Уважаемый старшеклассник!

Вашему вниманию предлагается Заочная физико-математическая олимпиада, которая проводится ***Ф****акультетом* ***М****олекулярной и* ***Б****иологической* ***Ф****изики* ***МФТИ****. Задачи, приведенные ниже, представляют собой удивительный сплав необычности повседневных жизненных ситуаций и необходимости творческого подхода к ним. Если Вы решаете такие задачи, Вы приобщаетесь к тому прекрасному и благородному, что движет физтехами уже многие годы. Если Вы можете решить такие задачи, Ваше место среди нас.*

Еще одной целью олимпиады является предоставление возможности попробовать свои силы в самостоятельном осмысленном использовании дополнительных источников знаний. Такие навыки необходимы настоящему исследователю, независимо от того, в какой области он применяет свой интеллект.

Всем участникам олимпиады будут высланы подробные решения задач, информация о факультете, диплом Участника олимпиады.

Если Вы не смогли решить какую-либо задачу, не огорчайтесь – ведь правильное решение даже части столь нетривиальных задач дает повод гордиться своими знаниями, а так же шанс получить почетный диплом Победителя олимпиады, что будет учитываться при поступлении на наш факультет.

Решения задач просьба присылать в тонкой тетради простой бандеролью по адресу (последнюю строку напишите на конверте буквами побольше):

141700, Московская обл., г. Долгопрудный,
Институтский пер., 9, МФТИ,
Деканат ФМБФ, Олимпиада ФМБФ-2011

Последний срок отправки решения – 15 февраля 2011 года. На титульном листе и на отдельном листочке печатными буквами укажите свою фамилию, имя, отчество, почтовый адрес, место учебы, класс, номер в ФЗФТШ (если там учитесь), нарисуйте табличку для баллов за задачи. Так же просим прислать большой конверт формата А4 с обратным адресом и вложенными в конверт марками.

Решения задач можно присылать в формате doc в архивах rar или zip на адрес bioeditor@mail.ru (*тема письма – «Олимпиада ФМБФ-2011», объем не более 1 Мб, в письме и на первом листе документа – полная информация об участнике).*

Вопросы по условиям задач можно задать на сайте ФМБФ: **http://bio.fizteh.ru**

Желаем успеха!

Оргкомитет олимпиады

Задачи предлагали: *Ивановский Глеб, Исаев Михаил, Карпович Анастасия, Лугинин Михаил, Мурашкин Михаил, Никитин Иван, Протопопов Алексей, Пушняков Филипп, Сандлер Андрей, Усманова Динара, Устинов Дмитрий.* Часть задач взята из сборников и олимпиадного фольклора Физтеха.

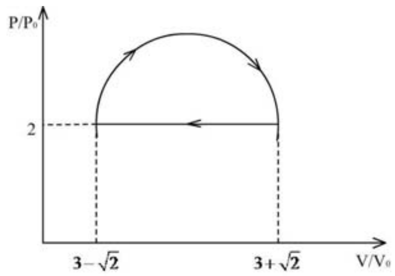
Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)
Факультет Молекулярной и Биологической Физики

13-я
ЗАОЧНАЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ФМБФ ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

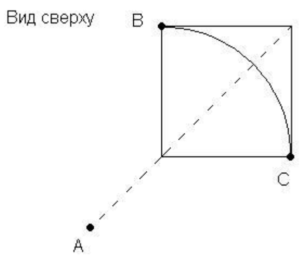
Москва – 2010

Физика

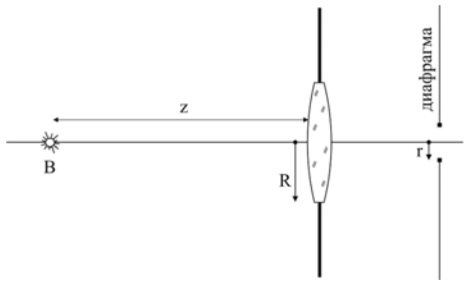
1. (*5 баллов*) Мальчик катается на большой карусели в форме «гриба». Место крепления веревки находится на высоте a от поверхности и на расстоянии b от оси вращения карусели, длина веревки L ($L < a$), при вращении карусели угол между веревкой и вертикалью составляет β. В некоторый момент у мальчика из кармана выпадает монета. На каком расстоянии от оси карусели следует искать монету?
2. (*6 баллов*) Над одним молем многоатомного идеального газа ($C_V = 3R$) совершается цикл, который в координатах (P, V) имеет вид половины окружности (см. рис.). Найти КПД цикла.



3. (*5 баллов*) Близорукий профессор МФТИ, сняв очки с выпукло-вогнутыми линзами и положив их на стол, рассматривает в них два изображения лампы, находящейся на высоком потолке большой аудитории. Размеры изображений лампы отличаются в 2,5 раза. Каково будет отношение размеров, если профессор повернет очки к себе внутренней стороной?
4. (*4 балла*) Внутри шара, однородно заполненного положительными зарядами, помещают электрон в точку, не совпадающую с центром. Докажите, что время подлета электрона к центру шара не зависит от исходного месторасположения. Считать, что электрон взаимодействует только с электрическим полем и движется внутри шара не испытывая сопротивления.
5. (*5 баллов*) Кот сидит рядом с квадратным аквариумом со стороной 1 м в точке A, находящейся на прямой, соединяющей два его противоположных угла. В аквариуме на уровне глаз кота из угла B в угол C проплыла маленькая рыбка со скоростью 10 см/с, описав при этом четверть окружности (см. рис.) Оценить, сколько времени кот наблюдал два изображения рыбки. Толщиной стенок аквариума и размером рыбки пренебречь. Коэффициент преломления воды $n = 4/3$.



