

**МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)**

www.mipt.ru

ФАКУЛЬТЕТ АЭРОФИЗИКИ И КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

faki.fizteh.ru



**ЗАОЧНАЯ ОЛИМПИАДА ФАКИ ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ
АБИТУРИЕНТ 2009**

Долгопрудный 2008

Дорогой участник олимпиады!

Вашему вниманию предлагается заочная олимпиада, которая проводится Факультетом аэрофизики и космических исследований МФТИ. Московский физико-технический институт (или, как его часто называют, Физтех), более 60 лет готовит специалистов высшей квалификации, работающих в разнообразных интеллектуальных сферах – на передовом крае современной науки, техники и бизнеса. В частности, ФАКИ имеет более 15 специальностей, связанных с науками о Земле, механикой, космонавтикой, математическим моделированием, информационными технологиями.

Эта олимпиада представляет собой набор разнообразных задач: классических и нетривиальных, теоретических и экспериментальных, точных и оценочных. Все они отражают разнообразность деятельности и множество возможностей на ФАКИ. Решение каждой задачи индивидуально и требует немалых умственных затрат, так что просим вас сосредоточиться и подойти к этому процессу творчески. Если не успеваете решить все задачи, то не отчаивайтесь и присылайте то, что есть.

По результатам проверки 20% участников, набравших максимальное количество баллов, получают почетные дипломы победителей олимпиады. Все остальные получают дипломы участника. Наличие диплома не дает каких-либо официальных льгот при поступлении в МФТИ, однако оно будет учитываться приемной комиссией при поступлении на наш факультет.

Всем участникам будут высланы подробные решения задач.

Решения всех задач просьба присылать в тонкой тетради простой бандеролью по адресу:

***141700, Московская обл., г. Долгопрудный,
Институтский пер., 9, МФТИ
Деканат ФАКИ, Заочная олимпиада ФАКИ (2008-2009)***

На тетрадь следует приклеить прилагающийся листок с полной информацией об участнике (заполнять поля: имя, фамилия, отчество, почтовый адрес, номер школы, класс, номер в ЗФТШ (если есть)). Так же просим присылать большой конверт формата А4 с вложенными марками.

Можно также присылать решения в электронном виде (в виде документа формата PDF или Word, версия Word не выше 2003), по e-mail: **olympiad_2009@mail.ru**.

Тема электронного письма – «Фамилия Имя», размер не более 5 Мб, в письме и на первом листе присоединенного документа – полная информация об участнике: имя, фамилия, отчество, почтовый адрес, номер школы, класс, номер в ЗФТШ (если есть). Вопросы можно задавать по этому же адресу, тема письма «Вопрос по олимпиаде».

Крайний срок отправки решений: 1 марта 2009 г.

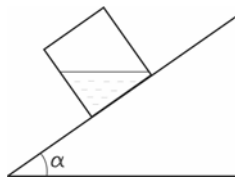
Задачи предлагали: Баранов Г., Билоус А., Гусев Н., Завьялова Н., Завьялов И., Козленко С., Негодяев С.С.

Редактор: Завьялова Н.

Корректор: Билоус А.

ФИЗИКА

1. Бак с водой стоит на гладком клине с углом раствора α , затем бак отпускают, и он без трения скользит по клину. Как будет выглядеть линия раздела воды и воздуха в баке?



2. В эпоху нового времени при изучении баллистических свойств гладкоствольных ружей был поставлен следующий эксперимент. Ружьё жестко зажималось в тиски. Перпендикулярно прямой, проходящей вдоль оси ружья, устанавливались широкие, бумажные экраны, и по дыркам остающимся в экранах можно было восстановить траекторию полета пули. В ходе экспериментов ствол ружья был загнут на 4° , и получен следующий результат. Пули действительно вылетали под углом к прямой траектории, на который был загнут ствол, но потом начинали загибать в обратную сторону, и отклоняться под углом, противоположным первоначальному загибу ружья (см. рисунок 1). При этом все пули летели по схожей траектории¹.



Рисунок 1

Принципиальных различий между гладкоствольным и нарезным ружьем два. Во-первых, в гладкоствольном стенка ружья лишены всяких бороздок и царпин, во-вторых, пуля в гладкоствольном ружье представляет собой шарик, который по диаметру меньше чем диаметр ствола, делается это для удобства зарядания.

Задача:

- а)** Дать качественное объяснение, почему пуля летит по такой дугообразной траектории.
- б)** Оценить, под каким углом нужно загнуть ствол ружья, чтобы можно было поразить круглую цель диаметром 1 метр, на как можно большем расстоянии. Считать, что пуля представляет свинцовый шарик радиусом сантиметр.
3. Из опыта известно, что скорость волн на поверхности океана, длина которых $\lambda_1 = 10\text{ м}$ (расстояние между гребнями), равна 4 м/с^2 . Предположим, что в океане на большой глубине образовалась граница раздела, выше которой находится менее соленая вода, а ниже – более соленая, так, что разность плотностей между ними $\rho_2 - \rho_1 = 1\text{ кг/м}^3$. По этой границе могут бежать волны (так называемые внутренние). Найти скорость таких волн, если их длина $\lambda_2 = 10\text{ м}$. Амплитуду волн считать малой.

