

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 1 2009–2010 уч. год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. ③ Найти наибольшую кривизну кривой $y = \frac{2 \ln x - x^2}{4}$.

2. Вычислить интегралы:

a) ⑤ $\int \frac{4x^3 + 7x^2 - 13x - 7}{(2x - 1)^2(x^2 + 2x + 10)} dx;$

b) ④ $\int \frac{\exp \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}} dx.$

3. ③ Найти $y^{(n)}(x)$, $n \geq 3$, если $y = (2x + 3)^2 \log_3 \sqrt{(3 - 2x)^3}$.

4. ④ Функцию $y = (x^2 + 2x - 2)2^{(1-2x-x^2)}$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$ до $o((x - x_0)^{2n+1})$.

5. Построить графики функций:

a) ⑤ $y = \frac{x^2(x - 4)}{2(x + 2)^2};$

b) ⑥ $y = \sqrt[3]{|x - 2|(x + 3)^2}.$

6. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sqrt{1 + 2x + 3x^2} - \arcsin 2x) + 1 + 2x - e^x}{\operatorname{sh}(\operatorname{tg} x) - \operatorname{arctg}(\sin x)}$$

7. ⑥ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \sin(\sqrt[3]{1 - 3x} - \sqrt[3]{1 + 3x})}{\ln(\cos 2x)} \right) \frac{16x}{\operatorname{th} 2x - \operatorname{tg} 2x}$$

8. ⑧ Построить кривую $x(t) = \frac{t^2 + 3t + 6}{t + 1}$, $y(t) = -\frac{t^2 + 7t + 14}{t + 5}$.

9. ⑥ (Мортон Браун). Последовательность задана рекуррентно: $x_n = |x_{n-1}| - x_{n-2}$, $x_1 = 1/5$, $x_2 = 1/7$. Найдите x_{2010} . Является ли последовательность сходящейся? Ответ следует обосновать.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 1 2009–2010 уч. год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ③ Найти наибольшую кривизну кривой $y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$, $x > 0$.

2. Вычислить интегралы:

а) ⑤ $\int \frac{2x^3 + 4x^2 + 13x + 1}{(x^2 - 1)(x^2 + 4)} dx;$

б) ④ $\int e^{2x} \sin(e^x) dx.$

3. ③ Найти $y^{(n)}(x)$, $n \geq 3$, если $y = (2 - 4x)^2 \cos^2(4x)$.

4. ④ Функцию $y = (x - 1) \log_3(5x - x^2)$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 3$ до $o((x - x_0)^n)$.

5. Построить графики функций:

а) ⑤ $y = \frac{2x^2(x - 2)}{(x + 1)^2};$

б) ⑥ $y = \sqrt[3]{|x - 1|(x + 4)^2}.$

6. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left(\exp \left(x - \frac{x^2}{2} \right) - \operatorname{th} 2x \right) - \sqrt{1 - 2x} + 1}{\operatorname{tg}(\sin x) - \arcsin(\operatorname{arctg} x)}.$$

7. ⑥ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos(\sqrt{1 + 2x} - \sqrt{1 - 2x}) - 1}{\ln(1 - \arcsin 2x) + 2x + 4x^3} \right)^{\frac{x}{\operatorname{sh} 2x - \sin 2x}}$$

8. ⑧ Построить кривую $x(t) = \frac{t^2 + 3t + 3}{t + 1}$, $y(t) = \frac{t^2 - t + 1}{t - 1}$.

9. ⑥ (Хадвигер). Последовательность задана рекуррентно:

$$x_n = (1 + x_{n-1} + x_{n-2})/x_{n-3}, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 1.$$

Найдите x_{2010} . Является ли последовательность сходящейся? Ответ следует обосновать.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 1 2009–2010 уч. год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. ③ Найти наибольшую кривизну кривой $y = 2 \ln \left(1 - \frac{x^2}{4} \right)$.

2. Вычислить интегралы:

a) ⑤ $\int \frac{2x^3 - 17x^2 - 8x - 16}{(x-1)^2(4x^2 + 4x + 5)} dx;$

b) ④ $\int \frac{\ln(1 + \sqrt[3]{x})}{\sqrt{x}} dx.$

3. ③ Найти $y^{(n)}(x)$, $n \geq 3$, если $y = (2 + 3x)^2 \log_2 \sqrt[3]{(2 - 3x)^2}$.

4. ④ Функцию $y = (x^2 - 4x + 5)3^{(-1+4x-x^2)}$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 2$ до $o((x - x_0)^{2n+1})$.

