Уважаемый старшеклассник!

*Вашему вниманию предлагается Заочная физико-математическая олимпиада, которая традиционно проводится **Ф**акультетом **М**олекулярной и **Б**иологической **Ф**изики **МФТИ**. Задачи, приведенные ниже, представляют собой удивительный сплав необычности повседневных жизненных ситуаций и необходимости творческого подхода к ним. Если Вы решаете такие задачи, Вы приобщаетесь к тому прекрасному и благородному, что движет физтехами уже многие годы. Если Вы можете решить такие задачи, Ваше место среди нас.*

Еще одной целью олимпиады является предоставление возможности попробовать свои силы в самостоятельном осмысленном использовании дополнительных источников знаний. Такие навыки необходимы настоящему исследователю, независимо от того, в какой области он применяет свой интеллект.

Всем участникам олимпиады будут высланы подробные решения задач, информация о факультете, дипломы участника олимпиады.

Если Вы не смогли решить какую-либо задачу, не огорчайтесь – ведь правильное решение даже половины столь нетривиальных задач дает повод гордиться своими знаниями, а так же шанс получить почетный диплом Победителя олимпиады, что будет учитываться при поступлении на наш факультет.

Решения задач следует присылать в тонкой тетради простой бандеролью по адресу (последнюю строку напишите на конверте буквами побольше):

141700, Московская обл., г. Долгопрудный,
Институтский пер., 9, МФТИ,

Деканат ФМБФ, Олимпиада ФМБФ-2006

Последний срок <u>отправки</u> решения – 15 февраля 2006 года. На титульном листе и <u>на отдельном листочке</u> разборчиво укажите свою фамилию, имя, отчество, почтовый адрес, место учебы, класс, номер в ЗФТШ, нарисуйте табличку для проставления баллов за задачи. Так же просим прислать <u>большой конверт</u> формата А4 с обратным адресом и <u>вложенными в конверт</u> марками.

В электронном виде олимпиада доступна на сайте ФМБФ http://bio.fizteh.ru

Если Вы желаете, чтобы в олимпиадах следующих лет участвовали Ваши авторские задачи, присылайте их почтой или в архивах на bioeditor@mail.ru

Желаем успеха!

Оргкомитет олимпиады

***Задачи предлагали**: Абдулнасыров Эмиль, Григорьев Олег, Дрёмов Дмитрий, Жванский Дмитрий, Костюкевич Юрий, Михеева Анна, Орлов Алексей, Соловейчик Илья, Траньков Сергей, Шава Александр. Часть задач взята из сборников и олимпиадного фольклора Физтеха (понравились очень).*
***Дизайн и организация олимпиады** – Яворский Владислав*

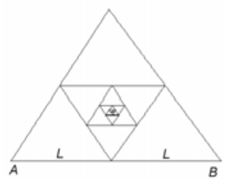
Московский физико-технический институт
Факультет Молекулярной и Биологической Физики

ТРАДИЦИОННАЯ ЗАОЧНАЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

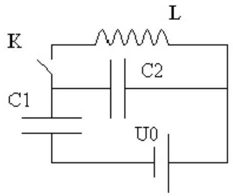
Долгопрудный – 2005

Физика

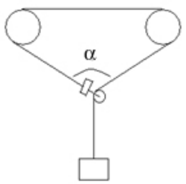
1. (*4 балла*) Найти сопротивление между точками A и B (см. рис.), если сопротивление проволоки длины L равно r.



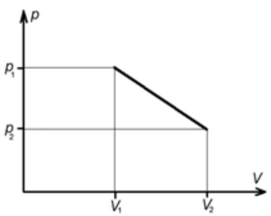
2. (*5 баллов*) На резиновом жгуте подвешен металлический груз так, что вся конструкция погружена в воду. Груз оттягивают вертикально вниз на небольшое расстояние и отпускают. Найти период малых колебаний груза. Сопротивлением воды пренебречь. Модуль Юнга для резины E, плотность воды – $\rho_в$, плотность металла груза – $\rho_м$. Масса груза равна $m_{гр}$, массой жгута можно пренебречь. Изменением площади поперечного сечения жгута в результате его деформации можно пренебречь и считать её равной S_0. Начальная длина жгута – l_0.
3. (*5 баллов*) В схеме на рисунке замыкают ключ К. Найти максимальный ток через катушку. Найти максимальное напряжение на конденсаторе C1. Неидеальностью элементов пренебречь.



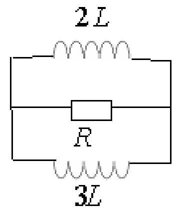
4. (*5 баллов*) На плоскопараллельную пластинку толщиной 0,3 м., показатель преломления которой изменяется с глубиной по закону $n = 4\Big/\left(1+\dfrac{x}{x_0}\right)$, где x_0=0,1 м., падает луч света. Какова будет траектория луча? На какую глубину он продвинется и насколько отклонится к этому моменту от точки падения? Угол падения $\alpha = 30°$.



