ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

2

Дисциплина $\boxed{\text{Математический анализ}}$ Курс $\boxed{1}$ Семестр $\boxed{1}$
2006/2007 уч.г.

Фамилия студента ______________________ **№ группы** ________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти первый и второй дифференциалы в точке $A(1,0)$ функции $f(x,y) = \ln\left(\operatorname{sh}\dfrac{y}{x}+3\right)$. Разложить данную функцию по формуле Тейлора в окрестности точки $A(1,0)$ до $o((x-1)^2+y^2)$.

2.③ Найти длину дуги кривой

$$y = \frac{1}{2}(\ln\cos x + \ln\sin x), \quad \frac{\pi}{6} \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{3}.$$

3.④ Исследовать на дифференцируемость в точке $M(0,0)$ функцию

$$z(x,y) = \ln\left(2 + y + \sqrt[5]{x^2y^4}\right).$$

4.③ Исследовать на сходимость ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(n!)^3}{(3n)!}\operatorname{sh}^2 n.$

---

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

а) ④ $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{\operatorname{ch}x - 1 - \ln\left(1+\frac{x^2}{2}\right)}{(e^x-1-x)(\sqrt{x}+\sqrt[6]{x})^\alpha}\,dx.$ б) ⑤ $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{x-\operatorname{arctg}x}{x^\alpha}\sin(2x+3)\,dx.$

---

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0,1)$ и $E_2 = (1,+\infty)$:

а) ④ функциональную последовательность $f_n(x) = n\left(e^{\frac{1}{nx}} - 1\right)$;

б) ④ ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^3n^3}{x^6+n^2}\operatorname{th}\left(\frac{x}{n}\right)^3.$

7.④ Разложить по степеням x функцию $f(x) = \arccos\dfrac{x^2}{\sqrt{4+x^4}}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

8.④ Является ли функция

$$f(x,y) = \sin\frac{1}{x^2+y^2+2y}$$

равномерно непрерывной в области

$$G = \{x^2+y^2+y<0\}?$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

2

Дисциплина $\boxed{\text{Математический анализ}}$ **Курс** $\boxed{1}$ **Семестр** $\boxed{\cancel{1}}$
2006/2007 уч.г.

Фамилия студента ______________________ **№ группы** ________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти первый и второй дифференциалы в точке $B\left(1,\frac{\pi}{2}\right)$ функции $f(x,y)=3^{\cos xy}$. Разложить данную функцию по формуле Тейлора в окрестности точки $B\left(1,\frac{\pi}{2}\right)$ до $o\left((x-1)^2+\left(y-\frac{\pi}{2}\right)^2\right)$.

2.③ Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги кривой $y=\sin 2x$, $0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$.

3.④ Исследовать на дифференцируемость в точке $M(0,0)$ функцию

$$z(x,y)=\sqrt[3]{8+x+\sqrt[3]{x^2y}}.$$

4.③ Исследовать на сходимость ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(n^2\operatorname{sh}\frac{1}{n^2}\right)^{-n^5}$.

---

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

а) ④ $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{\operatorname{sh}x-x-x\ln\left(1+\frac{x^2}{6}\right)}{(\operatorname{ch}x-\sqrt{1+x^2})(\sqrt[3]{x}+\sqrt[5]{x})^{\alpha}}\,dx$. б) ⑤ $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{\ln(e^{\sqrt{x}}-1)}{x^{\alpha}}\sin(3x+1)\,dx$.

---

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1=(0,1)$ и $E_2=(1,+\infty)$:

а) ④ функциональную последовательность $f_n(x)=\arcsin\dfrac{nx}{1+6nx}$;

б) ④ ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{1+n^3x^4}\ln(1+x\sqrt{n})$.

7.④ Разложить по степеням x функцию $f(x)=\ln(x^2+\sqrt{3+x^4})$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

8.④ Является ли функция

$$f(x,y)=\sin\frac{1}{2x^2-2xy+y^2}$$

равномерно непрерывной в области

$$G=\{x>0,\ y<1,\ y>x\}?$$

Заказ - Тираж - 300 МФТИ - 72

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\text{Математический анализ}}$ **Курс** $\boxed{1}$ **Семестр** ~~1~~ 2

2006/2007 уч.г.

Фамилия студента ____________________ **№ группы** __________

Сумма баллов		**Оценка**	
Фамилия проверяющего		**Фамилия экзаменатора**	

1.④ Найти первый и второй дифференциалы в точке $A(0,1)$ функции $f(x,y) = \ln\left(\operatorname{th}\dfrac{x}{y}+2\right)$. Разложить данную функцию по формуле Тейлора в окрестности точки $A(0,1)$ до $o(x^2+(y-1)^2)$.

