

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 1 1998/99 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. ④ Построить график функции $y = \frac{(x-2)^3}{(x-6)^2}$.

2. ③ Найти $y^{(n)}$, $n > 2$, если

$$y = (2x - \cos(3x))^2.$$

3. ③ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x = -2$ до $o((x+2)^n)$ функцию $y = (x^2 + 4x + 2)e^{-3x}$.

4. Найти интегралы:

а) ⑤ $\int \frac{(32x+5) dx}{(2x-1)^2(7x^2-2x+1)}$; 6) ④ $\int \sin x \ln(1 + \sin^2 x) dx$.

5. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg} x} + \cos x + \frac{2(x+1)(x-2)}{2-x^2}}{\frac{1}{e}(1+x^2)^{\frac{1}{x^2}} - \cos x}.$$

6. ⑥ Построить график функции $y = |x+5| \sqrt[3]{1 + \frac{1}{x}}$.

7. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \operatorname{sh} \left(\sqrt{\frac{\cos 3x}{1-2x}} - \sqrt{\frac{\cos 3x}{1+2x}} \right)}{\ln \operatorname{ch} 2x} \right)^{\frac{1}{\operatorname{tg} x^2}}$$

8. ③ Найти значение радиуса кривизны кривой

$$x = \operatorname{arctg} t, \quad y = \frac{1}{2} \ln(1+t^2) \quad \text{в точке } t = 1.$$

9. ⑨ Построить кривую

$$x = \frac{t^2 + 8t + 19}{t + 3}, \quad y = \frac{t^2 + 3}{t - 1}.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 1 1998/99 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Построить график функции $y = \frac{(3-x)^3}{(x+1)^2}$.

2. ③ Найти $y^{(n)}$, $n \geq 2$, если

$$y = \frac{x^2}{\sqrt{2+7x}}$$

3. ③ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x = 1$ до $o((x-1)^{2n+1})$ функцию $y = (x^2 - 2x + 2) \cos(2x - 2)$.

4. Найти интегралы:

а) ⑤ $\int \frac{(7x+1) dx}{(2x+1)^2(5x^2+4x+2)}$; б) ④ $\int \sin 2x \ln(2 - \sin^4 x) dx$.

5. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x)^{\sin x} + \operatorname{ch} x - \frac{(x+2)^2}{2(x+1)}}{e^{\operatorname{sh} x} + \ln\left(\frac{1-x}{e}\right)}$$

6. ⑥ Построить график функции $y = |x-1| \sqrt[3]{-8 + \frac{1}{x}}$.

7. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{x\sqrt{2+x^2}} + e^{-x\sqrt{2+x^2}} - 2}{\sin 2x^2 \operatorname{ch} x} \right)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}}$$

8. ③ Найти значение радиуса кривизны кривой

$$x = e^{-t}(\cos t - \sin t), \quad y = e^{-t}(\cos t + \sin t) \quad \text{в точке } t = -1.$$

9. ⑨ Построить кривую

$$x = \frac{(t+1)^2}{t}, \quad y = \frac{(t-1)^2}{t-2}$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 1 1998/99 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	Оценка
Фамилия проверяющего	Фамилия экзаменатора

1. ④ Построить график функции $y = \frac{(x-1)^3}{(x-5)^2}$.

2. ③ Найти $y^{(n)}$ при $n > 2$, если $y = x^2 \log_2 \left(2 + \frac{3}{1-x} \right)$.

3. ④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x = 2$ до $o((x-2)^n)$ функцию $y = (-x^2 + 4x - 3)2^{2x-1}$.

4. Найти интегралы:

а) ⑤ $\int \frac{(x+10) dx}{(2x-1)^2(3x^2-4x+2)}$; б) ④ $\int \cos x \ln(1 + \cos^2 x) dx$.

5. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\text{th } x} - \sin x - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{\ln \left(\frac{\text{ch } x}{1+x} \right) + \text{tg } x - 2 \sin^2 \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right)}$$

6. ⑥ Построить график функции $y = |2x-1| \sqrt[3]{1 + \frac{2}{x}}$.

7. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \sin \left(\sqrt{\frac{\text{ch } x}{1+2x}} - \sqrt{\frac{\text{ch } x}{1-2x}} \right)}{\ln \cos 2x} \right)^{\frac{1}{\text{arctg } x^2}}$$

8. ③ Найти значение радиуса кривизны кривой

$$x = a \ln \left| \text{tg } \frac{t}{2} \right| + a \cos t, \quad y = a \sin t \quad \text{в точке} \quad t = \frac{\pi}{6}$$

9. ⑨ Построить кривую

$$x = \frac{1}{(t-4)(t-2)}, \quad y = \frac{t^2 - 6}{(t-2)^2}$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 1 1998/99 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	Оценка
	Фамилия экзаменатора

1. ④ Построить график функции $y = \frac{(2-x)^3}{(2+x)^2}$.