5. (*4 балла*) Веревка перекинута через два неподвижных гладких блока. На одном конце веревки закреплен невесомый блок, через который переброшен второй конец веревки, к которому прикреплен груз (см. рисунок). Коэффициент трения свободного конца веревки об этот блок равен μ, масса груза m. Найти все возможные значения угла α, при которых система находится в равновесии.
6. (*6 баллов*) Тонкий однородный диск радиуса R и массы m, лежащий на горизонтальной шероховатой поверхности, начинают вращать с постоянной угловой скоростью ω. Известно, что для того, чтобы полностью отшлифовать поверхность, на которой лежит диск, требуется затратить работу A_0 против сил трения. Найти, как будет меняться коэффициент трения между диском и поверхностью в зависимости от времени, если начальный коэффициент трения диска о поверхность равен μ_0, а скорость вращения ω поддерживается постоянной.
7. (*4 балла*) На графике $p(V)$ представлен процесс, происходящий с идеальным одноатомным газом. Найдите зависимость теплоемкости газа как функцию от объема $C(V)$. Величины V_1 и количество моль газа ν считать известными, $p_1=2p_2$, $V_2=2V_1$.



8. (*5 баллов*) Первокурсник Вася охлаждает чай в термосе, имеющий температуру T_0=80 ^{0}C, следующим образом: опускает в чай ложку, имеющую температуру окружающего воздуха $T_В$=20^{0}C, дожидается, пока она нагреется в термосе до температуры чая, достает ложку и охлаждает её до температуры $T_В$. Затем все повторяет снова. Какое минимальное число раз должен Вася провести эту процедуру, чтобы охладить чай по крайней мере на ΔT=20^{0}C? Известно, что $c_ч M_ч = 2005 c_л m_л$, теплообмена между воздухом и чаем нет, испарением пренебречь.
9. (*5 баллов*) Схема, изображенная на рисунке, содержит две идеальных (активное сопротивление равно нулю) катушки индуктивности $2L$ и $3L$, и резистор сопротивлением R. В начальный момент времени в катушках протекает ток I_0. Через некоторое время из катушки $2L$ резко (мгновенно) вынимают сердечник, так что индуктивность этой катушки уменьшается вдвое. Найти какое количество теплоты выделиться на резисторе после этого.



10. (*7 баллов*) Тонкую однородную палочку положили в параболическую ямку с гладкими стенками вида $y=kx^2$, k=2/3. В положении равновесия она составила с горизонтом угол φ>0. Найти частоту малых колебаний палочки в ямке.

Математика

1. (*3 балла*) Оказалось, что во вновь сформированной студенческой спортивной секции некоторые студенты знакомы между собой, а некоторые – нет. В первый день учебы каждая девушка мечтательно посмотрела на каждого из знакомых ребят, а каждый парень мечтательно посмотрел на каждую из незнакомых девушек. Всего было 117 мечтательных взглядов. Сколько в секции парней и девушек, если всего их не более 40 человек?
2. (*5 баллов*) Даны две окружности, радиусы которых 1 и 3. Расстояние между центрами окружности 10. Найти геометрическое место точек – середин отрезков, соединяющих точки данных окружностей.
3. (*6 баллов*) Решите уравнение $x^{x+y}=y^{y-x}$ в натуральных числах.
4. (*5 баллов*) В ΔABC $\angle B = 50^0$, на сторонах AB и AC выбраны точки L и D соответственно так, что $\angle BDC = \angle LDA = 70^0$. На отрезке LD выбрана точка K так, что $\angle AKC = 130^0$. Найти $\angle KCB$.
5. (*5 баллов*) Доказать, что для каждого простого числа m неравенство $\{n\sqrt{m}\} \ge 1\big/2n\sqrt{m}$ верно для всех $n \in N$, $\{x\}$ – дробная часть числа x.
6. (*3 балла*) Найти количество цифр в числе $[\pi^{2005}]$, где $[x]$ – целая часть числа x.
7. (*6 баллов*) Оргкомитет по проведению заочной олимпиады ФМБФ МФТИ состоит из $N \ge 3$ человек. Решения задач олимпиады хранятся в сейфе. Какое минимальное число замков должен иметь сейф, сколько ключей к ним надо сделать и как их разделить между членами оргкомитета, чтобы доступ к сейфу был возможен только тогда, когда соберется не меньше чем 2/3 членов оргкомитета?
8. (*6 баллов*) В некоторый нулевой момент времени в центре прямоугольной системы координат $Oxyz$ находится бактерия. Через одну минуту она делится на 6 таких же бактерий, которые перемещаются в разные стороны на единицу длины параллельно одной из осей. Такое превращение происходит каждую минуту с каждой бактерией. Если в какой-то момент времени в одной точке окажется 2 бактерии или больше, они мгновенно взаимоуничтожаются. Сколько бактерий существует в момент времени 2000 минут, сразу после взаимоуничтожения в этот момент времени?
9. (*7 баллов*) Пусть $a_{n,1} = 2(n-1)+1$, $a_{n,2} = na_{n,1} + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i,1}$, …, $a_{n,k} = na_{n,k-1} + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i,k-1}$, $n \in \mathrm{N}$.

   Доказать, что $\sum_{i=1}^{n} a_{i,k} = n^{k+1}$
10. (4 балла) Канал, берега которого параллельные прямые, поворачивает под прямым углом, причём до поворота его ширина a, а после поворота – b. При какой длине d через такой поворот может проплыть тонкое бревно?