γ , W^+ , W^- и Z^0 - бозоны, 8 глюонов, гравитон. Конфайнмент кварков и глюонов.

Скаляр Хиггса.

Примеры античастиц: позитрон, антипротон, и др. Примеры зарядов: электрический, лептонный, барионный, странность и др.

Знак заряда частиц и античастиц. Истинно нейтральные частицы: фотон, Z^0 -бозон, глюоны, гравитон. Целый и полуцелый спин. Фермионы и ферми-статистика. Бозоны и бозе-статистика.

Сильные взаимодействия кварков и глюонов. Адроны как составные состояния кварков и глюонов. Барионы и мезоны. Частицы и резонансы. Сильные взаимодействия адронов.

Объединенное электромагнитное и слабое (электрослабое) взаимодействие. Дальнедействующий потенциал фотона, короткодействующие потенциалы W^+ , W^- и Z^0 - бозонов.

Гравитационное взаимодействие.

Система единиц $\hbar = c = 1$.

Литература: [8].

2.2 Основные состояния адронов

Тяжелые и легкие кварки. Сохранение сорта кварков в сильных взаимодействиях. u , d , s – сохраняющиеся заряды и их линейные комбинации - барионный заряд, изотопический спин, гиперзаряд Y . Сохранение I_3 и Y в электромагнитных взаимодействиях, их несохранение в слабых взаимодействиях. Цвет кварков и глюонов. Массы легких кварков, приближенные $SU(2)$ и $SU(3)$ симметрии.

Теорема Нетер и сохраняющиеся токи, отвечающие внутренним симметриям $SU(2)$ и $SU(3)$. Классификация адронов как неприводимых представления групп $SU(2)$ и $SU(3)$.

Классификация мезонных нонетов со спином $S = 0, 1$ по I, I_3 и Y .

Классификация барионного октета и декуплета со спином $S = 1/2, 3/2$ по I, I_3 и Y .

Каналы распадов, времена жизни мезонов и барионов.

Литература: [7,9].

2.3 Дискретные симметрии

Пространственная инверсия. Сохранение P четности в сильных и электромагнитных взаимодействиях. Несохранение P четности в слабых взаимодействиях. P четность связанного состояния частицы и античастицы.

Зарядовое сопряжение. C четность связанного состояния частицы и античастицы.

G четность мезонов. Сохранение G четности в сильных взаимодействиях.

Примеры разрешенных и запрещенных распадов адронов.

Литература: [3,4,7-11].

2.4 Изотопическая симметрия. $SU(3)$ симметрия

Свойства группы изоспина $SU(2)$. Спиноры и коспиноры, инвариантные тензоры, неприводимые представления.

Дикварки и мезоны. Кварковые волновые функции пионного триплета. Изоспиновые состояния в системе трех пионов. Изодублет нуклонов. Изотопически инвариантная амплитуда пион-нуклонного рассеяния. Соотношения между сечениями пион-нуклонного рассеяния в области Δ -изобары.

Свойства группы $SU(3)$. Фундаментальное представление, неприводимые представления, их размерность, операторы Казимира.

Кварковые волновые функции октета мезонов. $SU(3)$ -синглет. Кварковые волновые функции барионного октета и декуплета. Принцип Паули.

Литература: [7,9].

2.5 Массовые формулы и смешивание

Нарушение $SU(3)$ симметрии в массах адронов. Трансформационные свойства массового члена в лагранжиане относительно группы $SU(3)$. Формула Гелл-Мана – Окубо для барионного октета. Массовая формула для декуплета. Массовая формула для псевдоскалярного и векторного мезонных октетов с учетом смешивания с $SU(3)$ синглетами. Определение углов смешивания.

Массы псевдоскалярного и векторного мезонного октета в пределе точной $SU(3)$ симметрии. Глюонная компонента η' мезона.

Определение угла смешивания псевдоскалярных мезонов из ширины распада на два фотона. Определение угла смешивания векторных мезонов из ширины распада на электрон-позитронные пары.

Литература: [7,9].

2.6 Магнитные моменты барионов

$SU(3)$ симметрия сильного взаимодействия предсказывает соотношения для магнитных моментов барионов. Электромагнитный ток кварков, его трансформационные свойства относительно группы $SU(3)$. Сравнение предсказаний $SU(3)$ симметрии с экспериментом.

Нарушенная $SU(3)$ симметрия. Магнитные моменты барионов в аддитивной кварковой модели. Вклад обменных токов, отклонения от аддитивности.

Литература: [7,9].

2.7 Киральная симметрия

Массы кварков малы в сравнении с характерным масштабом сильных взаимодействий 1 ГэВ. Приближение безмассовых

кварков. Спиральность, левые и правые кварки. Сохранение спиральности безмассовых фермионов в векторных полях.

Инвариантность лагранжиана сильных взаимодействий относительно вращений левых и правых кварков. Группа киральной симметрии $SU(3)_L \times SU(3)_R$. Сохраняющиеся левые и правые токи. Сохраняющиеся векторный и аксиальный токи.