2. ③ Найти $y^{(n)}$ при $n \geq 2$, если

$$y = (x^2 - 4x + 2)3^{\frac{2-x}{3}}$$

3. ④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x = -1$ до $(o(x+1)^{2n+1})$ функцию $y = (x^2 + 2x + 3) \ln(-2x - x^2)$.

4. Найти интегралы:

а) ⑤ $\int \frac{(3x+2)dx}{(3x-1)^2(6x^2-2x+1)}$; б) ④ $\int \sin 2x \ln(2 - \cos^4 x) dx$.

5. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{(e^x-1)} - \frac{x}{\sqrt{1-\frac{5}{3}x^2}} - \operatorname{ch}(\sqrt{2}x)}{6 \ln\left(\frac{1+\operatorname{sh} x}{1+x}\right) - x \sin^2 x}$$

6. ⑥ Построить график функции $y = |4x+1| \sqrt[3]{-1 + \frac{1}{x}}$.

7. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{x^2\sqrt{1+x}} + e^{x^2\sqrt{1-x}} - 2}{\operatorname{sh} 2x^2 \cos x} \right)^{\frac{1}{\ln(1-x^2)}}$$

8. ③ Найти значение радиуса кривизны кривой

$$x = e^t \cos t, \quad y = e^t \sin t \quad \text{в точке } t = 1.$$

9. ⑨ Построить кривую

$$x = \frac{3}{(t-3)(t+1)}, \quad y = \frac{(t-2)^2}{(t-1)(t-3)}$$

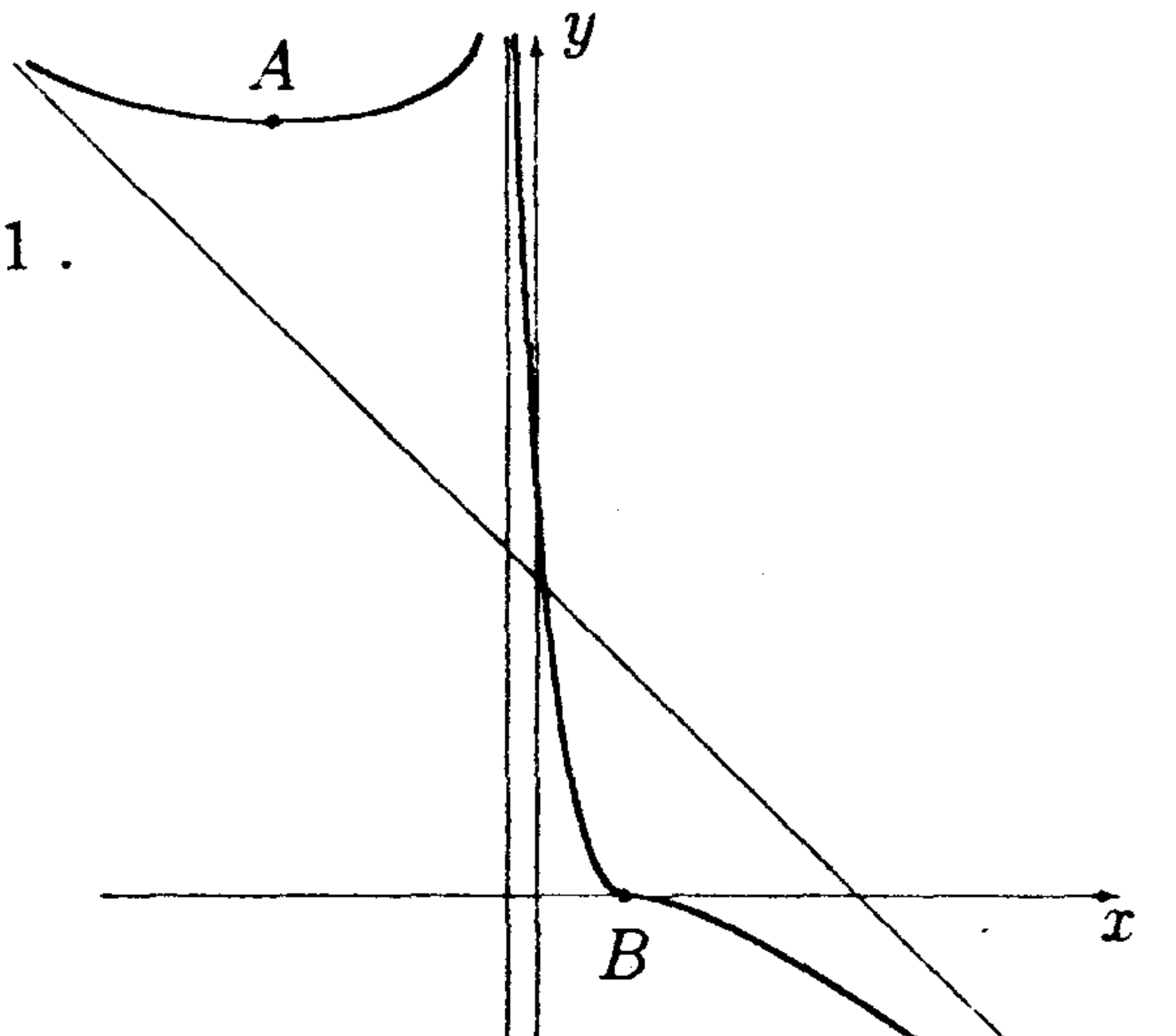
1. ④ $y = \frac{(3-x)}{(x+1)^2}; y' = \frac{-(x-3)^2(x+9)}{(x+1)^3}; y'' = \frac{96(3-x)}{(x+1)^4}.$