5. Построить графики функций:

a) ⑤ $y = \frac{x^2(x+4)}{2(x-2)^2};$

b) ⑥ $y = \sqrt[3]{|x-3|(x+5)^2}.$

6. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\ln(1-x-x^2)} + e^{2x} - \frac{x}{2} - \operatorname{ch} \frac{x}{2}}{\operatorname{th}(\sin x) - \arcsin(\operatorname{tg} x)}.$$

7. ⑥ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \operatorname{sh} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-3x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{1+3x}} \right)}{\ln(\operatorname{ch} 2x)} \right)^{\frac{3x}{\operatorname{arctg} 3x - \operatorname{tg} 3x}}$$

8. ⑧ Построить кривую $x(t) = -\frac{t^2 + 4t + 8}{t + 2}$, $y(t) = \frac{t^2 + 9t + 22}{t + 6}$.

9. ⑥ Последовательность задана рекуррентно: $x_{n+1} = 1/2 + \sqrt{x_n - x_n^2}$, $x_1 = a > 1/2$. Найдите x_{2010} . Является ли последовательность сходящейся? Ответ следует обосновать.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 1 2009–2010 уч. год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. ③ Найти наибольшую кривизну кривой $y = 2\text{ch}\left(\frac{x}{2}\right)$.

2. Вычислить интегралы:

а) ⑤ $\int \frac{x^3 + 3x^2 + 62x - 18}{x(3x - 1)(x^2 + 9)} dx;$

б) ④ $\int \cos \sqrt{x} dx.$

3. ③ Найти $y^{(n)}(x)$, $n \geq 3$, если $y = (4 - 3x)^2 \sin^2(3x)$.

4. ④ Функцию $y = (x + 1) \log_2(4 - 3x - x^2)$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -2$ до $o((x - x_0)^n)$.

5. Построить графики функций:

а) ⑤ $y = \frac{2x^2(x + 2)}{(x - 1)^2};$

б) ⑥ $y = \sqrt[3]{|x - 2|(x + 4)^2}.$

6. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\ln\left(1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3}\right) + \frac{2}{2+x} + \cos \frac{x}{2} \sqrt{\frac{11}{6}} - 2}{\sin(\text{arctg } x) - \text{tg}(\text{arcsin } x)}.$$

7. ⑥ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\text{ch}(\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-2x}) - 1}{2x + 4x^3 - \ln(1 + \text{sh } 2x)} \right)^{\frac{-2x}{\text{th } 2x - \text{arcsin } 2x}}$$

8. ⑧ Построить кривую $x(t) = -\frac{1+t^2}{t}$, $y(t) = \frac{4t-t^2-5}{t-2}$.

9. ⑥ (Эйлер). Последовательность задана рекуррентно: $x_n = (1 + x_{n-1})/x_{n-2}$, $x_1 = \pi$, $x_2 = e$. Найдите x_{2010} . Является ли последовательность сходящейся? Ответ следует обосновать.

Вариант 1

1. ③ $k(x) = \frac{4x}{(1+x^2)^2}$, $x_{\max} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $k_{\max} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

2a). ⑤ $\frac{4x^3 + 7x^2 - 13x - 7}{(2x-1)^2(x^2+2x+10)} = -\frac{1}{(2x-1)^2} + \frac{x+3}{x^2+2x+10}$;

$$\int \frac{4x^3 + 7x^2 - 13x - 7}{(2x-1)^2(x^2+2x+10)} dx = \frac{1}{2} \frac{1}{2x-1} + \frac{1}{2} \ln(x^2+2x+10) + \frac{2}{3} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{3} + C.$$

2b). ④ $\int \frac{\exp \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}} dx = 3(\sqrt[3]{x} - 1) \exp(\sqrt[3]{x}) + C.$

3. ③

$$y^{(n)}(x) = -\frac{3 \cdot 2^{n-1} (n-3)!}{(3-2x)^n \ln 3} \left[(n-1)(n-2)(2x+3)^2 + 2n(n-2)(2x+3)(3-2x) + n(n-1)(3-2x)^2 \right].$$

4. ④ $y = -12 - 4 \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{\ln 2} + 3 \right) \frac{(-1)^k (\ln 2)^k (x+1)^{2k}}{k!} + o((x+1)^{2n+1}).$

