

Семестровая контрольная работа по математическому анализу
1 семестр 2007/08 уч.г.

№ группы	Фамилия студента	Сумма баллов	Оценка	Подпись препод.

1 ② Найти производную функции (ответ можно не упрощать)

$$y = \frac{(\ln \operatorname{arctg} x)^{x^2}}{\operatorname{ch} \left(1 + 4 \sqrt[3]{x + e^{-x}} \right)}$$

2 Вычислить интегралы

а) ④ $\int \frac{10x^2 + x}{(3x - 1)(x^2 + x + 1)} dx$ б) ⑤ $\int \ln(1 + \sqrt{x}) dx$

3 ③ Найти y'_{xx} и y''_{xx} , если

$$x(t) = \operatorname{ch} \sqrt{t} + 3\sqrt{t}, \quad y(t) = \operatorname{ch} \sqrt{t} - 3\sqrt{t}$$

4 ④ Найти $y^{(n)}$ при $n \geq 2$, если

$$y = (x^2 + 3x + 1) \sqrt{2x + 1}$$

5 ⑤ Представить формулой Тейлора функцию

$$y = \left(\frac{x}{2} - 1 \right) \ln(4x - x^2)$$

в окрестности точки $x_0 = 2$ до $o((x - 2)^{2n})$

6 ⑤ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\sqrt{1 + 2x} \cos x - \frac{\arcsin x}{1 + x} \right) \frac{x}{(1 - \operatorname{ch} x)^2}$$

7 ⑤ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x^2 - \operatorname{ch} x^2 - \ln(1 + x)}{\operatorname{tg}(\operatorname{sh} x) - \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x)}$$

Семестровая контрольная работа по математическому анализу
1 семестр 2007/08 уч.г.

№ группы	Фамилия студента	Сумма баллов	Оценка	Подпись препод.
----------	------------------	--------------	--------	-----------------

1 ② Найти производную функции (ответ можно не упрощать)

$$y = \frac{(\operatorname{ch} \arccos x)x^3}{\operatorname{sh}(\sqrt[7]{x} - \sin x - 9)}$$

2 Вычислить интегралы

а) ④ $\int \frac{3x^2 + 8x}{(4x + 1)(x^2 + x + 2)} dx$ б) ⑤ $\int \operatorname{arctg} \sqrt{1-x} dx$

3 ③ Найти y'_{xx} и y''_{xx} , если

$$x(t) = \sqrt{t} - e^{1+\sqrt{t}}, \quad y(t) = \sqrt{t} + e^{1+\sqrt{t}}$$

4 ④ Найти $y^{(n)}$ при $n \geq 2$, если

$$y = (x^2 + 1) \sin 2x$$

5 ⑤ Представить формулой Тейлора функцию

$$y = \frac{-x^2 - 2}{x^2 + 2x + 4}$$

в окрестности точки $x_0 = -1$ до $o((x+1)^{2n})$

6 ⑤ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{1+x} + \frac{\operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x}} \right) \frac{1}{\sin x - x}$$

7 ⑤ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+x^2} - \operatorname{ch}(\sqrt{3} \cdot x) - \operatorname{tg} x}{\sin x - \ln(1 + \arcsin x) - \frac{1}{2}x^2}$$

Семестровая контрольная работа по математическому анализу
1 семестр 2007/08 уч.г.

№ группы	Фамилия студента	Сумма баллов	Оценка	Подпись препод.

1 ② Найти производную функции (ответ можно не упрощать)

$$y = \frac{(\operatorname{ch} \arcsin x)^{x^2}}{\cos \left(\sqrt[5]{x + e^{2x}} - 6 \right)}$$

2 Вычислить интегралы

а) ④ $\int \frac{5x^2 + 2x - 2}{(2x + 1)(x^2 + 3x + 3)} dx$ б) ⑤ $\int \ln(\sqrt{x} - 1) dx$

3 ③ Найти y'_{xx} и y''_{xx} , если

$$x(t) = 2\sqrt{t} + \ln(1 + \sqrt{t}), \quad y(t) = 2\sqrt{t} - \ln(1 + \sqrt{t})$$

4 ④ Найти $y^{(n)}$ при $n \geq 2$, если

$$y = \frac{x^2}{\sqrt[3]{4x + 3}}$$

5 ⑤ Представить формулой Тейлора функцию

$$y = \left(\frac{x}{3} - 1 \right) \ln(x^2 - 6x + 12)$$

в окрестности точки $x_0 = 3$ до $o((x - 3)^{2n})$

6 ⑤ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos 2x}{1 + x} + \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - 2x}} \right) \frac{x}{(1 - \cos x)^2}$$

7 ⑤ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(xe^{-2x}) - \frac{1}{4} \ln(1 + 4x)}{\cos(x + x^2) + \operatorname{ch} x - 2}$$

Семестровая контрольная работа по математическому анализу
1 семестр 2007/08 уч.г.