$A(-9; 27),$

$y' = 0$ — локальный минимум;

$B(3; 0), y' = 0$ — точка перегиба.

Асимптоты: $x = -1; y = -x + 11.$



2. ③

$$y^{(n)} = \left(\frac{7}{2}\right)^n (-1)^n (2n-1)!! (2 +$$

$$+ 7x)^{-n-\frac{1}{2}} x^2 + 2nx \left(\frac{7}{2}\right)^{n-1} (-1)^{n-1} (2n -$$

$$- 3)!! (2 + 7x)^{-n+\frac{1}{2}} + n(n-1) (-1)^{n-2} \left(\frac{7}{2}\right)^{n-2} (2n-5)!! (2 + 7x)^{-n+\frac{3}{2}},$$

$$n \geq 2.$$

3. ④ $y = (x^2 - 2x + 2) \cos(2x - 2).$

$$y = 1 + \sum_{k=1}^n \left(\frac{(-1)^{k-1} 4^{k-1}}{(2k-2)!} + \frac{(-1)^k 4^k}{(2k)!} \right) (x-1)^{2k} + o((x-1)^{2n+1}).$$

4. a) ⑤ $f_a(x) = \frac{7x+1}{(2x+1)^2(5x^2+4x+2)} = \frac{2}{2x+1} - \frac{2}{(2x+1)^2} + \frac{-5x+1}{5x^2+4x+2};$

$$J_a = \ln|2x+1| + \frac{1}{2x+1} - \frac{1}{2} \ln(5x^2+4x+1) + \frac{3}{\sqrt{6}} \operatorname{arctg} \frac{5x+2}{\sqrt{6}} + C.$$

b) ④ $f_b(x) = \sin 2x \ln(2 - \sin^4 x);$

$$J_b = \sin^2 x \ln(2 - \sin^4 x) - 2 \sin^2 x + \sqrt{2} \ln \left(\frac{\sqrt{2} + \sin^2 x}{\sqrt{2} - \sin^2 x} \right) + C.$$

5. ⑤ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{11}{24}x^4 + o(x^4)}{-\frac{1}{24}x^4 + o(x^4)} = 11.$

6. ⑥ $y = |x-1| \sqrt[3]{-8 + \frac{1}{x}}; y' = -\frac{(4x-1)(6x+1)}{3(8x-1)^{2/3} x^{4/3}} \operatorname{sgn}(x-1);$

$$y'' = -\frac{2}{9} \frac{(23x-2)}{(8x-1)^{5/3} x^{7/3}} \operatorname{sgn}(x-1).$$

$A\left(-\frac{1}{6}; -\frac{7}{6}\sqrt[3]{14}\right)$, $y' = 0$ — лок. макс.;