5a). ⑤

$$y'(x) = \frac{1}{2} \frac{x(x^2+6x-16)}{(x+2)^3};$$

$$y''(x) = \frac{4(7x-4)}{(x+2)^4};$$

$$x_{\max} = 0, y_{\max} = 0;$$

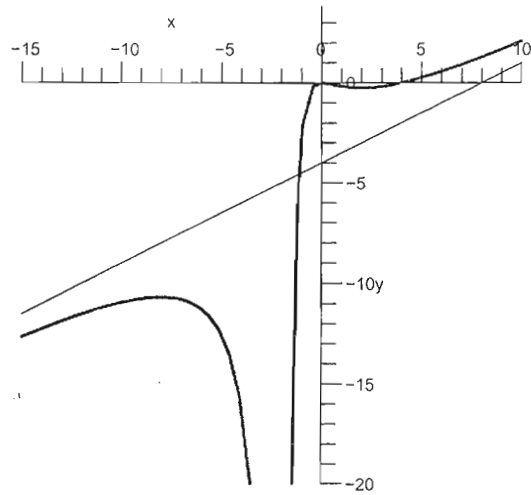
$$x_{\max} = -8, y_{\max} = -\frac{32}{3};$$

$$x_{\min} = 2, y_{\min} = -\frac{1}{4};$$

точка перегиба $\left(\frac{4}{7}, -\frac{16}{189} \right)$;

вертикальная асимптота: $x = -2$;

наклонная асимптота: $y = \frac{x}{2} - 4$.



5b). ⑥

при $x \geq 2$: $y'(x) = \frac{1}{3} \frac{3x-1}{(x-2)^{2/3}(x+3)^{1/3}}$;

$$y''(x) = -\frac{50}{9} \frac{1}{(x-2)^{5/3}(x+3)^{4/3}};$$

при $x \leq 2$: $y'(x) = -\frac{1}{3} \frac{3x-1}{(2-x)^{2/3}(x+3)^{1/3}}$;

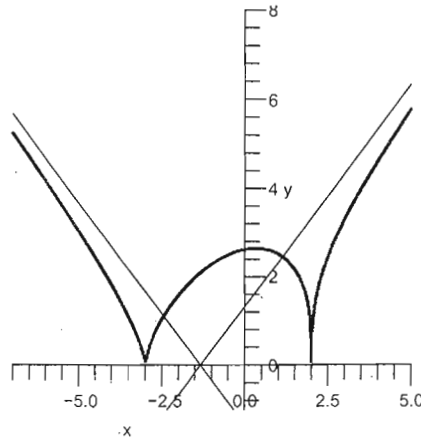
$$y''(x) = -\frac{50}{9} \frac{1}{(2-x)^{5/3}(x+3)^{4/3}};$$

$$x_{\min} = -3, y_{\min} = 0; x_{\min} = 2, y_{\min} = 0;$$

$$x_{\max} = \frac{1}{3}, y_{\max} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{3} \approx 2.7;$$

наклонные асимптоты: $y = x + \frac{4}{3}, x \rightarrow +\infty$;

$y = -x - \frac{4}{3}, x \rightarrow -\infty$.



6. ⑤ Числитель: $-\frac{11}{6}x^3 + o(x^3)$. Знаменатель: $x^3 + o(x^3)$. Ответ: $-\frac{11}{6}$.

7. ⑥ Степень: $\frac{1}{-\frac{x^2}{3} + o(x^2)}$. Основание: $\frac{-2x^2 - 2x^4 + o(x^4)}{-2x^2 - \frac{4x^4}{3} + o(x^4)} = 1 + \frac{x^2}{3} + o(x^2)$. Ответ: e^{-1} .

8. ⑧

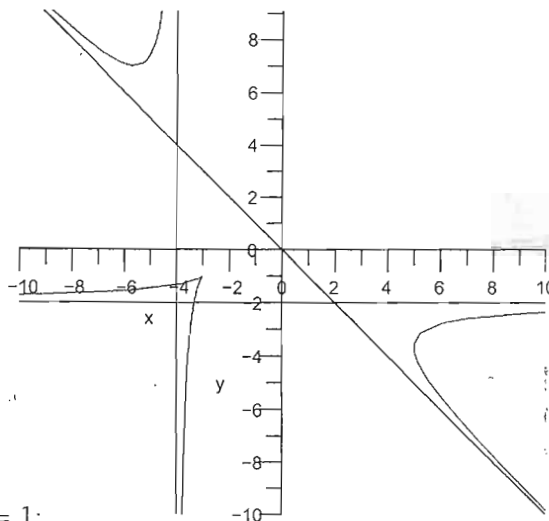
$$\dot{x}(t) = \frac{(t-1)(t+3)}{(t+1)^2};$$

$$\dot{y}(t) = -\frac{(t+3)(t+7)}{(t+5)^2};$$

$$y'_x = -\frac{(t+7)(t+1)^2}{(t-1)(t+5)^2};$$

$$y''_{xx} = \frac{96(t+1)^3}{(t+3)(t-1)^3(t+5)^3}.$$

$x = -4$ — вертикальная асимптота $t \rightarrow -5$;
 $y = -2$ — горизонтальная асимптота $t \rightarrow -1$;
 $y = -x$ — наклонная асимптота $t \rightarrow \pm\infty$.



