Уважаемый старшеклассник!

*Вашему вниманию предлагается Заочная физико-математическая олимпиада, которая проводится **Ф**акультетом **М**олекулярной и **Б**иологической **Ф**изики **МФТИ**. Задачи, приведенные ниже, представляют собой удивительный сплав необычности повседневных жизненных ситуаций и необходимости творческого подхода к ним. Если Вы решаете такие задачи, Вы приобщаетесь к тому прекрасному и благородному, что движет физтехами уже многие годы. Если Вы можете решить такие задачи, Ваше место среди нас.*

Еще одной целью олимпиады является предоставление возможности попробовать свои силы в самостоятельном осмысленном использовании дополнительных источников знаний. Такие навыки необходимы настоящему исследователю, независимо от того, в какой области он применяет свой интеллект.

Всем участникам олимпиады будут высланы подробные решения задач, информация о факультете, диплом Участника олимпиады.

Если Вы не смогли решить какую-либо задачу, не огорчайтесь – ведь правильное решение даже части столь нетривиальных задач дает повод гордиться своими знаниями, а так же шанс получить почетный диплом Победителя олимпиады, что будет учитываться при поступлении на наш факультет.

Решения задач просьба присылать в тонкой тетради простой бандеролью по адресу (последнюю строку напишите на конверте буквами побольше):

141700, Московская обл., г. Долгопрудный,
Институтский пер., 9, МФТИ,

Деканат ФМБФ, Олимпиада ФМБФ-2012

*Последний срок отправки решения – **15 марта 2012 года.** На титульном листе и на отдельном листочке печатными буквами укажите свою фамилию, имя, отчество, почтовый адрес, место учебы, класс, нарисуйте табличку для баллов за задачи. Так же просим прислать большой конверт формата А4 с обратным адресом и вложенными в конверт марками.*

Решения задач можно присылать в формате doc *в архивах rar или zip на адрес* bioeditor@mail.ru (*тема письма – «Олимпиада ФМБФ-2012», объем не более 5 Мб, в письме и на первом листе документа – полная информация об участнике).*

Вопросы по условиям задач можно задать на сайте ФМБФ: **http://bio.fizteh.ru**

Желаем успеха!

Оргкомитет олимпиады

Задачи предлагали: *Долгирев Павел, Ивановский Глеб, Овчинникова Светлана, Паркевич Егор, Протопопов Алексей, Траньков Сергей, Усманова Динара, Шинкевич Михаил, Яворский Владислав.* Часть задач взята из сборников и олимпиадного фольклора Физтеха.

Национальный исследовательский университет «Московский физико-технический институт (государственный университет)»

Факультет Молекулярной и Биологической Физики

14-я

ЗАОЧНАЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ФМБФ ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

