Уважаемый старшеклассник!

*Вашему вниманию предлагается Заочная физико-математическая олимпиада, которая традиционно проводится **Ф**акультетом **М**олекулярной и **Б**иологической **Ф**изики **МФТИ**. Задачи, приведенные ниже, представляют собой удивительный сплав необычности повседневных жизненных ситуаций и необходимости творческого подхода к ним. Если Вы решаете такие задачи, Вы приобщаетесь к тому прекрасному и благородному, что движет физтехами уже многие годы. Если Вы можете решить такие задачи, Ваше место среди нас.*

Еще одной целью олимпиады является предоставление возможности попробовать свои силы в самостоятельном осмысленном использовании дополнительных источников знаний. Такие навыки необходимы настоящему исследователю, независимо от того, в какой области он применяет свой интеллект.

Всем участникам олимпиады будут высланы подробные решения задач, проспекты факультета, дипломы участника олимпиады.

Если Вы не смогли решить какую-либо задачу, не огорчайтесь – ведь правильное решение даже половины столь нетривиальных задач дает повод гордиться своими знаниями, а так же шанс получить почетный диплом Победителя олимпиады, что будет учитываться при поступлении на наш факультет.

Решения задач следует присылать в тонкой тетради простой бандеролью по адресу:

141700, Московская обл., г. Долгопрудный,
Институтский пер., 9, МФТИ,
Деканат ФМБФ, Олимпиада ФМБФ-2005

Последний срок отправки решения – 10 февраля 2005 года. На титульном листе и на отдельном листочке разборчиво укажите свою фамилию, имя, отчество, почтовый адрес, место учебы, класс, номер в ЗФТШ, нарисуйте табличку для проставления баллов за задачи. Так же просим прислать большой конверт формата А4 с обратным адресом и вложенными в конверт марками.

В электронном виде олимпиада доступна на сайте ФМБФ http://bio.fizteh.ru

Если Вы желаете, чтобы в олимпиадах следующих лет участвовали Ваши авторские задачи, присылайте их почтой или в архивах на bioeditor@mail.ru

Желаем успеха!

Оргкомитет олимпиады

***Задачи предлагали**: Абдулнасыров Эмиль, Дорофеенко Александр, Зубков Антон, Иванов Георгий, Маняхин Дмитрий, Михеева Анна, Радар Юрий, Сиденко Сергей, Соловейчик Илья, Южаков Глеб. Часть задач взята из сборников и олимпиадного фольклора Физтеха (понравились очень).*
***Дизайн и организация олимпиады** – Яворский Владислав*

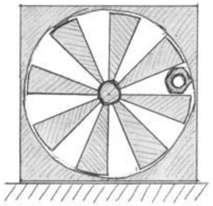
Московский физико-технический институт
Факультет Молекулярной и Биологической Физики

ТРАДИЦИОННАЯ ЗАОЧНАЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

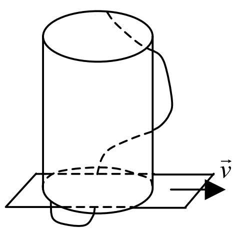
Долгопрудный – 2004

Физика

1. На столе стоит кулер массой 100 г. Между двумя соседними лопастями застревает маленькая гайка массой 5 г. Ось вращения вентилятора параллельна поверхности стола. Радиус лопастей кулера 5 см. Найти минимальную скорость вращения кулера, при которой он начнет подпрыгивать, если: *а*) проскальзывание по поверхности стола отсутствует *б*) трения нет.



2. Металлическая сфера радиуса r помещена в центр сферической заземленной камеры радиуса R и равномерно со всех сторон облучается излучением с длиной волны λ. Оценить установившийся заряд сферы, если работа выхода электрона A. Как изменится величина заряда, если заземление убрать?
3. На прямоугольную плоскость прямого полуцилиндра, сделанного из стекла с показателем преломления $n=\sqrt{2}$, падают световые лучи под углом α=45^0. Лучи проходят в плоскости, перпендикулярной оси полуцилиндра. Из какой части боковой поверхности полуцилиндра будут выходить лучи света?
4. Лошадь может бегать по ипподрому в форме окружности радиуса R. Ей необходимо разогнаться до максимальной скорости, пройдя при этом как можно меньшую часть дуги ипподрома. Как следует ей бежать, если известно, что коэффициент трения k, ускорение свободного падения g.
5. В установке для наблюдения эффекта Холла металлическая лента движется со скоростью v, и перпендикулярное ей магнитное поле, действуя на заряды, создает разность потенциалов в направлении, перпендикулярном ленте. Пусть это поле создается электромагнитом в виде цилиндрической катушки с площадью основания $S = 10^{-2}$ м^2 и индуктивностью L = 1 Гн. Она подключена к ленте скользящими контактами и работает за счет напряжения, создаваемого на ленте ее магнитным полем. Сопротивление цепи (катушка, провода, контакты и лента) R = 100 Ом. Ширина ленты l = 5 см. Допустим, лента была неподвижна, и в цепи тока не было. С какой скоростью должна двигаться лента, чтобы в цепи возник ток (т.е. найти скорость, при которой состояние с нулевым током станет неустойчивым)? Считать, что катушка создает на ленте однородное магнитное поле.



