

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Уравнения математической физики Курс 3 Семестр 6
2001/2002 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

Решить задачи:

1.⑤ $u_{xx} + u_{xy} - 6u_{yy} + \frac{5}{2x+y+1}(2u_y - u_x) = 0, \quad 2x + y + 1 > 0;$
 $u|_{y=0} = 5x, \quad u_y|_{y=0} = 0, \quad 0 \leq x < \infty.$

2.④ $u_{tt} = 4u_{xx} + x \sin t, \quad t > 0, \quad x > 0;$
 $u|_{t=0} = 2x^2, \quad u_t|_{t=0} = 8 - x, \quad x \geq 0;$
 $u_x|_{x=0} = \sin^2 t - \sin t, \quad t \geq 0.$

3.⑨ $u_t = 4u_{xx} + 9u - 27\pi x(x - 2\pi) - \frac{9}{2\pi}(x + 2\pi), \quad t > 0, \quad 0 < x < 2\pi;$
 $u|_{t=0} = 1 + \sin x + \frac{x}{2\pi}, \quad 0 \leq x \leq 2\pi;$
 $u|_{x=0} = 1, \quad u|_{x=2\pi} = 2, \quad t \geq 0.$

4.④ $\Delta u = -\frac{1}{r^2} \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right), \quad r > 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2};$
 $(u - u_r)|_{r=1} = \cos^2 \varphi.$

5.⑤ $u_{tt} = \Delta u - 81(t+1)^2 \operatorname{sh}(2x - 2y + z), \quad t > 0, \quad (x, y, z) \in R^3;$
 $u|_{t=0} = (2x + y - z) \cos y, \quad u_t|_{t=0} = x^2 - y^2 + z^2.$

6.④ $\Delta u = 24xy, \quad r < \frac{1}{2}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2};$
 $u|_{r=1/2} = \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \varphi + \frac{1}{16} \sin^4 \theta \sin 2\varphi.$

7.⑤ Найти решение уравнения

$$y(x) = \lambda \int_{-1}^1 \left(x e^{-x^2} \cos^3 t + \frac{1 - \cos x}{x} e^{t^2} \right) y(t) dt + f(x), \quad -1 \leq x \leq 1.$$

При каких $f(x) \in C[-1; 1]$ и λ решение существует?

Каково множество характеристических чисел сопряженного ядра?

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Уравнения математической физики Курс 3 Семестр 6
2001/2002 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

Решить задачи:

1.⑤ $u_{xx} - 4u_{xy} + 3u_{yy} + \frac{4}{x+y+1}(u_x - u_y) = 0, \quad x+y+1 > 0;$
 $u|_{y=0} = 0, \quad u_y|_{y=0} = -\frac{2}{3}(x+1)^2, \quad x \geq 0.$

2.④ $u_{tt} = 9u_{xx} + 5x \cos t, \quad t > 0, \quad x > 0;$
 $u|_{t=0} = x^2 - 4x, \quad u_t|_{t=0} = 9, \quad x \geq 0;$
 $u_x|_{x=0} = \cos^2 t - 5 \cos t, \quad t \geq 0.$

3.⑨ $u_t = u_{xx} + 4u - 12t(x - 2\pi)^2 + 2x(t - 2t^2), \quad t > 0, \quad 0 < x < 2\pi;$
 $u|_{t=0} = \pi^2, \quad 0 \leq x \leq 2\pi;$
 $u_x|_{x=0} = t^2, \quad u|_{x=2\pi} = t^2, \quad t \geq 0.$

4.④ $\Delta u = \frac{1}{r^3} \cos^2 \varphi, \quad r > 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2};$
 $(u - u_r)|_{r=1} = \sin \varphi.$

5.⑤ $u_{tt} = \Delta u - 18(t+1)t \operatorname{ch}(x - 2y + z), \quad t > 0, \quad (x, y, z) \in R^3;$
 $u|_{t=0} = x^2 - 3y^2 - 4z^2, \quad u_t|_{t=0} = (x + y + z) \cos x.$

6.④ $\Delta u = 1, \quad 1 < r < 2, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2};$
 $u|_{r=1} = 0, \quad u|_{r=2} = 2 \sin \theta \sin \varphi + \frac{2}{3}.$

7.⑤ Найти решение уравнения

$$y(x) = \lambda \int_{-1}^1 \left(\sin^3 x \cdot \frac{\operatorname{sh} t}{t} + x \operatorname{ch} x (t^2 + 2) e^{t^2} \right) y(t) dt + f(x), \quad -1 \leq x \leq 1.$$

При каких $f(x) \in C[-1; 1]$ и λ решение существует?

