Уважаемый старшеклассник!

Вашему вниманию предлагается Заочная физико-математическая олимпиада, которая традиционно проводится ***Ф****акультетом* ***М****олекулярной и* ***Б****иологической* ***Ф****изики. Задачи, приведенные ниже, представляют собой удивительный сплав необычности повседневных жизненных ситуаций и необходимости творческого подхода к ним. Если Вы решаете такие задачи, Вы приобщаетесь к тому прекрасному и благородному, что движет физтехами уже многие годы. Если Вы можете решить такие задачи, Ваше место среди нас.*

Еще одной целью олимпиады является предоставление возможности попробовать свои силы в самостоятельном осмысленном использовании дополнительных источников знаний. Такие навыки необходимы настоящему исследователю, независимо от того, в какой области он применяет свой интеллект.

Всем участникам олимпиады будут высланы подробные решения задач, проспекты факультета и института, дипломы участника олимпиады.

Если Вы не смогли решить какую-либо задачу, не огорчайтесь – ведь правильное решение даже половины столь нетривиальных задач дает повод гордиться своими знаниями, а так же шанс получить почетный диплом Победителя олимпиады, что будет учитываться при поступлении на наш факультет.

Решения задач следует присылать в тонкой тетради простой бандеролью по адресу:

141700, Московская обл., г. Долгопрудный,
Институтский пер., 9, МФТИ,
Деканат ФМБФ, Олимпиада ФМБФ-2003

Последний срок отправки решения – 15 февраля 2003 года. На титульном листе и на отдельном листочке разборчиво укажите свою фамилию, имя, отчество, почтовый адрес, место учебы, класс, номер в ЗФТШ. Так же просим прислать конверт формата А4 с обратным адресом и вложенными в конверт марками.

В электронном виде олимпиада доступна на сайте ФМБФ http://bio.fizteh.ru

Если Вы желаете, чтобы в олимпиадах следующих лет участвовали Ваши авторские задачи, присылайте их почтой или в архивах на bio@pop3.mipt.ru

Желаем успеха!

Оргкомитет олимпиады

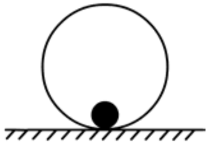
Задачи предлагали: Дорофеенко А., Лазаревич А., Михеева А., Сиденко С., Чащин В., Яворский В. Часть задач взята из сборников и олимпиадного фольклора Физтеха (понравились очень).
Дизайн и организация олимпиады – Яворский Владислав

Московский физико-технический институт
Факультет Молекулярной и Биологической Физики

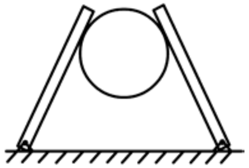
ТРАДИЦИОННАЯ ЗАОЧНАЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

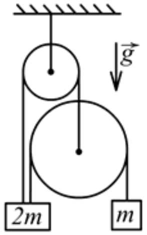
Долгопрудный – 2002

Физика

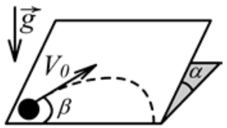


1. На обруче массой M и радиуса R закреплен груз массой m. Систему выводят из равновесия, начинается процесс гармонических колебаний. Найти их период. Размеры груза пренебрежимо малы, трением пренебречь.
2. Два стержня длиной l и массой M шарнирно укреплены на расстоянии $2L$ друг от друга так, что они могут вращаться в плоскости рисунка. Имеется шар радиуса R. Какой должна быть его масса, чтобы он мог держаться в положении, показанном на рисунке? Коэффициент трения между шаром и стержнями равен k. При каком условии равновесие невозможно?





3. Есть система, состоящая из 2 блоков и 2 грузов (см. рис.). Найти ускорения грузов в системе. Блоки и веревки идеальные.
4. На гладкой наклонной плоскости со скоростью v_0 пускают шарик. Начальная скорость шарика образует угол β с горизонтальным уровнем плоскости. Плоскость наклонена к горизонту под углом α. Какое расстояние по горизонтали он пройдет, прежде чем скатится к тому же горизонтальному уровню на плоскости?



