Уважаемый старшеклассник!

*Вашему вниманию предлагается Заочная физико-математическая олимпиада, которая проводится **Ф**акультетом **М**олекулярной и **Б**иологической **Ф**изики **МФТИ**. Задачи, приведенные ниже, представляют собой удивительный сплав необычности повседневных жизненных ситуаций и необходимости творческого подхода к ним. Если Вы решаете такие задачи, Вы приобщаетесь к тому прекрасному и благородному, что движет физтехами уже многие годы. Если Вы можете решить такие задачи, Ваше место среди нас.*

Еще одной целью олимпиады является предоставление возможности попробовать свои силы в самостоятельном осмысленном использовании дополнительных источников знаний. Такие навыки необходимы настоящему исследователю, независимо от того, в какой области он применяет свой интеллект.

Всем участникам олимпиады будут высланы подробные решения задач, информация о факультете, диплом Участника олимпиады.

Если Вы не смогли решить какую-либо задачу, не огорчайтесь – ведь правильное решение даже части столь нетривиальных задач дает повод гордиться своими знаниями, а так же шанс получить почетный диплом Победителя олимпиады, что будет учитываться при поступлении на наш факультет.

Решения задач просьба присылать в тонкой тетради простой бандеролью по адресу (последнюю строку напишите на конверте буквами побольше):

141700, Московская обл., г. Долгопрудный,
Институтский пер., 9, МФТИ,
Деканат ФМБФ, Олимпиада ФМБФ-2010

Последний срок отправки решения – 15 февраля 2010 года. На титульном листе и на отдельном листочке печатными буквами укажите свою фамилию, имя, отчество, почтовый адрес, место учебы, класс, номер в ЗФТШ (если там учитесь), нарисуйте табличку для баллов за задачи. Так же просим прислать большой конверт формата А4 с обратным адресом и вложенными в конверт марками.

Решения задач можно присылать в формате doc в архивах rar или zip на адрес bioeditor@mail.ru (*тема письма – «Олимпиада ФМБФ-2010», объем не более 1 Мб, в письме и на первом листе документа – полная информация об участнике).*

Вопросы по условиям задач можно задать на сайте ФМБФ: **http://bio.fizteh.ru**

Желаем успеха!

Оргкомитет олимпиады

Задачи предлагали: *Атанов Михаил, Власюк Александр, Волошин Антон, Голубев Максим, Зелепукин Иван, Кантор Виктор, Литовченко Мария, Лугинин Михаил, Мурашкин Михаил, Протопопов Алексей, Усманова Динара, Устинов Дмитрий, Цветков Егор, Яворский Владислав.* Часть задач взята из сборников и олимпиадного фольклора Физтеха.

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Факультет Молекулярной и Биологической Физики

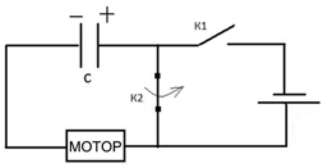
12-я

ЗАОЧНАЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ФМБФ ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

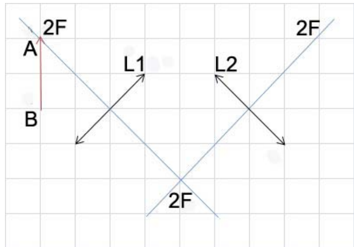
Москва – 2009

Физика

1. (*3 балла*) Идеальный газ участвует в процессе, который на графике зависимости давления от объема $p(V)$ выглядит как "восьмерка" (2 соприкасающихся круга один над другим, в верхнем движение по часовой стрелке, в нижнем – против часовой). Определить участки траектории, на которых повышается и понижается температура газа.
2. (*4 балла*) Два одинаковых мыльных пузыря слиплись. Во сколько раз изменится радиус кривизны пузырей в слипшемся состоянии по сравнению с исходным радиусом, если принять, что вне области соприкосновения слипшиеся пузыри сохраняют сферическую форму? Изменением объемов каждого из пузырей можно пренебречь.
3. (*6 баллов*) Оцените коэффициент сопротивления k при движении на максимальной скорости $V_{\max}$ на велосипеде по горизонтальной поверхности, используя определение $F_{\text{сопр}} = kV^2$.
4. (*4 балла*) Найдите молярную теплоёмкость идеального двухатомного газа в процессе UT/V=const, где U – внутренняя энергия, T – температура (порядка комнатной), V – объем.
5. (*5 баллов*) Винни Пух решил сделать Пятачку подарок и построил лифт. Для этого он соединил конденсатор ёмкостью 0,05 Ф, заряженный до напряжения 10 В с установкой, поднимающей лифт. К конденсатору он подсоединил идеальный вольтметр, и, когда напряжение становилось менее 0,1 В, замыкается ключ $К_1$, подсоединяя батарею с ЭДС 30 В, и одновременно с ним размыкается ключ $К_2$. На какую высоту может поднять Пятачка этот лифт, если для его подъема на 1 м требуется энергия 5 Дж? КПД описанной установки составляет 80%.



6. (*5 баллов*) Согласно древним легендам, некоторые восточные мастера боевых искусств могли защититься от летящего в них клинка, быстро вращая перед собой меч. Оцените скорость вращения меча (оборотов в секунду), чтобы клинок гарантированно был отбит и скорость, при которой он будет отбит с вероятностью 50% и сделайте выводы о правдивости легенды. Если все-таки воин попытается отбивать таким образом летящие в него клинки, какова вероятность, что после 10 бросаний воин останется цел? Сделать аналогичные оценки для отбивания шестом и нунчаками.
7. (*6 баллов*) Построить изображение предмета AB в системе линз конечного размера (см. рис.).



