Семестровая контрольная работа по математическому анализу

1 семестр 2006/2007 уч.г.

№ группы	Фамилия студента	Сумма баллов	Оценка	Подпись препод.

1.③ Найти производную y' функции (ответ можно не упрощать)

$$y(x) = 2^{\cos^2 x + 2\operatorname{arctg} x} \ln\left(2\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right).$$

2. Вычислить интегралы:

а) ④ $\displaystyle\int \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x^3 + 1}\,dx$, б) ⑤ $\displaystyle\int \sqrt{x}\ln(x+4)\,dx$.

3.③ Найти $y^{(30)}(\pi)$, если

$$y(x) = (x^2 - 3x)\sin x \cdot \sin 3x.$$

4.③ Найти $y'_x(t)$ и $y''_{xx}(t)$, если

$$x(t) = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t, \quad y(t) = \operatorname{ctg} 2t.$$

5.④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$ до $o(x^n)$ функцию

$$y = \frac{5 + 3x}{1 + 2x - 3x^2}.$$

6.⑥ Найти предел:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sh} x + \operatorname{tg} x - 2x}{\ln(\sin x + \cos 2x) - x\sqrt{1 - 5x}}.$$

7.⑥ Найти предел:

$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{\operatorname{arctg} x}{e^x - \operatorname{ch} x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}.$$

Заказ - Тираж - 300 МФТИ - 51

Семестровая контрольная работа по математическому анализу 1 семестр 2006/2007 уч.г.

№ группы	**Фамилия студента**	**Сумма баллов**	**Оценка**	**Подпись препод.**

1.③ Найти производную y' функции (ответ можно не упрощать)

$$y(x)=\frac{\ln(1+\operatorname{tg}x)}{(x^2+\cos 2x)^{\sqrt{2x+1}}}.$$

---

2. Вычислить интегралы:

а) ④ $\displaystyle\int\frac{2x^2+7x+2}{x(x+1)^2}\,dx\,,$ б) ⑤ $\displaystyle\int\frac{4+\sin x}{4-\cos x}\,dx\,.$

3.③ Найти $y^{(20)}(1)$, если

$$y(x)=x\sqrt{2x-1}.$$

4.③ Найти $y'_x(t)$ и $y''_{xx}(t)$, если

$$x(t)=t^5-5t,\quad y(t)=t^7-7t.$$

5.④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0=0$ до $o(x^n)$ функцию

$$y=e^{3x}\operatorname{ch}^2 x.$$

6.⑥ Найти предел:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)-\sqrt[3]{1+3x}+\cos x}{\operatorname{arctg}(x\cos x)-\sin x}.$$

7.⑥ Найти предел:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{tg}x}{\operatorname{arctg}x}\right)^{\frac{\overset{x}{\cancel{1}}}{\operatorname{sh}2x-2\sin x}}.$$

Заказ - Тираж - 300 МФТИ - 52

Семестровая контрольная работа по математическому анализу 1 семестр 2006/2007 уч.г.

№ группы	Фамилия студента	Сумма баллов	Оценка	Подпись препод.

1.③ Найти производную y' функции (ответ можно не упрощать)

$$y(x) = e^{\frac{1}{\cos x}} \ln \frac{3x^2 - x^3}{\operatorname{tg} \pi x}.$$

2. Вычислить интегралы:

а) ④ $\displaystyle\int \frac{(x^2-4)(x-1)}{(x^2+4)(x+1)}\,dx$, б) ⑤ $\displaystyle\int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}\,dx$.

3.③ Найти $y^{(25)}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$, если

$$y(x) = x^2(\sin x + \cos x)^2.$$

4.③ Найти $y'_x(t)$ и $y''_{xx}(t)$, если

$$x(t) = t^2 e^t, \quad y(t) = t^2 e^{-t}.$$

5.④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$ до $o(x^{2n})$ функцию

$$y = x\sqrt{4 - x^2}.$$

6.⑥ Найти предел:

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x \operatorname{tg} x - 3\sin x + 2\ln(1+x)}{x \ln(2\operatorname{ch}^2 x - 1)}.$$

7.⑥ Найти предел:

$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{x\sin 4x}{e^{2x^2} - \cos 2x}\right)^{\frac{1}{\sqrt{1+2x^2}-1}}.$$

Заказ - Тираж - 300 МФТИ - 53

Семестровая контрольная работа
по математическому анализу
1 семестр 2006/2007 уч.г.