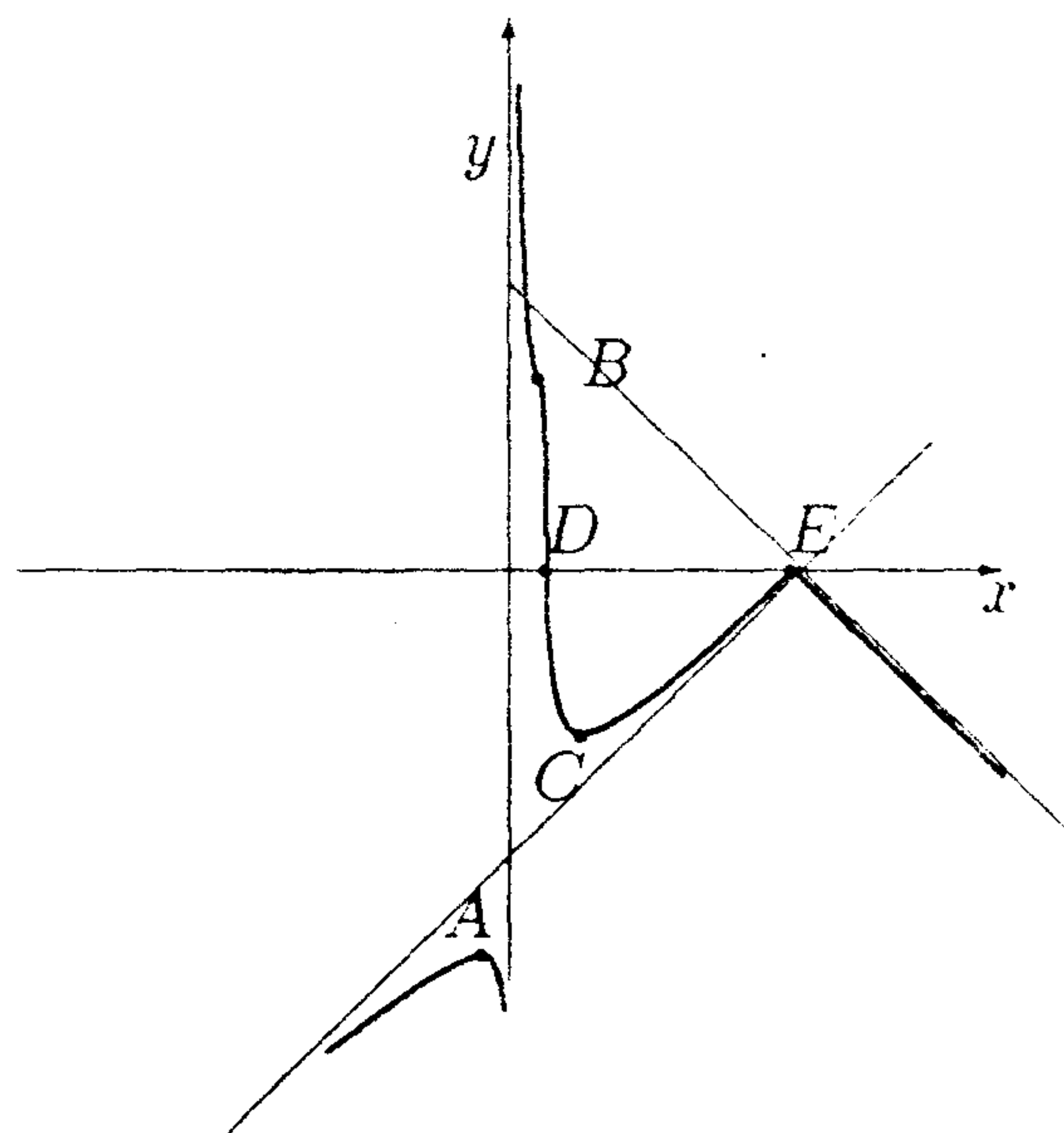
$B\left(\frac{2}{23}; \frac{21}{23}\sqrt[3]{\frac{7}{2}}\right)$, $y' = -\frac{175}{(28)^{2/3}}$ — перегиб;

$C\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\sqrt[3]{4}\right)$, $y' = 0$ — лок. мин.

$D\left(\frac{1}{8}; 0\right)$ — перегиб с вертик. касат.

$E(1; 0)$, $y'_{\pm} = \mp\sqrt[3]{7}$ — лок. макс.

Асимптоты: $y = 2x - \frac{25}{12}$, $y = -2x + \frac{25}{12}$.



7. ⑤ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x^2 + \frac{4}{3}x^4 + o(x^4)}{2x^2 + x^4 + o(x^4)} \right)^{\frac{1}{x^2 + o(x^4)}} = e^{\frac{1}{6}}$.

8. ③ $R = \frac{8e^3}{4e^2} = 2e$.

9. ⑨ $x = \frac{(t+1)^2}{t}$; $y = \frac{(t-1)^2}{t-2}$; $y'_x = \frac{t^2(t-3)}{(t-2)^2(t+1)}$;

$y''_x = \frac{12t^3}{(t-2)^3(t+1)^3(t-1)}$.

$A\left(\frac{16}{3}; 4\right)$, $y'_x = 0$ — лок. мин.;

$B(4; 0)$, $t = 1$;

$y'_x(-1) = -1$ — точка возврата (лок. макс $y(x)$, мин $x(y)$);

$C\left(0; -\frac{4}{3}\right)$,

$t = -1$ (вертик. касат.)

— лок. макс $x(y)$.

Асимптоты:

а) $y = -\frac{1}{2}$, $t \rightarrow 0$;

б) $x = \frac{9}{2}$, $t \rightarrow 2$;

в) $y = x - 2$, $t \rightarrow \infty$.