$A(-3, -1)$ — точка возврата при $t = -3$, $y'_x(-3) = 1$;

$B\left(-\frac{17}{3}, 7\right)$ — точка локального минимума при $t = -7$;

$C\left(5, -\frac{11}{3}\right)$ — точка с вертикальной касательной при $t = 1$.

9. ⑥ Последовательность периодическая, $x_{2010} = \frac{2}{35}$.

Вариант 2

1. ③ $k_{\max} = \frac{5}{8} \sqrt[4]{135}$.

2a). ⑤ $\frac{2x^3 + 4x^2 + 13x + 1}{(x^2 - 1)(x^2 + 4)} = \frac{1}{x + 1} + \frac{2}{x - 1} - \frac{x - 3}{x^2 + 4}$;

$$\int \frac{2x^3 + 4x^2 + 13x + 1}{(x^2 - 1)(x^2 + 4)} dx = \ln|x + 1| + 2 \ln|x - 1| - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 4) + \frac{3}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C.$$

2b). ④ $\int e^{2x} \sin(e^x) dx = \sin(e^x) - e^x \cos(e^x) + C.$

3. ③ $y^{(n)}(x) = 8^{n-1} \left[4(2 - 4x)^2 \cos\left(8x + \frac{\pi n}{2}\right) - 4n(2 - 4x) \sin\left(8x + \frac{\pi n}{2}\right) - n(n - 1) \cos\left(8x + \frac{\pi n}{2}\right) \right].$

4. ④ $y = \frac{2 \ln 6}{\ln 3} + \left(\frac{3 \ln 6 - 1}{3 \ln 3} \right) t + \sum_{k=2}^n \left[\frac{(-1)^k (k + 2)}{3^k} - \frac{2(2k - 1)}{2^k} \right] \frac{(x - 3)^k}{k(k - 1) \ln 3} + o((x - 3)^n).$

5a). ⑤

$$y'(x) = \frac{2x(x^2 + 3x - 4)}{(x + 1)^3};$$

$$y''(x) = \frac{4(7x - 2)}{(x + 1)^4};$$

$$x_{\max} = 0, y_{\max} = 0;$$

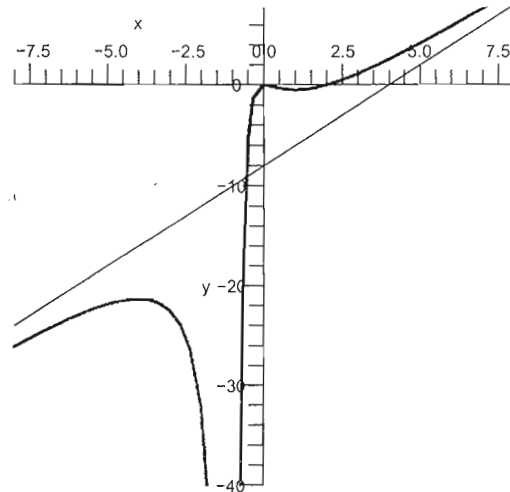
$$x_{\max} = -4, y_{\max} = -\frac{64}{3};$$

$$x_{\min} = 1, y_{\min} = -\frac{1}{2};$$

точка перегиба $\left(\frac{2}{7}, -\frac{32}{189} \right)$;

вертикальная асимптота: $x = -1$;

наклонная асимптота: $y = 2x - 8.$



5b). ⑥

при $x \geq 1$: $y'(x) = \frac{1}{3} \frac{3x + 2}{(x - 1)^{2/3}(x + 4)^{1/3}}$;

$$y''(x) = -\frac{50}{9} \frac{1}{(x - 1)^{5/3}(x + 4)^{4/3}};$$

при $x \leq 1$: $y'(x) = -\frac{1}{3} \frac{3x + 2}{(1 - x)^{2/3}(x + 4)^{1/3}}$;