8. (*5 баллов*) К горизонтально расположенному стержню с сечением в виде правильного n-угольника периметром L прикреплена лёгкая нить длины L. Один конец нити закреплён на нижнем ребре стержня (система симметрична относительно вертикальной оси), а на другом конце находится груз массой m. Грузу в плоскости, перпендикулярной оси стержня, придают скорость V_0 так, что в процессе движения нить всегда натянута. Сила сопротивления воздуха, действующая на груз, равна $\boldsymbol{F} = -k\boldsymbol{V}$, где $\boldsymbol{V}$ – скорость груза. Найти время, за которое нить намотается на конструкцию, если движение происходит в невесомости. Получить предельным переходом то же время для цилиндрического стержня.
9. (*6 баллов*) При смешивании дрожжей, воды и сахара выделяется газ. Предложите схему эксперимента для определения соотношения сахара и воды в смеси, при котором количество выделившегося газа (в молях) будет максимально. Массу дрожжей следует брать одинаковой (~10 грамм), суммарная масса сахара и воды также должна быть одинаковой во всех опытах (~20 грамм).
10. (*6 баллов*) Предложите схему эксперимента для определения времени, необходимого для варки яйца страуса вкрутую (в каждой точке достигается температура, при которой белки сворачиваются), если для куриного яйца массой 65 г требуется 5 минут. Принять, что у африканского страуса яйцо весит около 2 кг, подобно по форме и аналогично по составу куриному яйцу.

Математика

1. (*5 баллов*) Решить уравнение: $x^4 + x^3 + 2x^2 + 3x + \dfrac{315}{256} = 0$
2. (*4 балла*) Дано клетчатое поле 2010 на 2010. За один ход игрок должен поставить в клетку фишку. Выигрывает тот, кто своим ходом образовывает первый квадрат (2 на 2) из 4 фишек. Играют двое. Кто выиграет при правильной игре?
3. (*6 баллов*) Дана парабола $y = ax^2 + bx + c$. На оси абсцисс отрезок AB поделен на k равных частей: $x_0 = A$, x_1, …, x_{k-1}, $x_k = B$. Точки на параболе с соответствующими координатами по оси абсцисс обозначим p_0, p_1, …, p_{k-1}, p_k. Доказать, что четырехугольник с вершинами p_i, p_{k-i}, p_j, p_{k-j} $(0 \le i < j \le k, j \ne k-i, i \ne k-i)$ является трапецией.
4. (*5 баллов*) Страус бегает в одном направлении по кругу длиной 1000 м со скоростью $3\sqrt{3}$ м/с. Охотники хотят поймать страуса голыми руками, для этого они взяли под свой контроль участок круга длиной 5 м. Известно, что страус через каждую минуту после начала бега устает и останавливается передохнуть. Поймают ли охотники страуса, если они могут ловить его только тогда, когда он останавливается в контролируемой охотниками зоне?
5. (*5 баллов*) Доказать, что не существует тройки целых чисел x, y, z такой, что
$$(x+y+z)(x^3+y^3+z^3)\cdot\ldots\cdot(x^{2009}+y^{2009}+z^{2009}) = 2010!$$
6. (*5 баллов*) В правильном 2009-угольнике $A_0A_1\ldots A_{2009}$ (точки A_0 и A_{2009} совпадают) со стороной, равной 1, обозначим через B_i (i = 0, 1, …, 2008) точки касания вписанной окружности ω стороны A_iA_{i+1}. На малой дуге B_6B_7 нашлась точка P такая, что $\angle PA_0A_1 = \angle PA_7A_8$. Пусть Q – точка пересечения прямой A_0P с окружностью ω, отличная от P. Найти длину отрезка PQ .
7. (*5 баллов*) Муравей, который сидел на краю круглого стола радиусом 1 м, начал ползти вдоль прямой, проходящей на расстоянии 1 см от центра стола. Достигнув края, он развернулся и прополз по прямой, проходящей на расстоянии 2 см от центра стола, и т.д. Последний раз муравей прополз по прямой, проходящей на расстоянии 99 см от центра стола. Докажите, что всего муравей прополз больше 155 метров.
8. (*4 балла*) Все двугранные углы между основанием пирамиды и ее боковыми гранями равны 45^{o}. Пусть V – объем пирамиды, а P – периметр основания. Докажите неравенство: $P > 6V^{1/3}$.
9. (*5 баллов*) При каких m и n функция $f(x) = \sqrt{m}\left\{\sqrt{nx}\right\} + \sqrt{n}\cos\left(\sqrt{mx}\right)$ является периодической? {} – дробная часть числа.
10. (*6 баллов*) На поле разложено 1000 предметов, один из которых является «штрафным». Несколько игроков начинают перебегать от предмета к предмету, касаясь некоторых их них. Если игрок коснулся «штрафного» предмета, на финише ему говорят об этом (без указания самого предмета). **А**) Какое минимальное число игроков надо привлечь, чтобы определить «штрафной» предмет при условии, что его коснется не более 3 игроков? **Б**) Какое наименьшее число игроков надо привлечь, чтобы определить штрафной предмет?