

Семестровая контрольная работа  
по математическому анализу  
1 семестр 2008/2009 уч.г.

№ группы	Фамилия студента	Сумма баллов	Оценка	Подпись препод.

1.③ Найти производную функции (ответ можно не упрощать)

$$y = \frac{(\arccos \ln x)^{\sin x}}{\operatorname{th} \sqrt[3]{\frac{1}{x}} - 1}$$

2. Вычислить интегралы

а) ④  $\int \frac{x^3 - x + 2}{(x-1)(x^3 - x^2 + x - 1)} dx$ ;      б) ⑤  $\int e^x \arcsin e^{-\frac{x}{2}} dx$ .

3.③ Найти  $y'_x$  и  $y''_{xx}$  при  $t = 1$ , если

$$x(t) = \sqrt{1+t^2}, \quad y(t) = \arcsin \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}.$$

4.③ Найти  $y^{(n)}$  при  $n \geq 3$ , если

$$y = (x^2 + x) \ln \frac{x-1}{2x+1}$$

5.⑤ Представить формулой Тейлора функцию

$$y = \frac{x}{\sqrt{x+8}}$$

в окрестности точки  $x_0 = -4$  до  $o((x+4)^n)$ .

6.⑤ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg} x} - e^{\operatorname{th} x}}{\arcsin(\arcsin x) - \sin(\sin x)}$$

7.⑥ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 - e^{\sin x} + \operatorname{sh} x \right)^{\frac{1}{\operatorname{arctg}(\sqrt{3}-x) - \arccos \frac{4+\sqrt{3}x}{8}}}$$

**Семестровая контрольная работа**  
**по математическому анализу**  
**1 семестр 2008/2009 уч.г.**

<b>№ группы</b>	<b>Фамилия студента</b>	<b>Сумма баллов</b>	<b>Оценка</b>	<b>Подпись препод.</b>

1.③ Найти производную функции (ответ можно не упрощать)

$$y = \frac{(\arcsin \ln x)^{\cos x}}{\operatorname{sh} \sqrt[5]{\frac{1}{x^2} + x}}$$

2. Вычислить интегралы

а) ④  $\int \frac{2x^3 + 2x^2 + 2x + 2}{x^4 + 2x^3 + 2x^2} dx;$

б) ⑤  $\int e^{3x} \operatorname{arctg} e^x dx.$

3.③ Найти  $y'_x$  и  $y''_{xx}$  при  $t = 0$ , если

$$x(t) = \ln(\sqrt{t^2 + 1} - t), \quad y(t) = \operatorname{arctg} \frac{1+t}{1-t}.$$

4.③ Найти  $y^{(n)}$  при  $n \geq 3$ , если

$$y = (x^2 + 5x) \cdot 2^{2x+1} \cdot 4^{x-1}$$

5.⑤ Представить формулой Тейлора функцию

$$y = x \sqrt[3]{7-x}$$

в окрестности точки  $x_0 = 3$  до  $o((x-3)^n)$ .

6.⑤ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x \operatorname{ch} x} - e^{x \sqrt{\cos x}}}{\sin(\operatorname{th} x) - x}$$

7.⑥ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\pi} \left( \arccos \left( x - \frac{1}{2} \right) + \operatorname{arctg} \frac{3+8x}{\sqrt{3}} \right) \right)^{\frac{x}{\operatorname{sh} x - x \operatorname{ch} \sin x}}$$

**Семестровая контрольная работа  
по математическому анализу  
1 семестр 2008/2009 уч.г.**

<b>№ группы</b>	<b>Фамилия студента</b>	<b>Сумма баллов</b>	<b>Оценка</b>	<b>Подпись препод.</b>

1.③ Найти производную функции (ответ можно не упрощать)

$$y = \frac{(\operatorname{ch} \arcsin x)^{\operatorname{tg} x}}{\operatorname{cth} \sqrt{\frac{1}{x} + 1}}$$