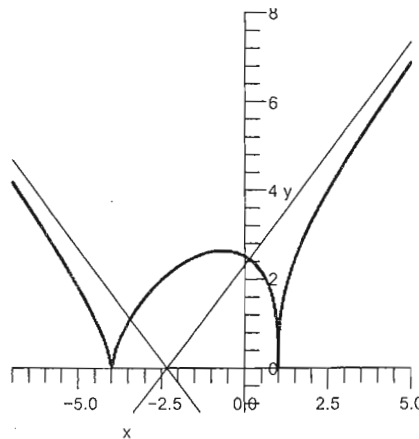
$$y''(x) = -\frac{50}{9} \frac{1}{(1 - x)^{5/3}(x + 4)^{4/3}};$$

$$x_{\min} = 1, y_{\min} = 0; x_{\min} = -4, y_{\min} = 0;$$

$$x_{\max} = -\frac{2}{3}, y_{\max} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{3} \approx 2.7;$$

наклонные асимптоты: $y = x + \frac{7}{3}, x \rightarrow +\infty$;

$y = -x - \frac{7}{3}, x \rightarrow -\infty.$



6. ⑤ Числитель: $\frac{5}{2}x^3 + o(x^3)$. Знаменатель: $\frac{x^3}{3} + o(x^3)$. Ответ: $\frac{15}{2}$.

7. ⑥ Степень: $\frac{1}{\frac{8x^2}{3} + o(x^2)}$. Основание: $\frac{-2x^2 - \frac{4x^4}{3} + o(x^4)}{-2x^2 - \frac{20x^4}{3} + o(x^4)} = 1 - \frac{8x^2}{3} + o(x^2)$. Ответ: e^{-1} .

8. ⑧

$$\dot{x}(t) = \frac{t(t+2)}{(t+1)^2};$$

$$\dot{y}(t) = \frac{t(t-2)}{(t-1)^2};$$

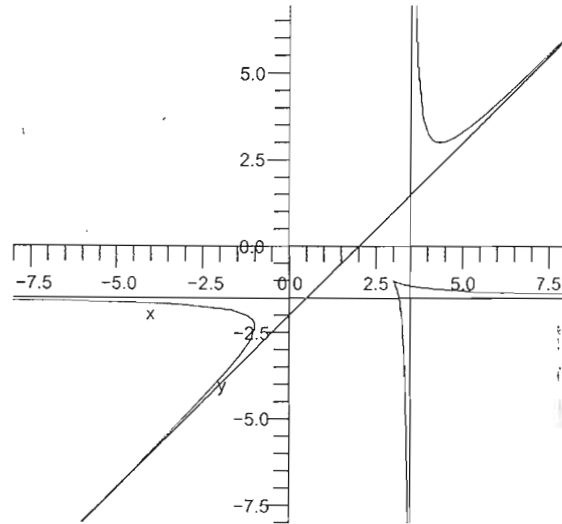
$$y'_x = \frac{(t-2)(t+1)^2}{(t-1)^2(t+2)};$$

$$y''_{xx} = \frac{12(t+1)^3}{t(t-1)^3(t+2)^3}.$$

$x = \frac{7}{2}$ — вертикальная асимптота $t \rightarrow 1$;

$y = -\frac{3}{2}$ — горизонтальная асимптота $t \rightarrow -1$;

$y = x - 2$ — наклонная асимптота $t \rightarrow \pm\infty$.



$A(3, -1)$ — точка возврата при $t = 0$, $y'_x(0) = -1$;

$B\left(\frac{13}{3}, 3\right)$ — точка локального минимума при $t = 2$;

$C\left(-1, -\frac{7}{3}\right)$ — точка с вертикальной касательной при $t = -2$.

9. ⑥ Последовательность периодическая, $x_{2010} = 2$.

Вариант 3

1. ③ $k(x) = \frac{4(4-x^2)}{(4+x^2)^2}$, $x_{\max} = 0$, $k_{\max} = 1$. $y' = \frac{4x}{x^2-4}$; $y'' = -4 \frac{x^2+4}{(x^2-4)^2}$; $K = \frac{2x(x^2-12)}{(x^2+4)^3}$

2a). ⑤ $\frac{2x^3 - 17x^2 - 8x - 16}{(x-1)^2(4x^2+4x+5)} = -\frac{3}{(x-1)^2} + \frac{2x-1}{4x^2+4x+5}$;

$$\int \frac{2x^3 - 17x^2 - 8x - 16}{(x-1)^2(4x^2+4x+5)} dx = \frac{3}{x-1} + \frac{1}{4} \ln(4x^2+4x+5) - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{2} + C.$$