2.③ Найти длину дуги кривой

$$y = 1 - \ln x, \quad \sqrt{3} \leqslant x \leqslant \sqrt{8}.$$

3.④ Исследовать на дифференцируемость в точке $M(0,0)$ функцию

$$z(x,y) = \sqrt{4 + 2x + \sqrt[6]{x^2|y|^5}}.$$

4.③ Исследовать на сходимость ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n(2n)!}{(n!)^2 \operatorname{ch}^3 n}$.

---

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

а) ④ $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt[4]{\ln(\operatorname{ch} x)}}{x^\alpha(1+x^2)(\sqrt{x+x^2}-\sqrt{x})^\alpha}\,dx$. б) ⑤ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\sin(3x-2)}{\sqrt{x}(\operatorname{sh} x - x)^\alpha}\,dx$.

---

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0,1)$ и $E_2 = (1,+\infty)$:

а) ④ функциональную последовательность $f_n(x) = n^2 \ln\left(1 + \dfrac{x}{n^2}\right)$;

б) ④ ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{xn}{\sqrt{x^4+n^3}} \operatorname{arctg}\left(\frac{x^2}{n}\right)$.

7.④ Разложить по степеням x функцию $f(x) = \operatorname{arcctg}\dfrac{x^3}{\sqrt{4-x^6}}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

8.④ Является ли функция

$$f(x,y) = \cos\frac{1}{x^2+y^2-2x}$$

равномерно непрерывной в области

$$G = \{-1 < y < 1,\ 2 < x < 3\}?$$

Заказ - Тираж - 300 МФТИ - 73

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\text{Математический анализ}}$ **Курс** $\boxed{1}$ **Семестр** $\boxed{1}$ 2

2006/2007 уч.г.

Фамилия студента ______________________ **№ группы** ________

Сумма баллов			**Оценка**	
Фамилия проверяющего			**Фамилия экзаменатора**	

1.④ Найти первый и второй дифференциалы в точке $B\left(\frac{\pi}{2},1\right)$ функции $f(x,y) = 2^{\operatorname{ctg} xy}$. Разложить данную функцию по формуле Тейлора в окрестности точки $B\left(\frac{\pi}{2},1\right)$ до $o\left(\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2 + (y-1)^2\right)$.

2.③ Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги кривой $y = \sqrt{2+x^2}$, $0 \leqslant x \leqslant 1$.

3.④ Исследовать на дифференцируемость в точке $M(0,0)$ функцию

$$z(x,y) = y + e^{\sqrt{|xy|}}.$$

4.③ Исследовать на сходимость ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n}\sin\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{-n^2}$.

---

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

а) ④ $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{\sqrt[4]{x-\operatorname{th} x}}{(1+x)(\sqrt{x+x^4}-\sqrt{x})^{\alpha}}\,dx$.   б) ⑤ $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{\ln^{\alpha}\operatorname{ch} x}{x^2}\sin(2x-1)\,dx$.

---

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0,1)$ и $E_2 = (1,+\infty)$:

а) ④ функциональную последовательность $f_n(x) = \cos\dfrac{8nx}{1+n^2x^2}$;

б) ④ ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^2n^2}{1+x^5\cdot n^3}\ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{nx^3}}\right)$.

7.④ Разложить по степеням x функцию $f(x) = \operatorname{arctg}\dfrac{x^2-4}{x^2+4}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

8.④ Является ли функция

$$f(x,y) = \cos\frac{1}{x^2+2xy+2y^2}$$

равномерно непрерывной в области

$$G = \{y > 0,\ y > -x,\ y < 1\}?$$

Заказ -   Тираж - 300   МФТИ - 74

Ответы. Математический анализ, 1 курс, ~~1~~ 2 семестр, 2006/2007 г. Вариант (71)

1.④ $df(1,0) = \frac{1}{3}dy$; $d^2f(1,0) = -\frac{2}{3}dx\,dy - \frac{1}{9}(dy)^2$.

2.③ $\frac{1}{2}\ln 3$.

3.④ Дифференцируема.

4.③ Сходится.

---

5. а) $2 < \alpha < 18$. б) $\alpha \leqslant 1$ — расходится, $1 < \alpha \leqslant 2$ — сходится условно, $\alpha > 2$ — сходится абсолютно.

