

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 2
2004/2005 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

| | |
|----------------------|--|
| Сумма баллов | |
| Фамилия проверяющего | |

| | |
|----------------------|--|
| Оценка | |
| Фамилия экзаменатора | |

1.④ Найти первый и второй дифференциалы функции $f(x,y)$ в точке $A(1,0)$, если

$$f(x,y) = \sin \left(e^{\frac{y}{x}} - 1 \right).$$

2.④ Найти длину дуги кривой: $x = 4t^3, y = 3t^4, t \in [0,1]$.

3.③ Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = \frac{3}{2}$ функцию

$$y = \ln(4x - x^2 - 3)$$

и найти радиус сходимости полученного ряда.

4.② Исследовать на сходимость ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!}{(n!)^3 \pi^{3n}}$.

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

а) ④ $\int_0^{+\infty} \frac{(\operatorname{ch} x - \cos x)^\alpha}{x \operatorname{sh}^3 x} dx$, б) ⑥ $\int_2^{+\infty} x^\alpha \left(\operatorname{arctg} \frac{\ln x}{x} \right) \sin x^3 dx$.

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0,1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$:

а) ⑤ последовательность $f_n(x) = \cos(\sqrt{n+x^2} - \sqrt{n})$,

б) ⑥ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x+n} \operatorname{th} \frac{x}{\sqrt{n}}$.

7.⑥ Исследовать на дифференцируемость в точке $A(1,-2)$ функцию:

$$f(x,y) = (xy + 3) \sqrt{2x^2 + y^2 + xy - 2x + 3y + 4}.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 2
2004/2005 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

| | |
|----------------------|--|
| Сумма баллов | |
| Фамилия проверяющего | |

| | |
|----------------------|--|
| Оценка | |
| Фамилия экзаменатора | |

- 1.④ Найти первый и второй дифференциалы функции $f(x,y)$ в точке $B(1,0)$, если

$$f(x,y) = \ln(e^y + x^2).$$

- 2.④ Найти площадь поверхности вращения вокруг оси Oy кривой

$$x = 3t^5, \quad y = 5t^3, \quad t \in [0,1].$$

- 3.③ Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$ функцию

$$y = \frac{2x + 2}{(x + 3)^2}$$

и найти радиус сходимости полученного ряда.

- 4.② Исследовать на сходимость ряд:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \ln \left(n^{\sin \frac{1}{n}}\right)\right)^n.$$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

а) ④ $\int_0^{+\infty} \frac{(\operatorname{sh} x - \sin x)^\alpha}{x^2(e^{4x} - 1)} dx,$ б) ⑥ $\int_4^{+\infty} x^\alpha \left(\arcsin \frac{1}{x}\right) \cos \sqrt{x} dx.$

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0,1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$:

а) ⑤ последовательность $f_n(x) = \ln \frac{x^2 + xn^2}{xn + n^2},$

б) ⑥ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + \ln^2(x + e)} \sin \frac{1}{x\sqrt{n}}.$

- 7.⑥ Исследовать на дифференцируемость в точке $B(1, -2)$ функцию:

$$f(x,y) = (x^2 + y + 1) \sqrt{2x^2 + 2xy + y^2 + 2y + 2}.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 2
2004/2005 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

| | |
|----------------------|--|
| Сумма баллов | |
| Фамилия проверяющего | |

| | |
|----------------------|--|
| Оценка | |
| Фамилия экзаменатора | |

1.④ Найти первый и второй дифференциалы функции $f(x,y)$ в точке $C(2,0)$, если

$$f(x,y) = e^{\operatorname{arctg}(y/x)}.$$

2.④ Найти площадь поверхности вращения вокруг оси Ox кривой

$$x = \sqrt{t^2 + 1}, \quad y = \sqrt{t^2 - 1}, \quad t \in [1,3].$$

3.③ Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 2$ функцию

$$y = x \ln(5x - 2x^2)$$

и найти радиус сходимости полученного ряда.