№ группы	**Фамилия студента**	**Сумма баллов**	**Оценка**	**Подпись препод.**

1.③ Найти производную y' функции (ответ можно не упрощать)

$$y(x) = \frac{\sqrt{2x - x^2}\ln(1-x)}{\operatorname{arctg}^2 e^{4x}}.$$

---

2. Вычислить интегралы:

а) ④ $\displaystyle\int \frac{x^2+6x+2}{x^3+6x-20}\,dx$, б) ⑤ $\displaystyle\int \frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-e^x}\,dx$.

3.③ Найти $y^{(40)}(1)$, если

$$y(x) = x\ln\frac{x}{2-x}.$$

4.③ Найти $y'_x(t)$ и $y''_{xx}(t)$, если

$$x(t) = \cos^2 t - \cos 2t, \quad y(t) = \sin^2 t - \sin 2t.$$

5.④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$ до $o(x^n)$ функцию

$$y = (1+x)^2 e^{-x}.$$

6.⑥ Найти предел:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{arctg} x + \operatorname{ch}\frac{x}{1-x} - e^x}{e^{\sin x} - x^2 - \sqrt{1+2x}}.$$

7.⑥ Найти предел:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\arcsin x}{\operatorname{tg} 2x - x}\right)^{\frac{1}{1-\cos 2x}}.$$

Заказ - Тираж - 300 МФТИ 54

2. а) ④ $f(x) = 1 + \dfrac{6/5}{x+1} + \dfrac{-\frac{16}{5}x - \frac{24}{5}}{x^2+4}$,

$J_{\text{а}} = x + \dfrac{6}{5}\ln|x+1| - \dfrac{8}{5}\ln(x^2+4) - \dfrac{12}{5}\operatorname{arctg}\dfrac{x}{2} + C_{\text{а}}$;

б) ⑤ $J_{\text{б}} = -\dfrac{\operatorname{arctg} x}{x} + \ln|x| - \dfrac{1}{2}\ln(1+x^2) + C_{\text{б}}$.

3.③ $y^{(25)}\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) = 25\pi 2^{23}$.

4.③ $y'_x(t) = \dfrac{2-t}{2+t}e^{-2t}$; $y''_{xx}(t) = \dfrac{2(t^2-6)}{t(t+2)^3}e^{-3t}$.

5.④ $f(x) = x\sqrt{4-x^2} = \displaystyle\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(-1)^k}{2^{2k-1}}C^k_{1/2}x^{2k+1} + o(x^{2n})$.

6.⑥ $\lim = 1$; $\dfrac{Y}{Z} = \dfrac{2x^3 + o(x^3)}{2x^3 + o(x^3)}$.

7.⑥ e^{-3}; $u^p = \left(\dfrac{4x^2 - \frac{32}{3}x^4 + o(x^4)}{4x^2 + \frac{4}{3}x^4 + o(x^4)}\right)^{\frac{1}{x^2+o(x^2)}}$.

---

2. а) ④ $f(x) = \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{4}{x^2+2x+10}$,

$J_{\text{а}} = \ln|x-2| + \dfrac{4}{3}\operatorname{arctg}\dfrac{x+1}{3} + C_{\text{а}}$;

б) ⑤ $J_{\text{б}} = e^{-x} - x + 2\ln|e^x - 1| + C_{\text{б}}$.

3.③ $y^{(40)}(1) = 80\cdot 38!$.

4.③ $y'_x(t) = 1 - 2\operatorname{ctg} 2t$; $y''_{xx}(t) = \dfrac{4}{\sin^3 2t}$.

5.④ $f(x) = (x+1)^2e^{-x} = \displaystyle\sum_{k=0}^{n}\frac{(-1)^k(k^2-3k+1)}{k!}x^k + o(x^n)$.