¹ Следует отметить, что если ствол ружья был прямым, то все пули летели по разным траекториям, и точность у такого ружья была крайне низкой.

4. Пять точек попарно соединены конденсаторами ёмкости C . Какова ёмкость C_0 между любыми двумя из этих точек?

5. Формула подсчета периода колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}$$

(где T - период колебаний, l – расстояние от массы до точки

подвеса, а g – ускорение свободного падения) действует только при малых углах отклонения маятника. Установить экспериментально² при каких значениях угла отклонения математического маятника от положения равновесия целесообразно применение данной формулы.

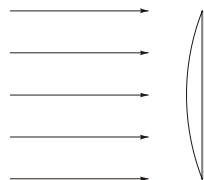
6. *Принцип действия системы GPS-глонасс: на орбите находится спутниковая группировка, у каждого спутника очень точно известна орбита и на каждом установлены очень точные часы. Каждый спутник постоянно излучает сигнал в котором сообщается его бортовое время и его номер. На Земле в приемнике записаны параметры всех орбит, по номеру спутника приемник узнает с какой орбиты пришел сигнал, по получаемому времени он узнает положение спутника на орбите в момент испускания пойманного сигнала и по разности своего и спутникового времени умноженного на скорость света приемник узнает расстояние до спутника. Если прибор получит сигналы от трех разных спутников, то по пересечению трех получаемых сфер приемник восстанавливает свое положение в пространстве.*

На некоторой планете колонисты решили создать подобную систему, запустили спутники, заложили принцип, изложенный выше, однако точность их приемников с течением времени быстро портилась.

Какой эффект не учли колонисты? Скорость спутников 10 км/с (для простоты считаем их орбиты круговыми и одинаковыми по высоте), а время одного оборота спутника вокруг планеты 1 час, (параметры близкие к земным). Какая будет ошибка в определении места положения приемника после того, как точно выставленные по времени и положению спутники совершат один оборот?

7. Оценить давление, действующее на единичную площадку спускаемого аппарата, движущегося со скоростью V в ионосфере. Площадка ориентирована перпендикулярно направлению полета. Концентрация частиц n_0 , считать частицы одинаковыми с массой M .

8. Плоскую поверхность плосковыпуклой линзы с фокусным расстоянием F посеребрили. На линзу падает пучок лучей, параллельных главной оптической оси (см. рис.). В какой точке пересекутся лучи?



² Следует описать эксперимент: название, ход работы, измерительные приборы и их параметры, саму установку.

МАТЕМАТИКА

1. Три мудреца сидят и спорят кто из них мудрее. К ним подходит четвертый мудрец и говорит, что может разрешить их спор. Показывает им 3 белых колпака и 2 черных, потом одевает каждому по белому колпаку и говорит, что самым мудрым будет тот, кто догадается какой колпак надет на нем, видя колпаки двух других. Как каждому мудрецу угадать цвет своего колпака?
2. Можно ли расставить на футбольном поле четырех футболистов так, чтобы попарные расстояния между ними равнялись 1, 2, 3, 4, 5 и 6 метров?
3. Даны четыре сферы радиусами R_1 , R_2 , R_3 и R_4 , каждая из которых касается трёх остальных внешним образом. Найти радиус пятой сферы, касающейся всех этих сфер. Рассмотреть два случая:
 - а) $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$
 - б) $R_1 \neq R_2 \neq R_3 \neq R_4$ (считать, что такая сфера существует)
4. Есть корзина с шариками трех цветов, каждого из которых 10 шт. Какая вероятность достать из корзины 3 шарика разных цветов?
5. Найти все x для которых справедливо неравенство: $\sin x \leq \operatorname{tg} x \leq \operatorname{ctg} x \leq \cos x$
6. Существует ли многочлен $P(x)$ 2008-ой степени такой, что $P(x^2 - 1)$ делится на $P(x)$?
7. Окружности S_1 и S_2 с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B . Пусть M - произвольная точка окружности S_1 . MA пересекается с S_2 в точке P , а MB пересекается с S_2 в точке Q . Докажите, что если AO_1BO_2 можно вписать в окружность, то AQ и BP пересекаются на S_1 .
8. Обозначим через A_1 , A_2 , A_3 вершины равностороннего треугольника, вписанного в окружность. Покажите, что для любой точки P на окружности сумма длин двух меньших отрезков среди отрезков PA_1 , PA_2 , PA_3 равняется длине третьего.

ЗАОЧНАЯ ОЛИМПИАДА ФАКИ

Фамилия: _____

Имя: _____

Отчество: _____

Почтовый адрес (с индексом):

Номер школы: _____

Класс: _____

Номер в ЗФТШ (если есть): _____

Проверяющие (заполняется оргкомитетом):

Физика: _____

Математика: _____

Физика	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Итог:	

Математика	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Итог:	