2. Вычислить интегралы

a) ④  $\int \frac{x^3 + x^2 + 3x - 1}{(x+1)(x^3 + x^2 + x + 1)} dx;$       б) ⑤  $\int e^{-2x} \arccos e^x dx.$

3.③ Найти  $y'_x$  и  $y''_{xx}$  при  $t = 0$ , если

$$x(t) = \ln(\sqrt{t^2 + 4} - t), \quad y(t) = \arccos \frac{t}{\sqrt{t^2 + 4}}.$$

4.③ Найти  $y^{(n)}$  при  $n \geq 3$ , если

$$y = x^2 \ln \frac{2+x}{2-3x}$$

5.⑤ Представить формулой Тейлора функцию

$$y = \frac{x}{\sqrt[3]{x+4}}$$

в окрестности точки  $x_0 = -2$  до  $o((x+2)^n)$ .

6.⑤ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{sh} x} - e^{\sin x}}{\operatorname{tg}(\operatorname{tg} x) - \operatorname{arctg}(\operatorname{arctg} x)}$$

7.⑥ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \operatorname{th} x + \ln(1 + \sin x)) \frac{1}{\operatorname{arctg}(1+4\sqrt{2}x) - \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 2x\right)}$$

**Семестровая контрольная работа**  
**по математическому анализу**  
**1 семестр 2008/2009 уч.г.**

<b>№ группы</b>	<b>Фамилия студента</b>	<b>Сумма баллов</b>	<b>Оценка</b>	<b>Подпись препод.</b>

1.③ Найти производную функции (ответ можно не упрощать)

$$y = \frac{(\operatorname{sh} \arccos x)^{\operatorname{ctg} x}}{\operatorname{ch} \sqrt[3]{\frac{1}{x^3} - x}}$$

2. Вычислить интегралы

а) ④  $\int \frac{2x^3 - 4x^2 + 2x - 2}{x^4 - 2x^3 + 2x^2} dx;$

б) ⑤  $\int e^{2x} \operatorname{arctg} e^{-x} dx.$

3.③ Найти  $y'_x$  и  $y''_{xx}$  при  $t = 1$ , если

$$x(t) = \sqrt{t^2 + 4}, \quad y(t) = \operatorname{arcctg} \frac{2-t}{2+t}.$$

4.③ Найти  $y^{(n)}$  при  $n \geq 3$ , если

$$y = (x^2 - 3) \cdot 3^{2x+1} \cdot 2^{-x-1}$$

5.⑤ Представить формулой Тейлора функцию

$$y = x\sqrt{x-2}$$

в окрестности точки  $x_0 = 4$  до  $o((x-4)^n)$ .

6.⑤ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{arcsin} x} - e^x \cos x}{\operatorname{sh}(\operatorname{sh} x) - \operatorname{th}(\operatorname{th} x)}$$

7.⑥ Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\pi} \left( \operatorname{arcctg} (2x - \sqrt{3}) \right) + \operatorname{arcsin} \frac{2 + \sqrt{3}x}{4} \right)^{\frac{1}{\operatorname{ch} \ln(1+x) - \cos x}}$$

2. а)  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1} + \frac{1}{(x-1)^2}; \int f(x)dx = \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + \operatorname{arctg} x - \frac{1}{x-1} + c;$

б)  $\int f(x)dx = e^x \arcsin e^{-x/2} + \sqrt{e^x-1} + c.$

3.③  $y'_x = \frac{1}{t\sqrt{t^2+1}}; y'_x(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}; y''_{xx} = -\frac{2t^2+1}{t^3(t^2+1)}; y''_{xx}(1) = -\frac{3}{2}.$