6. Внутренняя поверхность усечённого конуса зеркальная. Вблизи от центра большего основания установлен точечный изотропный источник света. Во сколько раз изменится мощность светового потока, выходящего через малое основание, если большее закрыть зеркалом. Отношение площадей оснований k = 1/9. Угол раствора конуса достаточно мал.
7. При отсутствии сопротивления воздуха спутник вращался бы вокруг Земли по окружности радиуса H = 150 км. Масса спутника m = 7000 кг, лобовое сечение S = 1 м^2, радиус Земли R_3 = 6400 км, плотность атмосферы на этой высоте равна $\rho = 10^{-9}$ кг/м^3. Оцените изменение высоты вращения спутника за один оборот.
8. В начальный момент кубик с ребром d лежит на наклонной плоскости с углом наклона α>45^0, затем кубик отпускают, и он начинает скатываться. Удары кубика о наклонную плоскость неупругие, трение очень велико. Оценить установившуюся среднюю скорость качения кубика.
9. Жидкий металл остыл в ёмкости, которая вращалась вокруг своей оси с угловой скоростью Ω. На поверхность металла положили шарик. Определить частоту малых колебаний шарика.
10. Во время урока физкультуры в школе № 5 г. Долгопрудного волейбольный мяч массы M = 300 г и радиуса R = 11 см застревает в перилах лестницы между двумя параллельными цилиндрическими перекладинами так, что центр мяча лежит в одной плоскости с перекладинами. Радиус перекладин r<<R. Давление в мяче отличается от атмосферного на ΔP = 0,2 атм. Коэффициент трения между мячом и перекладинами k = 0,4. Оценить начальную скорость мяча перед столкновением, если ширина зазора между перекладинами равна $2L$ = 20 см. Растяжением оболочки мяча и изменением внутреннего давления можно пренебречь.

Математика

1. Прямая делит треугольник на две части равных площадей и периметров. Доказать, что центр вписанной окружности лежит на этой прямой.
2. Докажите, что среди 18 последовательных трехзначных натуральных чисел найдется хотя бы одно, которое делится на сумму своих цифр.
3. Пять последовательных членов возрастающей арифметической прогрессии являются простыми натуральными числами. Каким наименьшим числом может быть разность этой прогрессии?
4. На прямоугольной полосе $1\times n$ ($n \ge 4$) в клетках с номерами $n-2$, $n-1$, n стоит по одной фишке. Двое играют в следующую игру: каждый игрок своим ходом может перенести любую (но только одну) фишку на любую свободную клетку с меньшим номером. Проигрывает тот, кто не сможет сделать очередного хода. Доказать, что игрок, который совершает первый ход, может играть так, чтобы наверняка победить.
5. Сфера s радиуса r проходит через центр сферы S радиуса R. Доказать, что если хорда AB сферы S касается сферы s в точке C, то $AC^2+BC^2 \le 2R^2+r^2$.
6. Сколько существует различных неубывающих последовательностей a_1, a_2, …, a_{2005} натуральных чисел, которые удовлетворяют условию $a_k \le k$ для всех $1 \le k \le 2005$?
7. Решите в целых числах уравнение $y^3 = x^6 + 2x^4 - 1000$.
8. Покажите, что существует такое натуральное число n, для которого выполняется неравенство:
$$\frac{1}{2\ln 2}+\frac{1}{3\ln 3}+\ldots+\frac{1}{n\ln n}>2005\cdot$$
9. Докажите, что многочлен $x^{3m}+x^{3n+1}+x^{3p+2}$ делится на x^2+x+1 при любых натуральных числах m, n и p.
10. На плоскости задана замкнутая выпуклая фигура S, симметричная относительно начала координат. Известно, что площадь этой фигуры не меньше 4. Докажите, что не меньше трех точек с целочисленными координатами содержится в S. (Фигура называется выпуклой, если для любых двух точек A и B, содержащихся в ней, она содержит весь отрезок AB).