5. Оцените подъемную силу пластины площадью 1 м^2, нижняя поверхность которой находится при температуре 100 ^{o}C, верхняя – при 0 ^{o}C. Температура воздуха 20 ^{o}C, давление 0,1 Па.
6. Чтобы измерить массу воды в капельках тумана, пробу воды воздуха при давлении 100 кПа и температуре 0 ^{o}C герметически закрывают в сосуде с прозрачными стенками, нагревают до температуры, при которой туман в пробе исчезает, и измеряют давление при этой температуре. Оцените массу тумана в 1 м^3 пробы, если температура исчезновения тумана 82 ^{o}C, давление воздуха при этой температуре 180 кПа.
7. Электрическая лампа сопротивлением R_0=2 Ом при номинальном сопротивлении U_0=4,5 В питается током от аккумулятора с э.д.с. ε=6 В, внутренним сопротивлением которого можно пренебречь. Пусть номинальное напряжение подается на лампу через реостат, включенный как потенциометр. Каково должно быть сопротивление R реостата и на какой максимальный ток $I_{\max}$ он должен быть рассчитан, чтобы к.п.д. системы был не меньше η_0 =0,6?
8. Скрытая схема, состоящая из резисторов («черный ящик»), имеет четыре выхода. Если к зажимам 1 и 2 подвести напряжение, то при разомкнутых клеммах 3 и 4 внутри схемы выделяется мощность N_1=40 Вт, а при замкнутых клеммах 3 и 4 N_2=80 Вт. Если к тому же источнику подключить клеммы 3 и 4, то при разомкнутых клеммах 1 и 2 в схеме выделяется мощность N_3=20 Вт. Определите мощность N_4, которую будет потреблять схема при замкнутых клеммах 1 и 2, когда напряжение приложено к клеммам 3 и 4.
9. В центре кубического ящика со стороной $2L$ расположен точечный источник света мощностью P. Нижняя грань куба является абсолютно черной, все остальные грани – зеркальные. Оценить освещенность в центре нижней грани с погрешностью не более 1%.
10. Над стеклянным отшлифованным кубиком, длина ребра которого 2 см, помещена стеклянная отшлифованная пластинка так, что в пространстве между ней и кубиков возникает тонкий воздушный слой. Если сверху осветить пластинку под прямым углом к ее поверхности излучением с длинами волн от 400 до 1150 нм, для которых пластинка прозрачна, то в отраженном свете выполняется условие максимума интенсивности только для двух длин волн: λ_0=400 нм и еще для одной длины волны. Определите эту длину волны. Вычислите, насколько нужно повысить температуру кубика, чтобы он прикоснулся к пластине. Коэффициент линейного расширения стекла α=8*10^{-6} К$^{-1}$, показатель преломления воздуха n=1. Расстояние от основания кубика до пластинки во время нагревания кубика не меняется.

Математика

1. Построить треугольник, если известны длина одной из его сторон, периметр и радиус вписанной окружности.
2. В треугольнике ABC угол при вершине A равен 120 градусам. Пусть AL_1, BL_2, CL_3 — биссектрисы в этом треугольнике. Докажите, что угол $\angle L_2L_1L_3$ – прямой.
3. Назовем набор из n натуральных чисел *веселым*, если наименьшее число в этом наборе равно n. Сколько веселых наборов можно составить из натуральных чисел от 1 до 50?
4. В сказочной стране находится n городов, причем каждая пара городов соединена дорогой с односторонним движением. Докажите, что существует такой город, находясь в котором можно приехать в любой другой город, не нарушая правил дорожного движения.
5. Докажите неравенство: $\dfrac{a_1^2}{b_1^2}+\dfrac{a_2^2}{b_2^2}+\ldots+\dfrac{a_n^2}{b_n^2} \geq n\left(\dfrac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{b_1+b_2+\ldots+b_n}\right)^2$, где $a_1, a_2, \ldots, a_n, b_1, b_2, \ldots, b_n$ — положительные числа.
6. Докажите, что шахматную доску размером m*n можно разрезать на прямоугольники размером 1*k, k=4, тогда и только тогда, когда одно из чисел m или n делятся на k .
7. Имеется большая плитка шоколада размером 2002*2003. Два пионера по очереди разламывают ее по прямым линиям, разделяющим плитку на маленькие квадратики 1*1. Проигрывает тот, кто первым отломает квадратик 1*1. Кто из пионеров выиграет при правильной стратегии: тот, кто отламывает первым, или тот, кто отламывает вторым?
8. Можно ли из чисел 1, 1/2, 1/3, …, 1/n, … выбрать 2002 числа так, чтобы они образовывали арифметическую прогрессию.
9. Решите уравнение: $x^4+2y^4+4z^4=8xyz-2$.
10. Есть «кубик» 2001*2002*2003. Сколько разрезов (распилов) надо произвести, чтобы разрезать «куб» на кубики 1*1*1, если каждый разрез происходит по плоскости, и после каждого разреза части можно совмещать любым образом и пилить несколько частей сразу.