

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 1,

осенний семестр 1997/98 уч.г.

1. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию

$$f(z) = \frac{3iz^2}{z^2 - 5iz - 4}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = 3i$. Указать границы кольца сходимости.

2. Исследовать особые точки функции

$$f(z) = \frac{4z^2 + \pi^2}{1 + e^{2z}} \left(\operatorname{ch} \frac{\pi}{z} - 1 \right).$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3.
$$\oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{z}{4 - e^{\frac{1}{z}}} dz.$$

4.
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+2) \cos 2x}{x^2 + 4x + 7} dx.$$

5.
$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} \ln x}{(x+1)(x+2)} dx.$$

6. Пусть $F(z)$ — регулярная ветвь функции $\sqrt[4]{z+16}$ в плоскости с разрезом по кривой $\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2$, где $\gamma_1 = \{z : |z| = 16, -\pi/2 \leq \arg z \leq \pi\}$, $\gamma_2 = \{z : -\infty < \operatorname{Re} z < 0, \operatorname{Im} z = -16\}$ такая, что $F(-32) = 2e^{-i\pi/4}$. Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=12} \frac{F(z) - 2}{z(z+10)} dz.$$

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 2,

осенний семестр 1997/98 уч.г.

1. Разложить в ряд Лорана по степеням $(z + 2)$ функцию

$$f(z) = \frac{(1 - i)z + 2}{z^2 + (1 + i)z + i}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = -2 - 2i$. Указать границы кольца сходимости.

2. Исследовать особые точки функции

$$f(z) = \frac{(z - 2)(3z^2 - 4z - 4)}{1 - \sin \frac{\pi}{z}}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3.
$$\oint_{|z|=4} \frac{2z - \pi - i \ln 3}{\operatorname{ctg} z + \frac{i}{2}} dz.$$

4.
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x + 3) \sin 6x}{x^2 + 6x + 25} dx.$$

5.
$$\int_0^2 \frac{dx}{(x - 3)^2 \sqrt[3]{x(x - 2)^2}}.$$

6. Пусть $F(z)$ — регулярная ветвь функции $\operatorname{Ln}(z + 5)$ в плоскости с разрезом по кривой $\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2$, где $\gamma_1 = \{z : |z| = 5, -\pi/2 \leq \arg z \leq \pi\}$, $\gamma_2 = \{z : \operatorname{Re} z = 0, -\infty < \operatorname{Im} z < -5\}$ такая, что $F(-6) = -i\pi$. Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=4,5} \frac{F(z)}{(z + 4)(z + 1)^2} dz.$$

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 3,

осенний семестр 1997/98 уч.г.

1. Разложить в ряд Лорана по степеням $z - 2i$ функцию

$$f(z) = \frac{2z - 9 + i}{z^2 - (3 + i)z + 3i}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = 0$. Указать границы кольца сходимости.

2. Исследовать особые точки функции

$$f(z) = \frac{z^2 + 4\pi^2}{1 - e^{3z}} \cos\left(1 - \frac{1}{z}\right).$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3.
$$\oint_{|z|=1} \frac{z - \frac{1}{\ln 2}}{e^{\frac{1}{z}} - 2} dz.$$

4.
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(4 - x) \cos 4x}{x^2 - 8x + 17} dx.$$

5.
$$\int_0^{\infty} \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}(x + 1)(x + 5)}.$$

6. Пусть $F(z)$ — регулярная ветвь функции $\sqrt[3]{z + 9}$ в плоскости с разрезом по кривой $\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2$, где $\gamma_1 = \{z : |z| = 9, -\pi \leq \arg z \leq \pi/2\}$, $\gamma_2 = \{z : -\infty < \operatorname{Re} z < 0, \operatorname{Im} z = 9\}$ такая, что $F(-10) = e^{i\pi/3}$. Вычислить интеграл

$$\int_{|z|=2} \frac{F(z) - 2}{z(z + 1)^2} dz.$$

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 4,

осенний семестр 1997/98 уч.г.

1. Разложить в ряд Лорана по степеням $z - 2$ функцию

$$f(z) = \frac{2z - 3 + 2i}{z^2 - (1 + 2i)z + 2i}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = 4i$. Указать границы кольца сходимости.

2. Исследовать особые точки функции

$$f(z) = \frac{3z^2 - 4iz - 1}{1 + \operatorname{ch} \frac{\pi}{z}}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3.
$$\oint_{|z - \frac{\pi}{2}|=3} \frac{2z - i \ln 2}{\operatorname{tg} z - \frac{i}{3}} dz.$$

4.
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-1) \sin 5x}{x^2 - 2x + 5} dx.$$

5.
$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 \sqrt[4]{(x-1)^3(2-x)}}.$$

6. Пусть $F(z)$ — регулярная ветвь функции $\operatorname{Ln}(z+3)$ в плоскости с разрезом по кривой $\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2$, где $\gamma_1 = \{z : |z| = 3, -\pi \leq \arg z \leq \pi/2\}$, $\gamma_2 = \{z : \operatorname{Re} z = 0, 3 < \operatorname{Im} z < +\infty\}$ такая, что $F(-4) = i\pi$. Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=5/2} \frac{F(z)}{(z-1)(z+2)^2} dz.$$