2b). ④ $\int \frac{\ln(1+\sqrt[4]{x})}{\sqrt{x}} dx = 2(\sqrt{x}-1) \ln(1+\sqrt[4]{x}) - \sqrt{x} + 2\sqrt[4]{x} + C.$

3. ③

$$y^{(n)}(x) = -\frac{2 \cdot 3^{n-1} (n-3)!}{(2-3x)^n \ln 2} \left[(n-1)(n-2)(2+3x)^2 + 2n(n-2)(2+3x)(2-3x) + n(n-1)(2-3x)^2 \right].$$

4. ④ $y = 27 + 27 \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k (\ln 3)^k}{k!} \left[1 - \frac{k}{\ln 3} \right] (x-2)^{2k} + o((x-2)^{2n+1}).$

5a). ⑤

$$y'(x) = \frac{x(x^2 - 6x - 16)}{2(x-2)^3},$$

$$y''(x) = \frac{4(7x+4)}{(x-2)^4};$$

$$x_{\max} = 0, y_{\max} = 0;$$

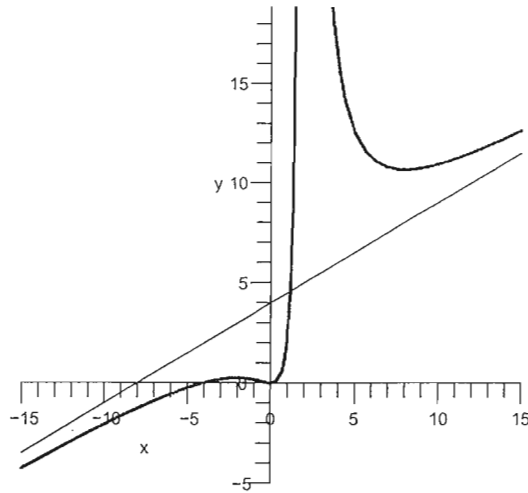
$$x_{\min} = 8, y_{\min} = \frac{32}{3};$$

$$x_{\max} = -2, y_{\max} = \frac{1}{4};$$

точка перегиба $\left(-\frac{4}{7}, \frac{16}{189}\right)$; $K = -\frac{50}{243}$

вертикальная асимптота: $x = 2$;

наклонная асимптота: $y = \frac{x}{2} + 4$.



5b). ⑥

при $x \geq 3$: $y'(x) = \frac{1}{3} \frac{3x-1}{(x-3)^{2/3}(x+5)^{1/3}}$;

$$y''(x) = -\frac{128}{9} \frac{1}{(x-3)^{5/3}(x+5)^{4/3}};$$

при $x \leq 3$: $y'(x) = -\frac{1}{3} \frac{3x-1}{(3-x)^{2/3}(x+5)^{1/3}}$;

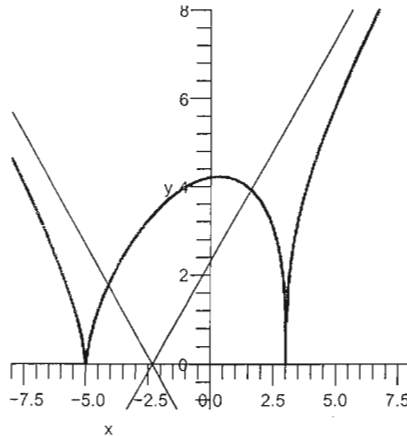
$$y''(x) = -\frac{128}{9} \frac{1}{(3-x)^{5/3}(x+5)^{4/3}};$$

$$x_{\min} = -5, y_{\min} = 0; x_{\min} = 3, y_{\min} = 0;$$

$$x_{\max} = \frac{1}{3}, y_{\max} = \frac{8\sqrt[3]{4}}{3} \approx 4.2;$$

наклонные асимптоты: $y = x + \frac{7}{3}, x \rightarrow +\infty$;

$y = -x - \frac{7}{3}, x \rightarrow -\infty$;



6. ⑤ Числитель: $-\frac{1}{16}x^3 + o(x^3)$. Знаменатель: $-x^3 + o(x^3)$. Ответ: $\frac{1}{16}$.

7. ⑥ Степень: $\frac{1}{-6x^2 + o(x^2)}$. Основание: $\frac{2x^2 + \frac{32}{3}x^4 + o(x^4)}{2x^2 - \frac{4}{3}x^4 + o(x^4)} = 1 + 6x^3 + o(x^2)$. Ответ: e^{-1} .

