Уважаемый старшеклассник!

*Вашему вниманию предлагается Заочная физико-математическая олимпиада, которая проводится **Ф**акультетом **М**олекулярной и **Б**иологической **Ф**изики **МФТИ**. Задачи, приведенные ниже, представляют собой удивительный сплав необычности повседневных жизненных ситуаций и необходимости творческого подхода к ним. Если Вы решаете такие задачи, Вы приобщаетесь к тому прекрасному и благородному, что движет физтехами уже многие годы. Если Вы можете решить такие задачи, Ваше место среди нас.*

Еще одной целью олимпиады является предоставление возможности попробовать свои силы в самостоятельном осмысленном использовании дополнительных источников знаний. Такие навыки необходимы настоящему исследователю, независимо от того, в какой области он применяет свой интеллект.

Всем участникам олимпиады будут высланы подробные решения задач, информация о факультете, дипломы участника олимпиады.

Если Вы не смогли решить какую-либо задачу, не огорчайтесь – ведь правильное решение даже части столь нетривиальных задач дает повод гордиться своими знаниями, а так же шанс получить почетный диплом Победителя олимпиады, что будет учитываться при поступлении на наш факультет.

Решения задач просьба присылать в тонкой тетради простой бандеролью по адресу (последнюю строку напишите на конверте буквами побольше):

141700, Московская обл., г. Долгопрудный,
Институтский пер., 9, МФТИ,

Деканат ФМБФ, Олимпиада ФМБФ-2008

*Последний срок отправки решения – 15 февраля 2008 года. На титульном листе и на отдельном листочке печатными буквами укажите свою фамилию, имя, отчество, почтовый адрес, место учебы, класс, номер в ЗФТШ, нарисуйте табличку для проставления баллов за задачи. Так же просим прислать большой конверт формата А4 с обратным адресом и вложенными в конверт маркам*и.

Решения задач можно присылать в формате doc в архивах rar или zip на адрес bioeditor@mail.ru (*тема письма – «Олимпиада ФМБФ-2008», объем не более 1 Мб, в письме и на первом листе документа – полная информация об участнике).*

Вопросы по условиям задач можно задать на сайте ФМБФ **http://bio.fizteh.ru**

Желаем успеха!

Оргкомитет олимпиады

Задачи предлагали: *Голентус Илья, Ивановский Глеб, Козий Владислав, Манаков Максим, Рипатти Артём, Сергеев Константин, Сергеев Олег, Таланцев Артём, Траньков Сергей, Филиппов Сергей, Щербаков Дмитрий, Яворский Владислав*. Часть задач взята из сборников и олимпиадного фольклора Физтеха (понравились очень).

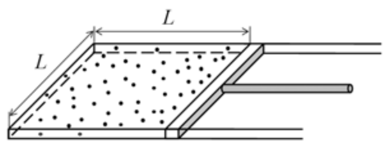
Московский физико-технический институт
(государственный университет)
Факультет Молекулярной и Биологической Физики

10-я
ЗАОЧНАЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ФМБФ ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

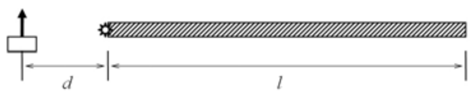
Москва – 2007

Физика

1. (3 *балла*) Обе лямки рюкзака выдерживают максимальную нагрузку по 25 кг. Оцените, с какой наибольшей скоростью может идти человек, несущий в таком рюкзаке 45 кг, чтобы не порвались лямки.
2. (4 *балла*) На краю стола стоит цилиндрический сосуд с жидкостью. В стенке сосуда вблизи основания проделано небольшое отверстие, через которое жидкость вытекает горизонтально. Струя жидкости попадает на пол в точке P. Высота стола H, площадь отверстия в k раз меньше площади основания сосуда. Найдите скорость, с которой перемещается по полу точка P, и время, за которое из сосуда вытечет вся жидкость, если начальный уровень жидкости в сосуде h_0.
3. (4 *балла*) На столе стоит банка с песком. Масса пустой банки M, её центр масс находится на высоте h. Банка цилиндрической формы, радиус основания r, плотность песка ρ. При каком уровне песка банка наиболее устойчива к действующему на систему постоянному горизонтальному ускорению? Как изменится ответ, если вместо ускорения на верхний край банки действует горизонтальная сила F? Трение между банкой и столом большое, стенки банки тонкие.
4. (5 *баллов*) Маятник представляет собой тонкий тяжёлый однородный полудиск радиуса R, жестко прикрепленный в точке середины диаметра к лёгкому недеформируемому стержню длины l, который перпендикулярен диаметру. Найти период малых колебаний маятника.
5. (6 *баллов*) Услышав об особых свойствах двумерного газа, студент провёл свой собственный опыт. Он поместил в плоский сосуд (в котором молекулы могут двигаться только вдоль плоскости, см. рис.) $N = 10^{19}$ одноатомных молекул. В результате адиабатического «удлинения» газ охладился с T_1 = 300 К до T_2 = 200 К. Определите, на какое расстояние сместился поршень. Каково первоначальное значение силы, с которой газ действует на поршень, если L = 5 см?



