Уважаемый старшеклассник!

Вашему вниманию предлагается Заочная физико-математическая олимпиада, которая традиционно проводится ***Ф****акультетом* ***М****олекулярной и* ***Б****иологической* ***Ф****изики. Задачи, приведенные ниже, представляют собой удивительный сплав необычности повседневных жизненных ситуаций и необходимости творческого подхода к ним. Если Вы решаете такие задачи, Вы приобщаетесь к тому прекрасному и благородному, что движет физтехами уже многие годы. Если Вы можете решить такие задачи, Ваше место среди нас.*

Еще одной целью олимпиады является предоставление возможности попробовать свои силы в самостоятельном осмысленном использовании дополнительных источников знаний. Такие навыки необходимы настоящему исследователю, независимо от того, в какой области он применяет свой интеллект.

Всем участникам олимпиады будут высланы подробные решения задач, проспекты факультета и института, дипломы участника олимпиады и приглашение на олимпиаду «Абитуриент-2001» в конце марта 2001 года.

Если Вы не смогли решить какую-либо задачу, не огорчайтесь – ведь правильное решение даже половины столь нетривиальных задач дает повод гордиться своими знаниями, а так же шанс получить почетный диплом Победителя олимпиады, что будет учитываться при поступлении на наш факультет.

Решения задач следует присылать в тонкой тетради простой бандеролью по адресу:

141700, Московская обл., г. Долгопрудный,
Институтский пер., 9, МФТИ,
Деканат ФМБФ, Олимпиада ФМБФ-2001

Последний срок отправки решения – 1 февраля 2001 года. На титульном листе и на отдельном листочке разборчиво укажите свою фамилию, имя, отчество, почтовый адрес, место учебы, класс. ***Так же просим прислать конверт формата А4 с обратным адресом и вложенными марками.***

Желаем успеха!

Оргкомитет олимпиады

Над задачами работали: Воробьев Е., Гончарук С., Лазаревич А., Катруха Е., Коваленко А., Пьянков Ю., Сиденко С., Сорокин И., Яворский В. Часть задач взята из сборников и олимпиадного фольклора (понравились очень).
Дизайн – Яворского Владислава

Московский физико-технический институт
Факультет Молекулярной и Биологической Физики

ТРАДИЦИОННАЯ ЗАОЧНАЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

Долгопрудный – 2001

Физика

1. Почему при выключении закипевшего чайника он окутывается облаком пара?
2. Представьте себе, что Земля стала вращаться вокруг Солнца в противоположном направлении, при этом направление вращения вокруг собственной оси сохранилось. Как при этом изменится количество суток в году?
3. Дана наклонная плоскость, которая составляет с горизонталью угол α. Под каким минимальным углом $\beta_{\min}$ к нормали плоскости надо бросить снизу шарик, чтобы он в некоторый момент времени покатился по плоскости? Оцените время возврата шарика в точку первого падения при $\beta \geq \beta_{\min}$. Начальная скорость шарика v_0. Все удары абсолютно упругие.
4. Плоское тело массой m имеет форму равнобедренного прямоугольного треугольника с катетом длины L. Не прибегая к интегрированию, найти момент инерции тела относительно оси, перпендикулярной плоскости тела и проходящей через центр масс.
5. Недавно один из физтехов рассказал о своей привычке каждую пятницу выпивать один бокал шампанского. Какое максимальное и минимальное количество бокалов шампанского он мог бы выпить за февраль месяц?
6. Стакан с водой помещен в вакуум. А) Оцените скорость испарения воды с единицы поверхности воды в начальный момент времени. Температура воды T=293 К, давление насыщенных паров $p_н$=2,3 кПа. Б) Найти долю испарившейся воды от общей массы воды в стакане.
7. Внутри полой, непроводящей, гладкой сферы диаметра d находится маленький заряженный шарик с зарядом q и массой m. Какой величины заряд надо поместить в нижней точке сферы для того, чтобы шарик устойчиво удерживался в ее верхней точке?
8. Два мыльных пузыря радиусов r_1 и r_2 сливаются в один пузырь радиуса r_3. Найти атмосферное давление, если поверхностное натяжение мыльной пленки равно σ.
9. На столе лежит металлический, электрически нейтральный куб с ребром длины 1 метр. Допустим, что мы умеем перемещать позитрон (частица с массой электрона, но имеющая противоположный заряд) внутри куба без столкновения с другими частицами. Найдите работу, которую необходимо затратить для перемещения позитрона от нижней к верхней грани.
10. Оцените, сколько горожан нужно было Архимеду выстроить на крепостной стене для того, чтобы они могли поджечь римский корабль, направив в одну точку корабля солнечные лучи с помощью плоских зеркал диаметром d=1 м, если корабль подошел на расстояние L=200 м от берега. (Для выжигания на дереве солнечными лучами надо иметь линзу с отношением диаметра D к фокусному расстоянию F больше 0,07).

Математика

1. Камера шлюза наполняется несколькими насосами одинаковой производительности. Если их все включить, они заполняют камеру за 9 часов. Рабочий шлюза включает насосы последовательно через одинаковое время и они работают до заполнения камеры. Сколько проработал насос, включенный первым, если насос, включенный последним, проработал 4 часа?
2. С помощью циркуля и линейки построить квадрат, у которого каждая сторона или ее продолжение проходит через одну из 4 заданных точек.
3. Найти все корни уравнения: $\dfrac{(x^2-x+1)^3}{x^2(x-1)^2} = \dfrac{(a^2-a+1)^3}{a^2(a-1)^2}$
4. Дана последовательность натуральных чисел:
$$k_0 = 1,\ k_n = 1 + \min\{2k_{[n/2]}; 3k_{[n/3]}; 5k_{[n/5]}\},$$
где $\min$ – наименьшее из чисел, $[\ ]$– целая часть числа. Докажите, что для всех $n \geq 0$ выполняется $k_n > n$.
5. Пусть m_a, m_b, m_c – длины медиан треугольника ABC, а l_a, l_b, l_c – длины его биссектрис. Докажите неравенство: $1 \leq \dfrac{m_a^2+m_b^2+m_c^2}{l_a^2+l_b^2+l_c^2} < 3$
6. Последовательность многочленов задана следующим образом: $P_0(x)=1$, $P_1(x)=x$, $P_n(x)=x\cdot P_{n-1}(x)-P_{n-2}(x)$ для $n \geq 2$. А) Сколько вещественных корней имеет уравнение $P_{2001}(x)=0$? Б) Докажите, что все корни уравнения $P_{2001}(x)=0$ лежат в интервале (-2;2)
7. Из тараканьей норки одновременно выбегают три таракана, которые начинают разбегаться по полу комнаты прямолинейно, с одинаковыми скоростями и в разных направлениях. Первого таракана студент Иванов раздавил через 1 минуту в точке *A*, второго – через 2 минуты в точке *B*, третьего – через 3 минуты в точке *C*. Как ему найти тараканью норку?
8. Функция $f(f(f(\ldots f(x))\ldots)) \equiv 1$ при всех x (вложенность функций имеет 2001 порядок). Какое минимальное число корней имеет уравнение $f(x)=1$?
9. На плоскости даны треугольник, четырехугольник, …, 2001-угольник. На какое максимальное количество частей они могут разделить плоскость? Например, два треугольника делят плоскость максимум на 7 частей («звезда Давида»).
10. Действительные числа a, b, c, d удовлетворяют условиям: $0 \leq a \leq b \leq c \leq d$ и $ad < bc$. Доказать, что существует такое действительное n, что $a^n + d^n = b^n + c^n$