

Семестровая контрольная работа по математическому анализу
Курс: 1, Вариант: 1, осенний семестр 2001/2002 уч.г.

1. Найти производную функции

$$y(x) = \frac{\left(\operatorname{sh} \frac{1}{x}\right)^{\sin x}}{7^{\operatorname{tg} x} \cdot \sqrt[3]{\operatorname{arctg} x}}.$$

Полученное выражение можно не упрощать.

2. Вычислить интегралы

а) $\int \frac{x^2 + 5x - 10}{(x - 3)(2x^2 - 5x - 3)} dx$, б) $\int \sin x \ln(\operatorname{tg} x) dx$

3. Найти y''_{xx} , если

$$x = \arcsin t, \quad y = t\sqrt{1 - t^2}.$$

4. Найти $y^{(n)}(x)$ для $n \geq 2$, если

$$y = \frac{x^3}{1 - x^2}.$$

Полученное выражение можно не упрощать.

5. Разложить по формуле Тейлора функцию

$$y = (x - 1) \ln \frac{x + 4}{3 - x}$$

в окрестности точки $x_0 = 1$ до $o((x - 1)^n)$.

6. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{x}{1-x}\right) + \ln(1-x) - \frac{x^2}{2}}{\operatorname{tg}(\operatorname{sh} x) - \operatorname{arctg} x}.$$

7. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1-x^2}}{\cos x} \right)^{\frac{1}{x^4}}.$$

Семестровая контрольная работа по математическому анализу
Курс: 1, Вариант: 2, осенний семестр 2001/2002 уч.г.

1. Найти производную функции

$$y(x) = \frac{(\operatorname{ctg}(x^3))^{\operatorname{ch} x}}{\arcsin \sqrt{x} \cdot \sqrt[5]{1 + 2e^{2x}}}.$$

Полученное выражение можно не упрощать.

2. Вычислить интегралы

а) $\int \frac{3x^2 - 9x}{(2x^2 + 3x - 2)(x^2 - 1)} dx$, б) $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{(1 + x^2)^{3/2}} dx$.

3. Найти y''_{xx} , если

$$x = \arccos t, \quad y = t + \arcsin t.$$

4. Найти $y^{(n)}(x)$ для $n \geq 2$, если

$$y = (x^2 + 3x + 5) \sin 3x \cdot \cos 7x.$$

Полученное выражение можно не упрощать.

5. Разложить по формуле Тейлора функцию

$$y = (x - 5)e^{4-x}$$

в окрестности точки $x_0 = 3$ до $o((x - 3)^n)$.

6. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(xe^x) - x \sqrt[3]{1 + 3x}}{\ln(1 + \sin 2x) - 2 \operatorname{sh}(x - x^2)}.$$

7. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos x + x^2 \cdot \sqrt[3]{x + \frac{1}{8}} \right)^{\frac{3}{x^3} \operatorname{arctg} \frac{1}{x}}.$$

Семестровая контрольная работа по математическому анализу
Курс: 1, Вариант: 3, осенний семестр 2001/2002 уч.г.

1. Найти производную функции

$$y(x) = \frac{(\arccos x)^{\operatorname{tg} x}}{3e^{x^2} \cdot \sin \sqrt[4]{\cos x}}.$$

Полученное выражение можно не упрощать.

2. Вычислить интегралы

а) $\int \frac{8x^2 - 2x - 5}{(x+1)(3x^2 + x - 2)} dx$, б) $\int \cos x \ln(\cos x) dx$

3. Найти y''_{xx} , если

$$x = \sqrt{1+t^2}, \quad y = t + \operatorname{arctg} t.$$

4. Найти $y^{(n)}(x)$ для $n \geq 2$, если

$$y = (x^2 + 5)2^{1-2x}.$$

Полученное выражение можно не упрощать.

5. Разложить по формуле Тейлора функцию

$$y = (x+2) \ln(x+3)$$

в окрестности точки $x_0 = -1$ до $o((x+1)^n)$.

6. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x) - e^{\frac{x}{1+x}} + \cos x}{\operatorname{tg} x + \cos x - \sqrt{1+2x}}.$$

7. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \arcsin x}{\ln(1+x^2)} \right)^{\operatorname{ctg}^2 x}.$$

Семестровая контрольная работа по математическому анализу
Курс: 1, Вариант: 4, осенний семестр 2001/2002 уч.г.

1. Найти производную функции

$$y(x) = \frac{(\operatorname{arctg} x)^{\operatorname{ch} x}}{5^{\operatorname{ctg} x} \cdot \sqrt{1+x^{-4}}}.$$

Полученное выражение можно не упрощать.

2. Вычислить интегралы

а) $\int \frac{8x^2 + 44x}{(3x^2 + 2x - 1)(x^2 - 4)} dx$, б) $\int \frac{\arcsin x}{(1-x^2)^{3/2}} dx$.

3. Найти y''_{xx} , если

$$x = \operatorname{arctg} t, \quad y = \ln(1+t^2) - t.$$

4. Найти $y^{(n)}(x)$ для $n \geq 2$ если

$$y = (x-1)^2 \ln(x^2 + x - 6).$$

Полученное выражение можно не упрощать.

5. Разложить по формуле Тейлора функцию

$$y = (x^2 - \pi x) \cos^2 x$$

в окрестности точки $x_0 = \frac{\pi}{2}$ до $o\left(\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^{2n+1}\right)$.

6. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{sh} x} - \operatorname{ch} x - \operatorname{arctg} x}{\ln(\cos x) + x(\sqrt{1+x} - 1)}.$$

7. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow +0} \left(\ln \left(1 - \frac{x^2}{2} \right) + \operatorname{ch} x \right)^{\frac{2+\cos x}{x^4}}.$$

Вариант 11

2а. $-\frac{1}{2} \ln |2x + 1| + \ln |x - 3| - \frac{2}{x - 3} + C.$

2б. $-\cos x \ln(\operatorname{tg} x) - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \right| + C.$

3. $y'_x = 1 - 2t^2, y''_{xx} = -4t\sqrt{1 - t^2}.$

4. $y^{(n)} = \frac{1}{2} \left(\frac{n!}{(1 - x)^{n+1}} - \frac{(-1)^n n!}{(1 + x)^{n+1}} \right).$

5. $y = \ln \frac{5}{2} \cdot (x - 1) + \sum_{k=2}^n \frac{2^{1-k} + (-1)^k 5^{1-k}}{k - 1} (x - 1)^k + o((x - 1)^n).$

6. $\frac{3}{5}$; числитель $= \frac{x^3}{2} + o(x^3)$, знаменатель $= \frac{5}{6}x^3 + o(x^3).$

7. $e^{-1/6}.$

Вариант 12

2а. $\ln |2x - 1| - 2 \ln |x + 2| + 2 \ln |x + 1| - \ln |x - 1| + C.$

2б. $\operatorname{arctg} x \cdot \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}} + C.$

3. $y'_x = -\sqrt{1 - t^2} - 1, y''_{xx} = -t.$

4. $y^{(n)} = \frac{1}{2}(x^2 + 3x + 5) \left(\sin \left(10x + \frac{n\pi}{2} \right) \cdot 10^n - \sin \left(4x + \frac{n\pi}{2} \right) \cdot 4^n \right) +$
 $+\frac{n}{2}(2x + 3) \times$
 $\times \left(\sin \left(10x + \frac{(n-1)\pi}{2} \right) \cdot 10^{n-1} - \sin \left(4x + \frac{(n-1)\pi}{2} \right) \cdot 4^{n-1} \right) +$
 $\frac{n(n-1)}{2} \left(\sin \left(10x + \frac{(n-2)\pi}{2} \right) \cdot 10^{n-2} - \sin \left(4x + \frac{(n-2)\pi}{2} \right) \cdot 4^{n-2} \right).$

5. $y = -2e + \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1} e}{k!} (k + 2)(x - 3)^k + o((x - 3)^n).$