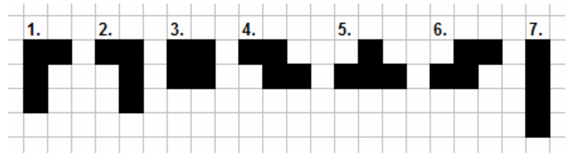
6. (*4 балла*) Лягушка производит прыжок на горизонтальной поверхности. Коэффициент трения лапок о поверхность равен μ. При прочих равных условиях, под каким углом к горизонту должна прыгнуть лягушка, чтобы длина прыжка была максимальной?
7. (*6 баллов*) В большой непрозрачный экран вставлена идеальная собирающая линза радиуса R и фокусным расстоянием f. Слева от линзы вдоль её оси z может перемещаться точечный источник B, равномерно излучающий во всех направлениях. Справа от линзы установлена диафрагма с отверстием радиуса r ($r < R$). На каком расстоянии от линзы надо установить диафрагму, чтобы световой поток, проходящий через такую систему, не зависел от координаты источника z в некотором интервале $f/2 < z \le z_{\max}$? Чему равно $z_{\max}$?



8. (*5 баллов*) Две одинаковые книги массой M = 200 г (считаем, вся масса – это страницы) вложили друг в друга, так что страницы одной книги лежат между станицами другой. Оценить, какую минимальную работу нужно совершить, чтобы растащить книги, лежащие на столе. В книгах по 100 страниц, ширина книг l = 20 см, коэффициент трения бумаги о бумагу μ = 0,3. Страницы разных книг перекрывают друг друга целиком.
9. (*4 балла*) Если на морозе надо обуть промерзшие ботинки для коньков так, чтобы потом не замерзли ноги, опытные спортсмены рекомендуют перед обуванием сделать внутрь ботинка один выдох теплого воздуха. Это действительно помогает, хотя теплоёмкость массивных ботинок очень велика. Объясните эффект.
10. (*6 баллов*) Незадачливый физтех заблудился в лесу. У него с собой не оказалось компаса, зато были различные фрукты и овощи, бутылка с водой, провода, гвоздь, нитки, пластинки из разных металлов, посуда. Придумайте, как ему определить стороны света, имея это оборудование. Опишите, соберите и сфотографируйте придуманное вами устройство.

Математика

1. (*5 баллов*) Решить в простых числах: $17x^2 - 35x + 1 = y^2$.
2. (*6 баллов*) Во множестве из $n \ge 5$ различных отрезков существует только одна тройка отрезков, из каких можно сложить, треугольник; и только одна пятерка отрезков, из каких нельзя сложить пятиугольник. Чему равно наибольшее значение n?
3. (*5 баллов*) Внутри квадрата со стороной 1 произвольно расположены три меньших квадрата. Известно, что любая прямая, пересекающая большой квадрат параллельно одной из его сторон, имеет не менее одной общей точки хотя бы с одним из трех меньших квадратов. Показать, что суммарная площадь этих квадратов не меньше 1/6.
4. (*5 баллов*) E – точка на боковой стороне AB трапеции $ABCD$. Отрезки DE и DB пересекают AC в точках F и G соответственно. Известно, что многоугольники AEF, $EBGF$ и BCG имеют одну и ту же площадь S. Найдите площади треугольников AFD, FGD и GCD.
5. (*5 баллов*) Известно, что положительные числа a, b, c удовлетворяют неравенству $a^2 + b^2 + c^2 \ge 2(ab + bc + ac)$. Пусть число x равно отношению наибольшего из чисел a, b, c к наименьшему числу. Найдите наименьшее возможное значение x.
6. (*4 балла*) Можно ли найти треугольник периметром 3 см и четырехугольник периметром 4 см такие, что четырехугольник будет внутри треугольника?
7. (*5 баллов*) Дан многочлен 2011-й степени $f(x)$ с целочисленными коэффициентами. Докажите, что существует не менее 2011 различных простых чисел таких, что для каждого из них существует целое число x_0 такое, что $f(x_0)$ делится на это простое число.
8. (*6 баллов*) Петя и Вася играют в игру на бесконечной клетчатой доске, делая ходы по очереди. Первым ходом Петя ставит на доску красную фигуру из игры «Тетрис» (см. рис., фигуры можно вращать). Затем Вася своим ходом ставит на доску синюю фигуру из «Тетриса», и ход опять переходит к Пете. Если после очередного хода на поле найдется линия из десяти клеток красного цвета, то победил Петя, а если синего – то победил Вася. Определите победителя и его выигрышную стратегию.



9. (*4 балла*) Дан острый угол величиной α. Из точки, лежащей на одной из сторон угла на расстоянии r от вершины, опускают перпендикуляр на другую сторону. Затем из полученной точки опускают перпендикуляр на первую сторону и т.д. Найти длину получившейся бесконечной ломаной.
10. (*5 баллов*) Пусть $p(x)$ – многочлен, все коэффициенты которого – целые числа, причем $p(x)$ равен 2010 в n целочисленных точках x_i, $i = 1, \ldots, n$. При каких n любой такой многочлен не будет иметь целых корней?