8. ⑧

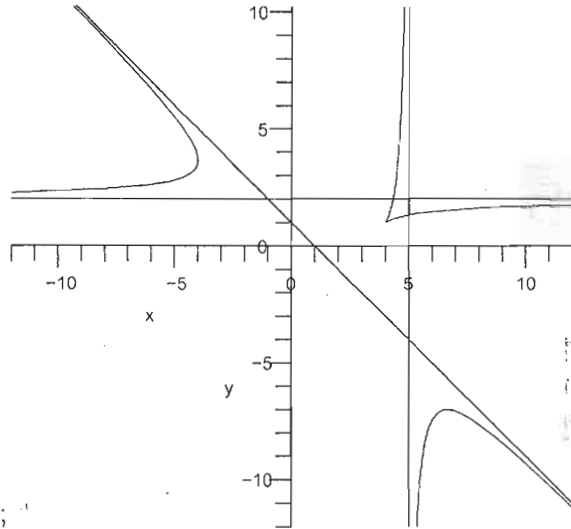
$$\dot{x}(t) = -\frac{t(t+4)}{(t+2)^2};$$

$$\dot{y}(t) = \frac{(t+4)(t+8)}{(t+6)^2};$$

$$y'_x = -\frac{(t+8)(t+2)^2}{t(t+6)^2};$$

$$y''_{xx} = -\frac{96(t+2)^3}{t^3(t+4)(t+6)^3};$$

$$(y'_x)'_t = \frac{96(t+2)}{(t+6)^3 t^2}$$



$x = 5$ — вертикальная асимптота $t \rightarrow -6$;
 $y = 2$ — горизонтальная асимптота $t \rightarrow -2$;
 $y = 1 - x$ — наклонная асимптота $t \rightarrow \pm\infty$;

$A(4, 1)$ — точка возврата при $t = -4$, $y'_x(-4) = 1$;

$B\left(\frac{20}{3}, -7\right)$ — точка локального максимума при $t = -8$;

$C\left(-4, \frac{11}{3}\right)$ — точка с вертикальной касательной при $t = 0$.

9. ⑥ Последовательность периодическая, $x_{2010} = \frac{1}{2} + \sqrt{a - a^2}$.

Вариант 4

1. ③ $k(x) = \frac{1}{2\operatorname{ch}^2 \frac{x}{2}}$, $x_{\max} = 0$, $k_{\max} = \frac{1}{2}$.

2a). ⑤ $\frac{x^3 + 3x^2 + 62x - 18}{x(3x - 1)(x^2 + 9)} = \frac{2}{x} + \frac{1}{3x - 1} + \frac{1 - 2x}{x^2 + 9}$;

$$\int \frac{x^3 + 3x^2 + 62x - 18}{x(3x - 1)(x^2 + 9)} dx = 2 \ln|x| + \frac{1}{3} \ln|3x - 1| - \ln(x^2 + 9) + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C.$$

2b). ④ $\int \cos \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + 2 \cos \sqrt{x} + C.$

3. ③ $f^{(n)}(x) = \frac{6^{n-2}}{2} \left[-6^2(4-3x)^2 \cos\left(6x + \frac{\pi n}{2}\right) + 6^2 n(4-3x) \sin\left(6x + \frac{\pi n}{2}\right) + 9n(n-1) \cos\left(6x + \frac{\pi n}{2}\right) \right].$

4. ④ $y = \frac{1}{\ln 2} \left[-\ln 6 - \left(\ln 6 - \frac{1}{6}\right)t + \sum_{k=2}^n \left(\frac{(-1)^k(3k-1)}{2^k} - \frac{2k+1}{3^k} \right) \frac{(x+2)^k}{k(k-1)} \right] + o((x+2)^n).$

5a). ⑤

$$y'(x) = \frac{2x(x^2 - 3x - 4)}{(x-1)^3};$$

$$y''(x) = \frac{4(7x+2)}{(x-1)^4};$$

$$x_{\min} = 0, y_{\min} = 0;$$

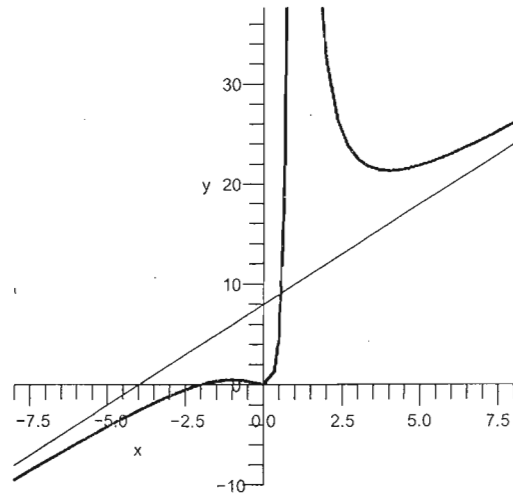
$$x_{\min} = 4, y_{\min} = \frac{64}{3};$$

$$x_{\max} = -1, y_{\min} = \frac{1}{2};$$

точка перегиба $\left(-\frac{2}{7}, \frac{32}{189}\right)$;

вертикальная асимптота: $x = 1$;

наклонная асимптота: $y = 2x + 8$.