4.② Исследовать на сходимость ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+4}}{n!10^{n/2}} \operatorname{arctg}(1 + n^2).$$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

а) ④ $\int_0^{+\infty} \frac{e^x - \sqrt{2x + \cos x}}{(x \operatorname{ch} x)^\alpha} dx,$

б) ⑥ $\int_2^{+\infty} \frac{x^\alpha \cos x^2}{\operatorname{arctg} \frac{1}{x}} dx.$

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0,1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$:

а) ⑤ последовательность $f_n(x) = \frac{x^2 n - 1}{\sqrt{x n^2 + 1}},$

$$f_n(x) = \frac{x^2 n}{\sqrt{x^2 + n^2}}$$

б) ⑥ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{1 + nx} \sin \frac{1}{\sqrt{n+x}}.$

7.⑥ Исследовать на дифференцируемость в точке $C(2,0)$ функцию:

$$f(x,y) = (x^2 + xy - 4) \sqrt{x^2 + y^2 + xy - 4x - 2y + 4}.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ Курс 1 Семестр 2

2004/2005 уч.г.

Фамилия студента Курцлюк Д. № группы 463

| | |
|---|----------------|
| Сумма баллов | $\Sigma = 34.$ |
| Фамилия <u>А. Бейко</u> проверяющего | |

| | |
|-------------------------|----------------|
| Оценка | ОТЛ |
| Фамилия экзаменатора | ММ |

4 • 1. **4** Найти первый и второй дифференциалы функции $f(x,y)$ в точке $D(1,1)$, если

$$f(x,y) = ye^{2xy-x-y}.$$

4 • 2. **4** Найти длину дуги кривой: $x = \cos^4 t, y = \sin^4 t, t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$

3 • 3. **3** Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 3$ функцию

$$y = \operatorname{arctg} \frac{2x^2 - 12x + 19}{6x - x^2 - 7}$$

и найти радиус сходимости полученного ряда.

2 • 4. **2** Исследовать на сходимость ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2(n-1)^n)^n}{n^{(n^2)}}.$

• 5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

3 • а) **4** $\int_0^{+\infty} \frac{e^x - e^{\sin x}}{(\operatorname{ch}^2 x - \cos^2 x)^\alpha} dx,$ б) **6** $\int_1^{+\infty} x^\alpha \left(\operatorname{sh} \frac{1}{x} - \frac{1}{x} \right) \cos \sqrt{x} dx.$

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0,1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$:

4 а) **5** последовательность $f_n(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}} \cos \frac{nx}{1+e^{nx}},$

3 б) **6** ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{xn}{x^2+n^2}}{1 + \ln^2 n}.$

6 7. **6** Исследовать на дифференцируемость в точке $D(1,1)$ функцию:

$$f(x,y) = (2x^2 - y^2 - 1) \sqrt{x^2 + y^2 - xy - x - y + 1}.$$

Математический анализ (1к, Заня 2005г.)

17

Вариант 51

1. (4) $df(x_0) = dy$; $d^2f(x_0) = -2dx dy + dy^2$

2. (4) $l = \frac{9}{12} - \frac{3}{2} h (1 + \sqrt{2})$

3. (3) $f(x) = h^{\frac{3}{4}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n} \left((-1)^{n+1} \frac{1}{3^n} \right) \left(x - \frac{3}{2} \right)^n$

$R = \frac{1}{2}$

4. (2) Сходится.

5. (4) Сходится при $\alpha \in \left(\frac{3}{2}; 3 \right]$.

55(6) Сходится абсолютно при $\alpha \in (-\infty, 0)$;
Сходится условно при $\alpha \in [0, 3)$;
Расходится при $\alpha \in [3, +\infty)$.

6. (5) $F(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f_n(x) = 1$.