Москва – 2011

Физика

1. (*4 балла*) На гладкой горизонтальной поверхности стоит горка в виде полушара массы M и радиуса R плоским основанием вниз. На ее вершине и на угловом расстоянии 45^0 находятся маленькие кубики массы m, соединенные легкой нерастяжимой нитью. Под действием силы тяжести кубики начинают без трения соскальзывать вниз, не отрываясь от поверхности горки. Насколько сдвинется горка к тому моменту, когда один из кубиков коснется поверхности?
2. (*5 баллов*) Незадачливый альпинист, находясь на вершине горы высотой 3 км, захотел заварить чай настоящим 100 ^{0}С кипятком. Для этого он решил сделать скороварку, положив груз на центр крышки котелка объемом 1 л и радиусом крышки 10 см. Получится ли это у него и при каких условиях? Оцените массу необходимого груза.
3. (*5 баллов*) Точечный заряд подвешен на идеальной нити под горизонтальной непроводящей поверхностью. Если эту поверхность сделать проводящей, то сила натяжения нити падает в n раз. При уменьшении длины нити, массы и заряда шарика в n раз сила натяжения исчезает совсем. Найти n.
4. (*6 баллов*) Оцените, с какой скоростью должен богатырь подбросить вертикально вверх булаву, чтобы она упала на Землю ровно через сутки? Сопротивлением воздуха пренебречь.
5. (*6 баллов*) Ракета, наполненная идеальным газом, движется по инерции в космическом пространстве на большом удалении от других тел. В некоторый момент времени включаются двигатели, обеспечивающие ракете постоянное ускорение. Проработав длительное время, двигатели мгновенно выключаются и ракета продолжает равномерное прямолинейное движение. Несмотря на то, что внутренний объем ракеты теплоизолирован, сверхточный бортовой термометр зафиксировал повышение температуры воздуха по сравнению с исходной температурой. Объясните качественно эффект.
6. (*6 баллов*) Маленькая золотая рыбка плавает в сферическом аквариуме с тонкими стеклянными стенками одинаковой толщины, всё время находясь около его центра. Во сколько раз рыбка кажется наблюдателю больше, чем есть на самом деле? Коэффициенты преломления стекла и воды равны 3/2 и 4/3 соответственно.
7. (*6 баллов*) В густом тумане образовалась маленькая капля, которая начала свое падение в поле сил тяжести. Оказалось, что ускорение капли постоянно. Найти ускорение капли. Концентрацию частиц тумана полагать всюду одинаковой. Сопротивлением воздуха пренебречь.
8. (*6 баллов*) В вершины A и C ромба $ABCD$ поместили положительные точечные заряды $Q_A = Q_C$, а в вершины B и D – отрицательные точечные заряды $Q_B = Q_D$. Отношение частот малых колебаний пробных зарядов $+q$ и $–q$ около центра ромба вдоль диагоналей AC и BD соответственно равно p. Чему равно отношение Q_A/Q_B, если отношение длин диагоналей равно n? Принять $1/(1+x) \approx 1-x+x^2$ для $|x| \ll 1$.
9. (*10 баллов*) Человек идет по коридору с металлическим подносом, на котором лежат металлические монеты некоторой массы. Оцените, при какой скорости передвижения монеты начнут звенеть? Объясните эффект и сравните с экспериментом.
10. (*6 баллов*) Установка состоит из трех металлических параллельных изолированных сеток, которые имеют потенциалы $+\varphi$, -2φ и $+\varphi$ соответственно ($\varphi = 3$ В). Перпендикулярно поверхностям сеток влетает пучок частиц с зарядами $q = +1$ мкКл и массой $m = 1$ мг. Известно, что частицы одинаковы, их скорости на влете равны $u_0 = 1$ м/с с разбросом $\Delta u \ll u_0$, а длина пучка пренебрежимо мала. По длине пучка $\Delta L = 0{,}4$ мм на вылете и расстоянию между соседними сетками $d = 1$ см определить относительный разброс $\Delta u/u_0$ скоростей частиц. Релятивистскими, краевыми эффектами и перераспределением зарядов на сетках пренебречь.

Математика

1. (*3 балла*) Даны три точки A, B, C. Построить три окружности, попарно касающиеся в этих точках.
2. (*3 балла*) При каких натуральных n функция $y = \cos(nx)\sin(9x/n)$ имеет период а) 3π, б) 4π?
3. (*4 балла*) Решить уравнение в целых числах: $2010x^3 + 2011y^2 = 2012$.
4. (*4 балла*) Доказать, что при $n \in N$, $n \geq 2$ и $|x| < 1$ имеет место неравенство
$$(1+x)^n + (1-x)^n < 2^n.$$
5. (*4 балла*) При каких значениях параметра α уравнение с двумя неизвестными x, y
$$2y - 3\cos\left[\arccos\left(\frac{2}{3}x\right) + \alpha\right] = 0$$
допускает целочисленные решения? Найти эти решения.
6. (*3 балла*) Решите в простых числах уравнение: $n! + k! = 3n^2 + 3k^2$.
7. (*4 балла*) Точки D и E расположены на стороне AC треугольника ABC. Прямые BD и BE разбивают медиану AM треугольника ABC на три равные части. Найти площадь треугольника BDE, если площадь треугольника ABC равна 4.
8. (*5 баллов*) Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$. На отрезке AC взята точка M такая, что $AM = MC$, $\angle BMC = \angle CMD = \angle BAD$. Доказать, что четырехугольник $ABCD$ можно вписать в окружность.
9. (*5 баллов*) Даны три пересекающиеся в одной точке прямые. Верно ли, что всегда на этих прямых можно выбрать по точке так, чтобы построенный на них треугольник был правильным?
10. (*5 баллов*) Решите систему в неотрицательных числах. Найдите все натуральные k, при которых система имеет решения.
$$\begin{cases} x(x+k)! = k^k y \\ y(y+k)! = k^k z \\ z(z+k)! = k^k x \end{cases}$$