5b). ⑥

при $x \geq 2$: $y'(x) = \frac{x}{(x-2)^{2/3}(x+4)^{1/3}}$;

$$y''(x) = -\frac{8}{(x-2)^{5/3}(x+4)^{4/3}};$$

при $x \leq 2$: $y'(x) = -\frac{x}{(2-x)^{2/3}(x+4)^{1/3}}$;

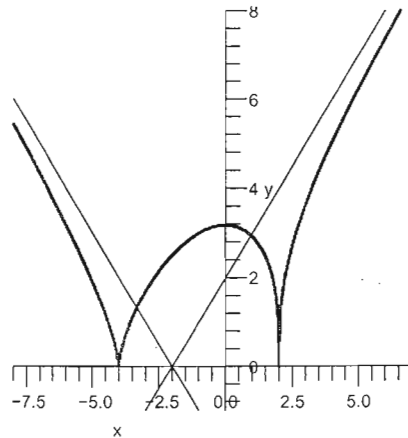
$$y''(x) = -\frac{8}{(2-x)^{5/3}(x+4)^{4/3}};$$

$$x_{\min} = -4, y_{\min} = 0; x_{\min} = 2, y_{\min} = 0;$$

$$x_{\max} = 0, y_{\max} = 2\sqrt[3]{4} \approx 3.2;$$

наклонные асимптоты: $y = x + 2, x \rightarrow +\infty$;

$y = -x - 2, x \rightarrow -\infty$.



6. ⑤ Числитель: $-\frac{1}{8}x^3 + o(x^3)$. Знаменатель: $-x^3 + o(x^3)$. Ответ: $\frac{1}{8}$.

7. ⑥ Степень: $\frac{1}{2x^2 + o(x^2)}$. Основание: $\frac{2x^2 + \frac{8}{3}x^4 + o(x^4)}{2x^2 + \frac{20}{3}x^4 + o(x^4)} = 1 - 2x^2 + o(x^2)$. Ответ: e^{-1} .

8. ⑧

$$\dot{x}(t) = -\frac{t^2 - 1}{t^2};$$

$$\dot{y}(t) = -\frac{(t-3)(t-1)}{(t-2)^2};$$

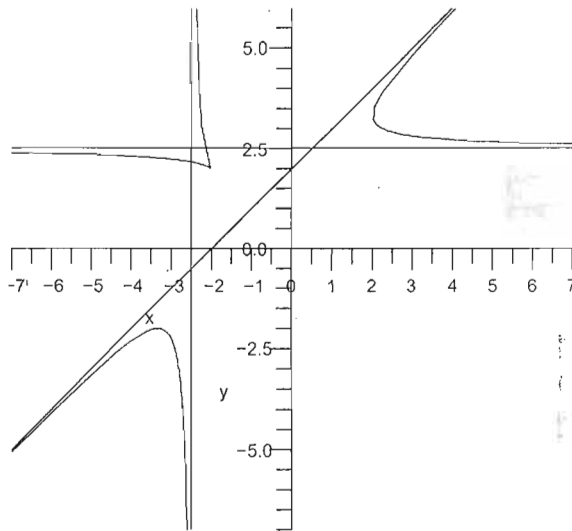
$$y'_x = \frac{t^2(t-3)}{(t+1)(t-2)^2};$$

$$y''_{xx} = -\frac{12t^3}{(t+1)^3(t-2)^3(t-1)}.$$

$x = -\frac{5}{2}$ — вертикальная асимптота $t \rightarrow 2$;

$y = \frac{5}{2}$ — горизонтальная асимптота $t \rightarrow 0$;

$y = x + 2$ — наклонная асимптота $t \rightarrow \pm\infty$.



$A(-2, 2)$ — точка возврата при $t = 1$, $y'_x(1) = -1$;

$B\left(-\frac{10}{3}, -2\right)$ — точка локального максимума при $t = 3$;

$C\left(2, \frac{10}{3}\right)$ — точка с вертикальной касательной при $t = -1$.

9. ⑥ Последовательность периодическая, $x_{2010} = \frac{1 + \pi}{e}$.