Не сходится равномерно на $E_2 = (0, +\infty)$
Равномерно сходится на $E_1 = (0, 1)$

65(6) Равномерно сходится на $E_1 = (0, 1)$;
Не сходится равномерно на $E_2 = (1, +\infty)$

70(6) Не дифференцируема.

Вариант 52

2

1. (4) $df(x_0) = dx + \frac{1}{2}dy$; $d^2f(x_0) = -kxy + \frac{1}{4}dy^2$.

2. (4) $S = 6(1 + \sqrt{2})$. \mathbb{R}

3. (5) $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} (x+1)^k}{2^k}$; $|x+1| < 2$
 $\mathbb{R} - 2$

4. (2) Расходится.

5. (4) а) Сходится при $x=0$ при $\alpha > \frac{2}{3}$

б) Сходится при $x \rightarrow +\infty$ для $\alpha \leq 4$
 $\alpha \in (\frac{2}{3}; 4]$

5Б(6) Сходится абсолютно при $\alpha \in (-\infty, 0)$;

Сходится условно при $\alpha \in [0, \frac{1}{2})$

Расходится при $\alpha \in [\frac{1}{2}, +\infty)$. \mathbb{F}

6. а(5) Равномерно $ck \rightarrow kx$ при $x \in [0, 1]$

Сходится неравномерно при $x \in (1, +\infty)$

б(6). Сходится неравномерно
при $x \in (0, 1)$

Сходится равномерно

при $x \in (1, +\infty)$.

\mathbb{F} . Дифф-ия

Вариант 53

3

1. (4) $dY/Y_0 = \frac{1}{2} dy$; $dY/Y_1 = -\frac{1}{2} dx dy + \frac{1}{4} dy^2$

2. (4) $S = 2\sqrt{2}\pi \int_1^3 \frac{t^2}{\sqrt{t^2+1}} dt = 6\sqrt{2}\pi - 2\pi - \pi\sqrt{2} \ln \frac{3+\sqrt{10}}{1+\sqrt{2}}$

3. (3) $f(x) = 2kx^2 + (kx - \frac{3}{2})(x+2) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{1-n} - (2n-1)2^{n-1}}{n(n-1)} (x-2)^n$
 $k = \frac{1}{2}$

4. (2) Сходится

5A. (4) Сходится при $x \in (1; 3)$.

- 5B. (6) 1) Сходится абсолютно при $x \in (-\infty, -2)$,
 2) Сходится условно при $x \in (-2, 0)$,
 3) Расходится при $x \in [0, +\infty)$.

6A. (5) $f(x) = x^2$

- а) Равномерно на $E_1 = (0, 1)$,
 б) Неравномерно на $E_2 = (1, +\infty)$.

- 6B. (6) а) равномерно на $E_1 = (0, 1)$
 б) неравномерно на $E_2 = (1, +\infty)$.

7. (6) Дифференцируема.

Вариант 54

[4]

1. (4) $df(N_0) = dx + 2dy$; $d^2f(N_0) = dx^2 + 8dx dy + 3dy^2$

2. (4) $l = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \ln(1 + \sqrt{2})$

3. (3) $f(x) = \arctg \frac{1}{2} + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(x-3)^{4k+2}}{2k+1}$
 $R=1$

4. (2) Сходится.

5. (4) Сходится при $\alpha \in (\frac{1}{2}, 2)$.

5.5 (6) 1) Сходится абсолютно при $\alpha \in (-\infty, 2)$,
2) Сходится условно при $\alpha \in [2, \frac{5}{2})$,
3) Расходится при $\alpha \in [\frac{5}{2}, +\infty)$.

6. (5) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$

а) Сходится неравномерно на $E_1 = (0, 1)$

б) Сходится равномерно на $E_2 = (1, +\infty)$

6.5 (6) 1) Сходится равномерно на $E_1 = (0, 1)$

2) Сходится неравномерно на $E_2 = (1, +\infty)$

7. (6) Дифференцируема.