Матричные элементы нуклонов для векторного и аксиального зарядов. Безмассовые псевдоскалярные мезоны как голдстоуновские частицы. Вырождение по массе барионного октета как следствие существования сохраняющегося векторного заряда. Вырождение по массе в системе барионный октет плюс безмассовый псевдоскалярный мезон как следствие существования сохраняющегося аксиального заряда.

Частичное сохранение аксиальных токов. Матричные элементы псевдоскалярных мезонов для аксиального заряда. Токовые массы кварков.

Линейная и нелинейная сигма-модели: полевые модели, обладающие киральной симметрией.

Литература: [5,10,11].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Р. Фейнман*, Квантовая электродинамика. – М.: Мир, 1964.
2. *Б. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский*, Квантовая электродинамика. – М.: Наука, 1980.
3. *Дж. Бьеркен, С. Д. Дрелл*, Релятивистская квантовая теория. Т. 1, Релятивистская квантовая механика. – М.: Наука, 1978.
4. *Дж. Бьеркен, С. Д. Дрелл*, Релятивистская квантовая теория. Т. 2, Релятивистские квантовые поля. – М.: Наука, 1978.

5. *К. Ициксон, Ж. Б. Зюбер*, Квантовая теория поля (Т. 1 и Т. 2) – М.: Мир, 1984.
6. *А. И. Базь, Я. Б. Зельдович, А. М. Переломов*, Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. – М.: Наука, 1966.
7. *Ю. Б. Румер и А. И. Фет*, Теория унитарной симметрии. - М: Наука, 1974.
8. *Л. Б. Окунь*, Лептоны и кварки. - М.: Наука, 1990.
9. *Ф. Клоуз*, Кварки и партоны. Введение в теорию. - М.: Мир, 1982.
10. *С. Вайнберг*, Квантовая теория поля. Т. 1. Общая теория. - М: Физматлит, 2003.
11. *С. Вайнберг*, Квантовая теория поля. Т. 2. Современные приложения. - М: Физматлит, 2003.

ЗАДАНИЕ

Взаимодействующие поля

1. Найти длину волны для перехода между триплетным и синглетным уровнями основного состояния атома водорода (Ответ: 21 см.).
2. Найти релятивистское сечение рассеяния электрона на мюоне. Рассмотреть предел бесконечной массы мюона и сравнить сечение с сечением рассеяния электрона в кулоновском поле ядра (см. [3] § 27).
3. Вывести формулу Бете-Гайтлера для сечения образования электрон-позитронной пары фотоном в кулоновском поле ядра. Убедиться, что кросс-симметрия связывает амплитуду рождения пар с амплитудой тормозного излучения фотонов (см. [2] § 94).

Кварковая структура адронов

- 1 ферми (фм) = 10^{-13} см. Убедиться в том, что $\hbar c = 197$ МэВ фм. Радиус ядра находится по формуле $R = 1.2 A^{1/3}$ фм, где A - число протонов и нейтронов. Чему равен радиус ядра свинца в фм, в МэВ? Упорядочить в порядке возрастания: боровский радиус в атоме свинца, радиус протона, комптоновская длина волны электрона, классический радиус электрона. Чему равна гравитационная константа связи в единицах $\hbar = c = 1$? Масса солнца? 1 Кельвин в эВ?
- Почему не наблюдается распад $\Xi \rightarrow \Sigma\pi$?
- Какие законы сохранения нарушают распады $\eta \rightarrow \pi\pi$, $\eta \rightarrow \pi\pi\pi$, $\eta \rightarrow \pi^0\gamma$, $\eta \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$, $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0$, $\rho \rightarrow \pi\pi\pi$, $\omega \rightarrow \pi\pi$, $\omega \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$?
- Перечислить разрешенные и запрещенные квантовые числа J^{PC} для системы кварк-антикварк.
- Перечислить разрешенные и запрещенные квантовые числа J^P для системы двух нуклонов.
- Найти отношение ширин $\eta \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ и $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ распадов предполагая, что полный изоспин трех пионов равен единице и что координатная волновая функция пионов симметрична.
- Как распределить барионы с одним s -кварком (sqq) по $SU(3)$ -мультиплетам. Какой спин у мультиплетов?
- Найти массовую формулу для октета барионов с учетом нарушения как $SU(3)$, так и $SU(2)$ симметрий.
- Найти связь между сечениями реакций $p + d \rightarrow \pi^0 + He$ и $p + d \rightarrow \pi^- + H_3$.

13. Найти угловое распределение пионов в реакции
 $\pi^+ + \pi^- \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ при энергии вблизи массы ρ -мезона.
14. Найти угловое распределение пионов в реакции
 $\pi + N \rightarrow \pi + N$ при энергии вблизи массы Δ -изобары.
15. Найти соотношение между ширинами распада
 $\Delta^+ \rightarrow p + \gamma$ и $\Delta^0 \rightarrow n + \gamma$.
16. Найти соотношение между ширинами распада $\rho \rightarrow \pi + \gamma$
и $\omega \rightarrow \pi^0 + \gamma$.
17. Дать классификацию по G четности состояний $\bar{N}N$.

Срок сдачи первого задания 27 марта 2014 г.

Срок сдачи второго задания 24 апреля 2014 г.