6.⑥ $\lim = -1$; $\dfrac{Y}{Z} = \dfrac{\frac{x^3}{2} + o(x^3)}{-\frac{x^3}{2} + o(x^3)}$.

7.⑥ $e^{-5/4}$; $u^p = \left(\dfrac{1 + \frac{x^2}{6} + o(x^2)}{1 + \frac{8}{\text{[illegible]}}x^2 + o(x^2)}\right)^{\frac{1}{2x^2+o(x^2)}}$.

2. а) ④ $f(x) = 1 - \dfrac{2}{x+1} - \dfrac{x-1}{x^2-x+1}$,

$J_{\text{а}} = x - 2\ln|x+1| - \dfrac{1}{2}\ln(x^2-x+1) + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\dfrac{2x-1}{\sqrt{3}} + C_{\text{а}}$;

б) ⑤ $J_{\text{б}} = \dfrac{2}{3}x\sqrt{x}\ln(x+4) - \dfrac{4}{9}x\sqrt{x} + \dfrac{16}{3}\sqrt{x} - \dfrac{32}{3}\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{x}}{2} + C_{\text{б}}$.

3.③ $y^{(30)}(\pi) = -(\pi^2 - 3\pi)(2^{59} - 2^{29}) + C_{30}^2(2^{56} - 2^{28})$.

4.③ $y'_x(t) = \dfrac{1}{2\cos 2t}$; $y''_{xx}(t) = -\dfrac{1}{4}\operatorname{tg}^3 2t$.

5.④ $f(x) = \dfrac{2}{1-x} + \dfrac{3}{1+3x} = \sum\limits_{k=0}^{n}\left[2 + (-1)^k 3^{k+1}\right]x^k + o(x^n)$.

6.⑥ $\lim = \dfrac{12}{127}$; $\dfrac{Y}{Z} = \dfrac{\frac{x^3}{2} + o(x^3)}{\frac{127}{24}x^3 + o(x^3)}$.

7.⑥ $\lim = e^{-1/2}$; $u^p = \left(\dfrac{x - \frac{x^3}{3} + o(x^3)}{x + \frac{x^3}{6} + o(x^3)}\right)^{\frac{1}{x^2+o(x^2)}}$.

---

2. а) ④ $f(x) = \dfrac{3}{(x+1)^2} + \dfrac{2}{x}$, $J_{\text{а}} = -\dfrac{3}{x+1} + 2\ln|x| + C_{\text{а}}$;

б) ⑤ $\left(t = \operatorname{tg}\dfrac{x}{2}\right)$, $J_{\text{б}} = \displaystyle\int \dfrac{8t^2+4t+8}{(5t^2+8)(t^2+1)}\,dt =$

$= \dfrac{8}{\sqrt{15}}\operatorname{arctg}\left(\sqrt{\dfrac{5}{3}}\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}\right) + 2\ln\left|\cos\dfrac{x}{2}\right| + \ln\left(5\operatorname{tg}^2\dfrac{x}{2} + 3\right) + C_{\text{б}}$.

3.③ $y^{(20)}(1) = -17\cdot 35!! = C_{1/2}^{20}20!2^{20} + C_{1/2}^{19}20!2^{19}$.

4.③ $y'_x(t) = \dfrac{7}{5}\cdot\dfrac{t^4+t^2+1}{t^2+1}$; $y''_{xx}(t) = \dfrac{14}{25}\cdot\dfrac{t^2+2}{t^2-1}\left(\dfrac{t}{t^2+1}\right)^3$.

5.④ $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{n}\dfrac{5^k + 2\cdot 3^k + 1}{4\cdot k!}x^k + o(x^n)$.

6.⑥ $\lim = 2$; $\dfrac{Y}{Z} = \dfrac{-\frac{4}{3}x^3 + o(x^3)}{-\frac{2}{3}x^3 + o(x^3)}$.

7.⑥ $\lim = e^{2/5}$; $u^p = \left(\dfrac{x + \frac{x^3}{3} + o(x^3)}{}\right)^{\frac{x}{5/3x^3+o(x^3)}}$.