3 3 5 5

---

6. а) $f(x) = \frac{1}{x}$. На $(0,1)$ сходится неравномерно, на $(1,+\infty)$ сходится равномерно. б) На $(0,1)$ сходится равномерно, на $(1,+\infty)$ сходится неравномерно.

7.④ $f(x) = \frac{\pi}{2} + \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{x^{4n+2}}{4^n(4n+2)}$, $R = \sqrt{2}$.

8.④ Нет.

Ответы. Математический анализ, 1 курс, 1 семестр, 2006/2007 г. Вариант (72)

1.④ $df\left(1,\frac{\pi}{2}\right) = -\ln 3\left(\frac{\pi}{2}dx + dy\right)$;

$$d^2f\left(1,\frac{\pi}{2}\right) = \ln^2 3\left(\frac{\pi^2}{4}(dx)^2 + (dy)^2 + \left(\pi - \frac{2}{\ln 3}\right)dx\,dy\right).$$

2.③ $\frac{\pi}{2}(2\sqrt{5} + \ln(2+\sqrt{5}))$.

3.④ Не дифференцируема.

4.③ Сходится.

---

5. а) $3 < \alpha < 10$. б) $\alpha \leqslant \frac{1}{2}$ — расходится, $\frac{1}{2} < \alpha \leqslant \frac{3}{2}$ — сходится условно, $\alpha > \frac{3}{2}$ — сходится абсолютно.

---

6. а) $f(x) = \arcsin\frac{1}{6}$. На $(0,1)$ сходится неравномерно, на $(1,+\infty)$ сходится равномерно. б) На $(0,1)$ сходится равномерно, на $(1,+\infty)$ сходится неравномерно.

7.④ $f(x) = \ln\sqrt{3} + \sum\limits_{n=0}^{\infty} C_{-1/2}^{n}\frac{2\cdot x^{4n+2}}{\sqrt{3}\cdot 3^n(4n+2)}$, $R = \sqrt[4]{3}$.

8.④ Нет.

Ответы. Математический анализ, 1 курс, ~~1~~ 2 семестр, 2006/2007 г. Вариант (73)

1.④ $df(0,1) = \frac{1}{2}dx$; $d^2f(0,1) = -\frac{1}{4}(dx)^2 - dx\,dy$.

2.③ $1 + \frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$.

3.④ Дифференцируема.

4.③ Расходится.

---

5. а) $-\frac{3}{8} < \alpha < \frac{3}{5}$. б) $\alpha < 0$ — расходится, $\alpha = 0$ — сходится условно, $\alpha > 0$ — сходится абсолютно.

---

6. а) $f(x) = x$. На $(0,1)$ сходится равномерно, на $(1,+\infty)$ сходится неравномерно. б) На $(0,1)$ сходится равномерно, на $(1,+\infty)$ сходится неравномерно.

7.④ $f(x) = \frac{\pi}{2} - \sum\limits_{n=0}^{\infty} C^n_{-1/2}\,\frac{3}{2}\,\frac{x^{6n+3}}{4^n(6n+3)}$, $R = \sqrt[3]{2}$.

$(-1)^n$

8.④ Нет.

Ответы. Математический анализ, 1 курс, 1 семестр, 2006/2007 г. Вариант (74)

1.④ $df\left(\frac{\pi}{2},1\right) = -\ln 2\left(dx + \frac{\pi}{2}dy\right)$;

$$d^2f\left(\frac{\pi}{2},1\right) = \ln^2 2\left((dx)^2 + \frac{\pi^2}{4}(dy)^2 + \left(\pi - \frac{2}{\ln 2}\right)dx\,dy\right).$$

2.③ $2\pi + \pi\sqrt{2}\ln(1+\sqrt{2})$.

3.④ Не дифференцируема.

4.③ Расходится.

---

5. а) $\frac{1}{8} < \alpha < \frac{1}{2}$. б) $\alpha \geqslant 2$ — расходится, $1 \leqslant \alpha < 2$ — сходится условно, $\alpha < 1$ — сходится абсолютно.

---

6. а) $f(x) = 1$. На $(0,1)$ сходится неравномерно, на $(1,+\infty)$ сходится равномерно. б) На $(0,1)$ сходится неравномерно, на $(1,+\infty)$ сходится равномерно.

7.④ $f(x) = -\frac{\pi}{4} + \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{4^{4n+2}}{2^{4n+1}(4n+2)}$, $R = 2$.

8.④ Нет.