4.③  $y^{(n)} = (x^2+x)(-1)^{n-1}(n-1)! \left( \frac{1}{(x-1)^n} - \frac{2^n}{(2x+1)^n} \right) +$   
 $+n(2x+1)(-1)^{n-2}(n-2)! \left( \frac{1}{(x-1)^{n-1}} - \frac{2^{n-1}}{(2x+1)^{n-1}} \right) +$   
 $+\frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 \cdot (-1)^{n-3}(n-3)! \left( \frac{1}{(x-1)^{n-2}} - \frac{2^{n-2}}{(2x+1)^{n-2}} \right).$

5.⑤  $y = -2 + \sum_{k=1}^n \frac{C^{k-1}_{-1/2} - C^k_{-1/2}}{2^{2k-1}} (x+4)^k + o((x+4)^n).$

6.⑤  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{3}x^3 + o(x^3)}{\frac{2}{3}x^3 + o(x^3)} = 1.$

7.⑥  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{x^2}{2} + o(x^2) \right)^{\frac{1}{-\frac{5x^2}{32\sqrt{3}} + o(x^2)}} = e^{\frac{16\sqrt{3}}{5}}.$

2. а)  $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+2x+2} + \frac{1}{x^2}; \int f(x)dx = \ln(x^2+2x+2) - \operatorname{arctg}(x+1) - \frac{1}{x} + c;$

б)  $\int f(x)dx = \frac{e^{3x}}{3} \operatorname{arctg} e^x + \frac{e^{2x}}{6} - \frac{1}{6} \ln(1+e^{2x}) + c.$

3.③  $y'_x = -\frac{1}{\sqrt{t^2+1}}; y'_x(0) = -1; y''_{xx} = -\frac{t}{t^2+1}; y''_{xx}(0) = 0.$

4.③  $y = \frac{x^2+5x}{2} e^{4x \ln 2};$   
 $y^{(n)} = \frac{x^2+5x}{2} (4 \ln 2)^n \cdot 2^{4x} + n \left( x + \frac{5}{2} \right) (4 \ln 2)^{n-1} \cdot 2^{4x} + \frac{n(n-1)}{2} (4 \ln 2)^{n-2} \cdot 2^{4x}.$

5.⑤  $y = 3\sqrt[3]{4} + \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k \sqrt[3]{4}}{4^k} (3C^k_{1/3} - 4C^{k-1}_{1/3}) (x-3)^k + o((x-3)^n).$

6.⑤  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{4}x^3 + o(x^3)}{-\frac{1}{2}x^3 + o(x^3)} = -\frac{3}{2}.$

7.⑥  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{10x^2}{3\pi\sqrt{3}} + o(x^2) \right)^{\frac{1}{-\frac{x^2}{3} + o(x^2)}} = e^{\frac{10}{\pi\sqrt{3}}}.$

2. а)  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1} - \frac{2}{(x+1)^2}; \int f(x)dx = \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + \operatorname{arctg} x + \frac{2}{x+1} + c;$

б)  $\int f(x)dx = -\frac{e^{-2x}}{2} \arccos e^x + \frac{1}{2} \sqrt{e^{-2x}-1} + c.$

3.③  $y'_x = \frac{2}{\sqrt{t^2+4}}; y'_x(0) = 1; y''_{xx} = \frac{2t}{t^2+4}; y''_{xx}(0) = 0.$

4.③  $y^{(n)} = x^2(n-1)! \left( \frac{(-1)^{n-1}}{(x+2)^n} + \frac{3^n}{(2-3x)^n} \right) +$   
 $+ n \cdot 2x(n-2)! \left( \frac{(-1)^{n-2}}{(x+2)^{n-1}} + \frac{3^{n-1}}{(2-3x)^{n-1}} \right) +$   
 $+ \frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 \cdot (n-3)! \left( \frac{(-1)^{n-3}}{(x+2)^{n-2}} + \frac{3^{n-2}}{(2-3x)^{n-2}} \right) +.$

5.⑤  $y = -\sqrt[3]{4} + \sum_{k=1}^n \frac{C^{k-1}_{-1/3} - C^k_{-1/3}}{\sqrt[3]{2} \cdot 2^{k-1}} (x+2)^k + o((x+2)^n).$