6. (6 *баллов*) Небольшие капли воды падают на массивную горячую медную пластину. Экспериментатор измеряет зависимость времени испарения капель от температуры поверхности, начиная с t_0 = 100 °C. При температуре выше некоторого значения время испарения значительно увеличивается. Объясните явление и оцените это значение температуры. Необходимые физические величины можно посмотреть в справочнике.
7. (5 *баллов*) На краю тонкого прямоугольного экрана закреплен точечный заряд Q. На расстоянии d от заряда в плоскости экрана расположен узконаправленный источник ионов массой m и с зарядом q, направление вылета которых перпендикулярно плоскости экрана (см. рис.). Оказалось, что в экран попадают только ионы с энергиями, меньшими E_0. Определите ширину экрана l.



8. (5 *баллов*) Приемник радиосигналов, наблюдающий за появлением спутника Земли из-за горизонта, расположен на берегу озера на высоте H = 3 м над поверхностью воды. По мере поднятия спутника над горизонтом наблюдаются периодические изменения интенсивности принимаемого радиосигнала. Определите частоту радиосигнала спутника, если максимумы интенсивности наблюдались при углах возвышения спутника над горизонтом a_1=3°, a_2=6°. Поверхность озера можно считать идеально отражающим зеркалом.
9. (5 *баллов*) В длинном тонком капилляре радиуса $2R$ жидкость поднимается на высоту H. Как изменится высота жидкости в капилляре, если внутрь капилляра поместить цилиндр радиуса R из того же материала, что и капилляр? Оси капилляра и цилиндра совпадают.
10. (7 *баллов*) Студент ФМБФ выполняет лабораторную работу по определению удельной теплоты сгорания веществ. Для этого он прессует порошок из исследуемого вещества в таблетку и помещает ее в калориметрическую «бомбу» – полый стальной цилиндрический контейнер массой 2 кг, куда в объем 1 л закачивается чистый кислород до давления 15 атм. Сам контейнер помещается в калориметр, заполненный водой. При сгорании 0,5 г бензойной кислоты (C_6H_5COOH, удельная теплота сгорания 26518 кДж/кг) до CO_2 и воды температура калориметра поднялась на 0,74 К. Оцените максимальную температуру внутри «бомбы». Сколько воды в калориметре? Какую максимальную массу бензойной кислоты потенциально можно сжечь в «бомбе»? Необходимые физические величины можно посмотреть в справочнике.

Математика

1. (3 *балла*) Может ли возведение в степень с иррациональными основанием и показателем дать результат, являющийся рациональным числом? Обоснуйте ответ.
2. (4 *балла*) На плоскости даны два равных правильных пятиугольника – $EKLMN$ и $EPRST$ (E – их единственная общая точка). Найдите $\angle NPK/\angle RLS$.
3. (4 *балла*) Окружности S_1 и S_2 с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точке A. Касательная к S_2, проведенная через A, пересекает S_1 в точке B, а отрезок O_1O_2 – в точке C. Оказалось, что C – середина O_1O_2. Найдите AC/CB.
4. (5 *баллов*) Решите уравнение $[x]+[\sin^{2007}2x]=[x+1]\cdot[x^2]$, где $[a]$ – целая часть числа a.
5. (5 *баллов*) Двое играют в следующую игру. 1-й игрок сообщает 2-му N>3 (N фиксировано) положительных чисел, 2-й игрок пишет их на доске по кругу в выбранном им порядке. Среди них есть минимальное число MIN. Далее, 2-й игрок может произвольное число раз стереть любые последовательно идущие числа a, b, c и записать на их местах соответственно $|b+c-a|$, $|c+a-b|$ и $|a+b-c|$. Как только 2-й игрок закончит, находят максимальное число на круге MAX и сравнивают его с MIN. Если MAX>MIN, то 1-й игрок выигрывает, иначе – 2-й. У кого из игроков есть выигрышная стратегия и в каких вариантах выигрывает его соперник?
6. (5 *баллов*) При каких $n\in\boldsymbol{N}$ в выражении $x^n \pm x^{n-1} \pm \ldots \pm x \pm 1$ можно расставить знаки «+» и «–» так, чтобы получился многочлен, все корни которого действительны и равны 1 или –1?
7. (6 *баллов*) Один любитель геометрии строил всевозможные треугольники ABC, в которых биссектриса AD, медиана CM и высота BH пересекаются в одной точке. После тщательного измерения углов оказалось, что у одного из треугольников разность $\operatorname{tg}\angle A - \operatorname{tg}\angle C$ максимальна. Найдите значение этой величины.
8. (6 *баллов*) Найдите все натуральные n, при которых верно тождество
$$\sin^{2n} x+\cos^{2n} x=\cos^2 2x+\frac{\sin^2 2x}{2^{n-1}}.$$
9. (6 *баллов*) Для всех $x \in \boldsymbol{R}/\{0, 1\}$ решить функциональное уравнение:
$$3f\left(\frac{x-1}{x}\right)+5x\cdot f\left(\frac{1}{1-x}\right)+x+2008=0$$
10. (6 *баллов*) Обозначим через a_n наибольшее, а через b_n – наименьшее из тех $k\in\boldsymbol{N}$, при которых уравнение $(x_1+1)(x_2+1)\ldots(x_n+1)=kx_1x_2\ldots x_n$ имеет решение $(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ такое, что $x_i\neq x_j$ $(i\neq j)$ и все $x_i\in\boldsymbol{N}$. Найти a_n и b_n.