№ группы	Фамилия студента	Сумма баллов	Оценка	Подпись препод.

1 ② Найти производную функции (ответ можно не упрощать)

$$y = \frac{(\ln \arccos x)x^3}{\sin \left(5 + \sqrt[5]{x + \operatorname{sh} x}\right)}$$

2 Вычислить интегралы

а) ④ $\int \frac{11x^2 - 9x + 3}{(2x - 1)(x^2 - 2x + 2)} dx$ б) ⑤ $\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x + 3}) dx$

3 ③ Найти y'_{xx} и y''_{xx} , если

$$x(t) = \sqrt{t} - \arcsin\left(\frac{\sqrt{t}}{2}\right), \quad y(t) = \sqrt{t} + \arcsin\left(\frac{\sqrt{t}}{2}\right)$$

4 ④ Найти $y^{(n)}$ при $n \geq 2$, если

$$y = (2x^2 + 3x) \log_3(3x + 2)$$

5 ⑤ Представить формулой Тейлора функцию

$$y = \frac{x^2 - x}{x^2 - 4x + 6}$$

в окрестности точки $x_0 = 2$ до $o\left((x - 2)^{2n}\right)$

6 ⑤ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x}{1 + \frac{x}{2}} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + x} \operatorname{arctg} x \right) \frac{1}{\operatorname{sh} x - x}$$

7 ⑤ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(\ln(1 + x)) + e^{-x} - 1}{e^x + x^3 - \sin x - \operatorname{ch} x}$$

ВАРИАНТ 1

2a. $\frac{1}{3} \ln |3x - 1| + \frac{3}{2} \ln (x^2 + x + 1) - \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x + 1}{\sqrt{3}} + C$

2б. $(x - 1) \ln (1 + \sqrt{x}) - \frac{x}{2} + \sqrt{x} + C$

3. $y'_x = \frac{\operatorname{sh} \sqrt{t} - 3}{\operatorname{sh} \sqrt{t} + 3}; \quad y''_{xx} = \frac{6 \operatorname{ch} \sqrt{t}}{(\operatorname{sh} \sqrt{t} + 3)^3}$

4. $y^{(n)} = (x^2 + 3x + 1) n! C_{1/2}^n 2^n (2x + 1)^{1/2-n} +$
 $+ n(2x + 3)(n - 1)! C_{1/2}^{n-1} 2^{n-1} (2x + 1)^{3/2-n} +$
 $+ \frac{n(n-1)}{2} 2(n-2)! C_{1/2}^{n-2} 2^{n-2} (2x + 1)^{5/2-n}$

5. $y = \frac{x-2}{2} \ln 4 - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(x-2)^{2k+1}}{2^{4k+1} k} + o((x-2)^{2n})$

6. $\exp\left(-\frac{14}{3}\right)$

$f(x) = (1 + x - x^2 + o(x^3)) - \left(x - x^2 + \frac{7}{6}x^3 + o(x^3)\right) = 1 - \frac{7}{6}x^3 + o(x^3)$

$g(x) = \frac{4}{x^3 + o(x^3)}$

7. $-\frac{7}{4}$

$f(x) = \left(1 + x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{6}x^3 + o(x^3)\right) - (1 + o(x^3)) - \left(x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + o(x^3)\right) = -\frac{7}{6}x^3 + o(x^3)$

$g(x) = \frac{2}{3}x^3 + o(x^3)$

ВАРИАНТ 2

2a. $-\frac{1}{4} \ln |4x + 1| + \frac{1}{2} \ln (x^2 + x + 2) + \frac{3}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{2x + 1}{\sqrt{7}} + C$

2б. $(x - 2) \operatorname{arctg} \sqrt{1 - x} + \sqrt{1 - x} + C$

3. $y'_x = \frac{1 + e^{1+\sqrt{t}}}{1 - e^{1+\sqrt{t}}}; \quad y''_{xx} = \frac{2e^{1+\sqrt{t}}}{(1 - e^{1+\sqrt{t}})^3}$

4. $y^{(n)} = (x^2 + 1) 2^n \sin\left(2x + \frac{\pi n}{2}\right) +$
 $+ n(2x) 2^{n-1} \sin\left(2x + \frac{\pi(n-1)}{2}\right) +$
 $+ \frac{n(n-1)}{2} 2 \cdot 2^{n-2} \sin\left(2x + \frac{\pi(n-2)}{2}\right)$

5. $y = -1 + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k 2(x+1)^{2k+1}}{3^{k+1}} + o((x+1)^{2n})$

6. $\exp\left(\frac{11}{4}\right)$

$f(x) = \left(1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^3 + o(x^3)\right) + \left(x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^3 + o(x^3)\right) = 1 - \frac{11}{24}x^3 + o(x^3)$