6. $\frac{5}{3}$; числитель $= \frac{5}{3}x^3 + o(x^3)$, знаменатель $= x^3 + o(x^3).$

7. $e^{2\pi}.$

Вариант 13

2а. $-\frac{1}{3} \ln |3x - 2| + 3 \ln |x + 1| + \frac{1}{x + 1} + C.$

2б. $\sin x \ln(\cos x) - \sin x + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \right| + C.$

$$3. y'_x = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \quad y''_{xx} = \frac{1}{t(1+t^2)}.$$

$$4. y^{(n)} = (x^2 + 5)2^{1-2x}(-2 \ln 2)^n + 2xn \cdot 2^{1-2x}(-2 \ln 2)^{n-1} + n(n-1) \times 2^{1-2x}(-2 \ln 2)^{n-2}.$$

$$5. y = \ln 2 + \left(\ln 2 + \frac{1}{2}\right)(x+1) + \sum_{k=2}^n \frac{(-1)^k(k+1)}{2^k k(k-1)}(x+1)^k + o((x+1)^n).$$

$$6. 2; \text{ числитель} = -\frac{1}{3}x^3 + o(x^3), \text{ знаменатель} = -\frac{1}{6}x^3 + o(x^3).$$

$$7. e^{2/3}.$$

Вариант 14

$$2a. -3 \ln|x+1| - \ln|3x-1| + 2 \ln|x-2| + 2 \ln|x+2| + C.$$

$$2б. \arcsin x \cdot \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2} + C.$$

$$3. y'_x = -(t-1)^2, \quad y''_{xx} = -2(t-1)(1+t^2).$$

$$4. y^{(n)} = (x-1)^2 \left(\frac{(-1)^{n+1}(n-1)!}{(x+3)^n} + \frac{(-1)^{n+1}(n-1)!}{(x-2)^n} \right) +$$

$$+ 2(x-1)n \left(\frac{(-1)^n(n-2)!}{(x+3)^{n-1}} + \frac{(-1)^n(n-2)!}{(x-2)^{n-1}} \right) +$$

$$+ n(n-1) \left(\frac{(-1)^{n+1}(n-3)!}{(x+3)^{n-2}} + \frac{(-1)^{n+1}(n-3)!}{(x-2)^{n-2}} \right).$$

$$5. y = -\frac{\pi^2(x-\pi/2)^2}{4} + \sum_{k=2}^n \frac{(-1)^k 2^{2k-3}}{(2k)!} \cdot (2k(2k-1) + \pi^2) \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^{2k} +$$

$$+ o\left(\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^{2n+1}\right).$$

$$6. -16/3; \text{ числитель} = \frac{2}{3}x^3 + o(x^3), \text{ знаменатель} = -\frac{1}{8}x^3 + o(x^3).$$

$$7. e^{-1/4}.$$

ИНСТРУКЦИЯ

по проверке семестровой контрольной работы
по матанализу (2001/2002 уч.г.)

Шкала оценок: Всего 30 очков

[0; 11] ← неуд; [12; 17] ← уд; [18; 23] ← хор; [24; 30] ← отл.

За арифметическую ошибку, не влияющую на ход решения задачи,
снимать не более 1 очка.

1 ③ По усмотрению экзаменатора.

2а ④ Верно разложена дробь на простейшие 3 очка

2б ④ По усмотрению экзаменатора.

3 ③ Найдена $y'_x(t)$ 1 очко

4 ③ Формула Лейбница написана с ошибками
..... не более 1 очка за всю задачу

5 ④ За ошибки в основном разложении снять 2 очка
За разложение не по степеням $(x - x_0)$ ставить 0 за всю задачу
Нет приведения подобных членов снять 1 очко

6 ⑤ За каждую ошибку в основных разложениях снять по 2 очка
Если использовано недостаточное количество членов разложения
..... 0 очков за всю задачу

7 ④ За каждую ошибку в основных разложениях снять по 2 очка
Если использовано недостаточное количество членов разложения
..... 0 очков за всю задачу