6.⑤  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3}x^3 + o(x^3)}{\frac{4}{3}x^3 + o(x^3)} = \frac{1}{4}.$

7.⑥  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{x^2}{2} + o(x^2) \right)^{\frac{1}{-12x^2 + o(x^2)}} = e^{\frac{1}{24}}.$

2. а)  $f(x) = \frac{2x-3}{x^2-2x+2} - \frac{1}{x^2}; \int f(x)dx = \ln(x^2-2x+2) - \operatorname{arctg}(x-1) + \frac{1}{x} + c;$

б)  $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} \operatorname{arctg} e^{-x} + \frac{e^x}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} e^x + c.$

3.③  $y'_x = \frac{2}{t\sqrt{t^2+4}}; y'_x(1) = \frac{2}{\sqrt{5}}; y''_{xx} = -\frac{4(t^2+2)}{t^3(t^2+4)}; y''_{xx}(1) = -\frac{12}{5}.$

4.③  $y = \frac{3}{2}(x^2-3) \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^x; y^{(n)} = \frac{3}{2}(x^2-3) \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^x \left(\ln \frac{9}{2}\right)^n +$   
 $+ n \cdot 3x \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^x \left(\ln \frac{9}{2}\right)^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 3 \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^x \left(\ln \frac{9}{2}\right)^{n-2}.$

5.⑤  $y = 4\sqrt{2} + \sum_{k=1}^n \frac{\sqrt{2}}{2^{k-1}} (2C^k_{1/2} + C^{k-1}_{1/2}) (x-4)^k + o((x-4)^n).$

6.⑤  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{3}x^3 + o(x^3)}{x^3 + o(x^3)} = \frac{2}{3}.$

7.⑥  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{5\sqrt{3}x^2}{24\pi} + o(x^2) \right)^{\frac{1}{x^2 + o(x^2)}} = e^{-\frac{5\sqrt{3}}{24\pi}}.$

**Инструкция по проверке семестровой контрольной  
работы по математическому анализу, 2008/2009  
уч.г, 1 курс, 1 семестр**

За арифметическую ошибку, не имеющую существенного значения, снимать 1 очко.

1. За неправильный ответ ставить 0 (ноль) очков.

2а. За правильное разложение и найденные коэффициенты ставить 1 очко. За ошибку в формуле табличного интегрирования (в задачах 2а и 2б) снимать 2 очка.

2б. За правильное интегрирование по частям ставить 2 очка. За правильное выполнение замены переменной ставить 1 очко. Если нет произвольной постоянной в обоих ответах задач 2а и 2б снимать 1 очко за две задачи.

3. За первую производную ставить 1 очко.

4. За неправильное применение формулы Лейбница — 0 очков за задачу. За ошибку в формуле  $n$ -ой производной стандартной функции снимать 2 очка.

5. Выражение не является формулой Тейлора — 0 очков за задачу. Представление по степеням величины, не стремящейся к нулю — 0 очков за задачу. За неправильное представление стандартной функции снимать 2 очка.

6. За неправильное представление основных функций (в задачах 6 и 7) снимать 2 очка. За недобор членов представления — 0 очков за задачу. За повторяющуюся потерю  $o$ -малых снимать 1 очко. За правильное представление числителя ставить 3 очка. За правильное представление знаменателя ставить 2 очка.

7. За недобор членов представления — 0 очков за задачу.

За повторяющуюся потерю  $o$ -малых снимать 1 очко. За правильное представление основания ставить в вариантах 1 и 3 ставить 2 очка, в вариантах 2 и 4 — 4 очка. За правильное представление показателя степени в вариантах 1 и 3 ставить 4 очка, в вариантах 2 и 4 — 2 очка.

**Оценки:**

- 0 ÷ 11 очков — неуд.
- 12 ÷ 19 очков — удовл.
- 20 ÷ 27 очков — хор.
- 27 ÷ 34 очка — отл.