$g(x) = \frac{1}{-\frac{1}{6}x^3 + o(x^3)}$

7. $-\frac{5}{4}$

$f(x) = \left(1 + x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{7}{6}x^3 + o(x^3)\right) - \left(1 + \frac{3}{2}x^2 + o(x^3)\right) - \left(x + \frac{1}{3}x^3 + o(x^3)\right) = \frac{5}{6}x^3 + o(x^3)$

$g(x) = \left(x - \frac{1}{6}x^3 + o(x^3)\right) - \left(x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^3 + o(x^3)\right) - \frac{1}{2}x^2 = -\frac{2}{3}x^3 + o(x^3)$

ВАРИАНТ 3

2a. $-\frac{1}{2} \ln |2x+1| + \frac{3}{2} \ln(x^2+3x+3) - \frac{7}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+3}{\sqrt{3}} + C$

2б. $(x-1) \ln(\sqrt{x}-1) - \frac{x}{2} - \sqrt{x} + C$

3. $y'_x = \frac{1+2\sqrt{t}}{3+2\sqrt{t}}; \quad y''_{xx} = \frac{4(1+\sqrt{t})}{(3+2\sqrt{t})^3}$

4. $y^{(n)} = x^2 \cdot n! C_{-1/3}^n 4^n (4x+3)^{-1/3-n} +$
 $+ n(2x)(n-1)! C_{-1/3}^{n-1} 4^{n-1} (4x+3)^{-1/3-n+1} +$
 $+ \frac{n(n-1)2(n-2)!}{2} C_{-1/3}^{n-2} 4^{n-2} (4x+3)^{-1/3-n+2}$

5. $y = \frac{x-3}{3} \ln 3 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(-1)^{k-1} (x-3)^{2k+1}}{3^{k+1} k} + o((x-3)^{2n})$

6. $\exp\left(\frac{32}{3}\right)$

$f(x) = (1-x-x^2+x^3+o(x^3)) + \left(x+x^2+\frac{5}{3}x^3+o(x^3)\right) = 1+\frac{8}{3}x^3+o(x^3)$

$g(x) = \frac{4}{x^3+o(x^3)}$

7. $\frac{11}{3}$

$f(x) = \left(x-2x^2+\frac{5}{3}x^3+o(x^3)\right) - \left(x-2x^2+\frac{16}{3}x^3+o(x^3)\right) = -\frac{11}{3}x^3+o(x^3)$

$g(x) = \left(1-\frac{1}{2}x^2-x^3+o(x^3)\right) + \left(1+\frac{1}{2}x^2+o(x^3)\right) - 2 = -x^3+o(x^3)$

ВАРИАНТ 4

2a. $\frac{1}{2} \ln |2x-1| + \frac{5}{2} \ln(x^2-2x+2) + 4 \operatorname{arctg}(x-1) + C$

2б. $(x+4) \operatorname{arctg} \sqrt{x+3} - \sqrt{x+3} + C$

3. $y'_x = \frac{\sqrt{4-t}+1}{\sqrt{4-t}-1}; \quad y''_{xx} = -\frac{2\sqrt{t}}{(\sqrt{4-t}-1)^3}$

4. $y^{(n)} = (2x^2+3x) \frac{3^n}{\ln 3} \cdot \frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{(3x+2)^n} +$

$+ n(4x+3) \frac{3^{n-1}}{\ln 3} \cdot \frac{(-1)^{n-2} (n-2)!}{(3x+2)^{n-1}} +$

$+ \frac{n(n-1)}{2} \cdot 4 \cdot \frac{3^{n-2}}{\ln 3} \cdot \frac{(-1)^{n-3} (n-3)!}{(3x+2)^{n-2}}$

5. $y = 1 + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{3 \cdot (-1)^k (x-2)^{2k+1}}{2^{k+1}} + o((x-2)^{2n})$

6. $\exp\left(\frac{13}{8}\right)$

$f(x) = \left(1+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{24}x^3+o(x^3)\right) - \left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x^2-\frac{11}{48}x^3+o(x^3)\right) = 1+\frac{13}{48}x^3+o(x^3)$

$g(x) = \frac{1}{\frac{1}{6}x^3+o(x^3)}$

7. $\frac{1}{4}$

$f(x) = \left(x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x^3+o(x^3)\right) + \left(1-x+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{6}x^3+o(x^3)\right) - 1 = \frac{1}{3}x^3+o(x^3)$

$g(x) = \left(1+x+\frac{1}{2}x^2+\frac{7}{6}x^3+o(x^3)\right) - \left(x-\frac{1}{6}x^3+o(x^3)\right) - \left(1+\frac{1}{2}x^2+o(x^3)\right) = \frac{4}{3}x^3+o(x^3)$