Каково множество характеристических чисел сопряженного ядра?

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Уравнения математической физики Курс 3 Семестр 6
2001/2002 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

Решить задачи:

1.⑤ $3u_{xx} - 7u_{xy} - 6u_{yy} + \frac{11}{3x+y+1}(u_x - 3u_y) = 0, \quad 3x + y + 2 > 0;$
 $u|_{y=0} = \frac{11}{3} \ln(1+3x), \quad u_y|_{y=0} = 0, \quad x \geq 0.$

2.④ $4u_{tt} = u_{xx} + 7t \cos x, \quad t > 0, \quad x > 0;$
 $u|_{t=0} = 4x^2, \quad u_t|_{t=0} = \cos 2x + 7 \cos x, \quad x \geq 0;$
 $u_x|_{x=0} = 2t^2, \quad t \geq 0.$

3.⑨ $u_{tt} = 4u_{xx} + u + \pi(x^2 - \pi^2) + \pi - x - t, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$
 $u|_{t=0} = \frac{4}{27} \cos \frac{3x}{2} + x - \pi, \quad u_t|_{t=0} = 1, \quad 0 \leq x \leq \pi;$
 $u_x|_{x=0} = 1, \quad u|_{x=\pi} = t, \quad t \geq 0.$

4.④ $\Delta u = -\frac{8}{r^3} \cos 3\varphi, \quad r > 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2};$
 $(u - u_r)|_{r=1} = \sin^2 \varphi.$

5.⑤ $u_t = \Delta u + 27(t^2 - 1) \cos(x + y + z), \quad t > 0, \quad (x, y, z) \in R^3;$
 $u|_{t=0} = (x - y + z) \sin z.$

6.④ $\Delta u = 12(x^2 - y^2), \quad 1 < r < 2, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2};$
 $u|_{r=1} = 2 \sin 2\theta \sin \varphi + \sin^4 \theta \cos 2\varphi, \quad u|_{r=2} = -4 \sin^2 2\theta \cos 2\varphi.$

7.⑤ Найти решение уравнения

$$y(x) = \lambda \int_{-1}^1 \left(x e^{x^2} \operatorname{sh}^4 t + \sin x (t^2 - t^4) \cos t \right) y(t) dt + f(x), \quad -1 \leq x \leq 1.$$

При каких $f(x) \in C[-1; 1]$ и λ решение существует?

Каково множество характеристических чисел сопряженного ядра?

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Уравнения математической физики Курс 3 Семестр 6
2001/2002 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

Решить задачи:

1.⑤ $6u_{xx} + 7u_{xy} + 2u_{yy} + \frac{2u_x + u_y}{x - 2y} = 0, \quad x - 2y > 0;$
 $u|_{y=0} = 0, \quad u_y|_{y=0} = x, \quad x \geq 1.$

2.④ $9u_{tt} = u_{xx} + 6t \sin x, \quad t > 0, \quad x > 0;$
 $u|_{t=0} = e^{3x}, \quad u_t|_{t=0} = 9x^2 + 6 \sin x, \quad x \geq 0;$
 $u_x|_{x=0} = 3 + 6t, \quad t \geq 0.$

3.⑨ $u_{tt} = u_{xx} + 9u + \pi x(x - \pi) - 9\pi x - 9, \quad t > 0, \quad 0 < x < \frac{\pi}{2};$
 $u|_{t=0} = \sin x + \pi x + 1, \quad u_t|_{t=0} = 2 \sin x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2};$
 $u|_{x=0} = 1, \quad u_x|_{x=\pi/2} = \pi, \quad t \geq 0.$

4.④ $\Delta u = -\frac{9}{r^2} \cos 3\varphi, \quad r > 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2};$
 $(u - u_r)|_{r=1} = \cos^3 \varphi.$

5.⑤ $u_t = \Delta u + (5t^2 + 2t + 5) \sin(x - 2z), \quad t > 0, \quad (x, y, z) \in R^3;$
 $u|_{t=0} = (x + y + z) \cos y.$

6.④ $\Delta u = 6z, \quad r < 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2};$
 $u|_{r=1} = 2 \sin^2 \varphi \sin^2 \theta + \cos^3 \theta.$

7.⑤ Найти решение уравнения

$$y(x) = \lambda \int_{-1}^1 \left(x \operatorname{sh}^2 x \cdot \frac{\sin^3 t}{t} + \sin^3 x \cdot t^2 \operatorname{ch} t \right) y(t) dt + f(x), \quad -1 \leq x \leq 1.$$

При каких $f(x) \in C[-1; 1]$ и λ решение существует?

Каково множество характеристических чисел сопряженного ядра?