

## ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Уравнения математической физики Год: 2002/2003

Вариант: 1

Курс: 3 Семестр: весенний

---

---

Решить задачи:

1. 
$$8xu_{xx} - 6\sqrt{x}u_{xy} + u_{yy} + 4u_x = 0, \quad x > 0, \quad y > 0,$$
$$u \Big|_{y=0} = \frac{x}{2}, \quad u_y \Big|_{y=0} = 0.$$

---

2. 
$$u_{tt} = 9u_{xx} + 2xt, \quad x > 0, \quad t > 0,$$
$$u \Big|_{t=0} = x^2, \quad u_t \Big|_{t=0} = 20x, \quad (u - u_x) \Big|_{x=0} = 18t^2 - 2 \operatorname{sh} t.$$

---

3. 
$$u_{tt} = 4u_{xx} + \sin 3x, \quad x \in (0, \pi), \quad t > 0,$$
$$u \Big|_{t=0} = x \sin x, \quad u_t \Big|_{t=0} = 1 - x, \quad u \Big|_{x=0} = t, \quad u \Big|_{x=\pi} = t(1 - \pi).$$

---

4. 
$$\Delta u = 24y, \quad \frac{1}{3} < r < 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2},$$
$$u_r \Big|_{r=\frac{1}{3}} = 12 \cos^2 \varphi, \quad u \Big|_{r=1} = 9 \cos 2\varphi + 12 \sin \varphi.$$

---

5. 
$$u_t = 2\Delta u + xy, \quad (x, y, z) \in R^3, \quad t > 0,$$
$$u \Big|_{t=0} = z^3 \cdot \sin(x - 2y).$$

---

6. Найти характеристические числа, собственные функции интегрального оператора и решить при всех допустимых значениях  $\lambda$  уравнение

$$\varphi(x) = \lambda \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos y + x^3) \varphi(y) dy + 2 \cos x.$$

---

## ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Уравнения математической физики Год: 2002/2003

Вариант: 2 Курс: 3 Семестр: весенний

---

---

Решить задачи:

1. 
$$6x^2u_{xx} + 7xu_{xy} - 3u_{yy} + 6xu_x = 0, \quad x > 1,$$
$$u \Big|_{x=1} = 8y, \quad u_x \Big|_{x=1} = -1.$$

---

2. 
$$u_{tt} = 0,04u_{xx} + t \cos 5x, \quad x > 0, \quad t > 0,$$
$$u \Big|_{t=0} = \sin 5x, \quad u_t \Big|_{t=0} = 2, \quad (10u + u_x) \Big|_{x=0} = 5.$$

---

3. 
$$u_t = u_{xx} + x^2, \quad x \in \left(0, \frac{1}{4}\right), \quad t > 0,$$
$$u \Big|_{t=0} = 2x^2 - x, \quad u_x \Big|_{x=0} = 0,$$
$$u_x \Big|_{x=\frac{1}{4}} = \frac{t}{2}.$$

---

4. 
$$\Delta u = 72\sqrt{x^2 + y^2}, \quad \frac{1}{2} < r < 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2},$$
$$u_r \Big|_{r=\frac{1}{2}} = 4 \sin \varphi, \quad u \Big|_{r=1} = \sin \varphi (2 \cos \varphi - 1).$$

---

5. 
$$u_{tt} = 3\Delta u, \quad (x, y, z) \in R^3, \quad t > 0,$$
$$u \Big|_{t=0} = zx^3 + \cos(x - y), \quad u_t \Big|_{t=0} = \sqrt{x + y + z}.$$

---

6. Найти характеристические числа, собственные функции интегрального оператора и решить при всех допустимых значениях  $\lambda$  уравнение

$$\varphi(x) = \lambda \int_{-1}^1 (\operatorname{sh} x + x^2 y^2) \varphi(y) dy - 3.$$

---

## ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Уравнения математической физики Год: 2002/2003

Вариант: 3 Курс: 3 Семестр: весенний

---

---

Решить задачи:

1. 
$$2xu_{xx} + 3x^2u_{xy} - 2x^3u_{yy} - 2u_x = 0, \quad y > 0,$$
$$u \Big|_{y=0} = 0, \quad u_y \Big|_{y=0} = 10x^2.$$

---

2. 
$$u_{tt} = 4u_{xx} - 3xe^t, \quad x > 0, \quad t > 0,$$
$$u \Big|_{t=0} = 3x^2, \quad u_t \Big|_{t=0} = x - 6, \quad (u + u_x) \Big|_{x=0} = 8t^2 + 3(1 - e^t).$$

---

3. 
$$u_{tt} = 9u_{xx} + 18x \cos x, \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \quad t > 0,$$
$$u \Big|_{t=0} = \sin x, \quad u_t \Big|_{t=0} = 2x + 1, \quad u \Big|_{x=0} = t, \quad u_x \Big|_{x=\frac{\pi}{2}} = 2t.$$

---

4. 
$$\Delta u = 16x, \quad 1 < r < 2, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2},$$
$$u \Big|_{r=1} = 1 + 3 \cos \varphi - 2 \cos^2 \varphi, \quad u_r \Big|_{r=2} = 8 \sin^2 \varphi.$$

---

5. 
$$3u_t = \Delta u + (z^2 - x^2)t, \quad (x, y, z) \in R^3, \quad t > 0,$$
$$u \Big|_{t=0} = (y^4 + 6z^2y)e^{3x}.$$

---

6. Найти характеристические числа, собственные функции интегрального оператора и решить при всех допустимых значениях  $\lambda$  уравнение

$$\varphi(x) = \lambda \int_{-2}^2 (y^2 + x)\varphi(y) dy + 1.$$

---

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Уравнения математической физики Год: 2002/2003

Вариант: 4

Курс: 3 Семестр: весенний

---

---

Решить задачи:

1. 
$$u_{xx} - 3x^2 u_{xy} + 2x^4 u_{yy} - \frac{2}{x} u_x = 0, \quad x > 1,$$
$$u \Big|_{x=1} = 7y + 2, \quad u_x \Big|_{x=1} = 6.$$

---

2. 
$$u_{tt} = 0,25u_{xx} + t \sin 2x, \quad x > 0, \quad t > 0,$$
$$u \Big|_{t=0} = 14x - \cos 2x, \quad u_t \Big|_{t=0} = 3, \quad (4u - u_x) \Big|_{x=0} = 2t - 18.$$

---

3. 
$$u_t = 16u_{xx} + 4x^2 + 2x, \quad x \in \left(0, \frac{1}{2}\right), \quad t > 0,$$
$$u \Big|_{t=0} = 2 \cos(\pi x), \quad u_x \Big|_{x=0} = 2t, \quad u \Big|_{x=\frac{1}{2}} = 2t.$$

---

4. 
$$\Delta u = 12(x^2 - y^2), \quad 1 < r < 3, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2},$$
$$u_r \Big|_{r=1} = 8 \cos^2 \varphi, \quad u \Big|_{r=3} = 2 \sin^2 \varphi.$$

---

5. 
$$u_{tt} = 9\Delta u + 27t \operatorname{sh} z, \quad (x, y, z) \in R^3, \quad t > 0,$$
$$u \Big|_{t=0} = e^{-(x-y)^2} + \operatorname{sh} z, \quad u_t \Big|_{t=0} = xy^2 z.$$

---

6. Найти характеристические числа, собственные функции интегрального оператора и решить при всех допустимых значениях  $\lambda$  уравнение

$$\varphi(x) = \lambda \int_{-1}^1 \left( \operatorname{arctg} x + \frac{1}{1+y^2} \right) \varphi(y) dy + 3x^2 + 3.$$

---