

На правах рукописи
УДК 517.55; 537.87; 621.371

Аллин Илья Владимирович

**ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ
СИГНАЛОВ В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ**

Специальность – 01.04.03 "Радиофизика"

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

**ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ
КАНДИДАТА ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК**

Долгопрудный – 2009

Работа выполнена в ГОУ ВПО «Московский физико-технический институт
(государственный университет)»
на кафедре Физико-математических проблем волновых процессов

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор, декан РОСНОУ
Крюковский Андрей Сергеевич

Научный консультант: кандидат физико-математических наук,
доцент РОСНОУ
Растягаев Дмитрий Владимирович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор, зав.кафедры «Физики
атмосферы» МГУ
Куницын Вячеслав Евгеньевич
доктор физико-математических наук,
профессор Московского государственного
университета приборостроения и
информатики
Сазонов Юрий Иванович

Ведущая организация: ГОУ ВПО «Московский государственный
институт радиотехники, электроники и
автоматики (технический университет)»

Защита диссертации состоится 23 декабря 2009 года в 17:00 часов на заседании
диссертационного совета Д **212.156.06** при Московском физико-техническом
институте по адресу: 117393 г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 84/32, корпус В-2.

Отзывы направлять по адресу: 141700 г. Долгопрудный, Московская обл.,
Институтский переулок, д. 9, МФТИ, Диссертационный совет Д **212.156.06**

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МФТИ

Автореферат разослан «___» ноября 2009 года.

Ученый секретарь диссертационного совета Д **212.156.06**
кандидат технических наук, доцент

Н.П. Чубинский

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы.

В настоящее время широкополосные электромагнитные сигналы активно применяются в системах радиосвязи, в георадиолокации, при диагностике ионосферной плазмы и других сред. Однако при этом тонкая структура видеоимпульсов, определяемая, в частности, неоднородностью среды распространения, частотной дисперсией и поглощением, изучена недостаточно подробно. Применение теории катастроф для решения задач о распространении и фокусировке широкополосного нестационарного электромагнитного излучения является новым и перспективным направлением теории дифракции и распространения радиоволн. Для решения задач распространения и дифракции электромагнитных волн основными инструментами являются асимптотические методы, в первую очередь лучевые. При этом неизбежно возникают каустики (оггибающие лучевых семейств), имеющие особые линии и точки. Именно в окрестности каустик лучевые методы, и в первую очередь метод геометрической оптики (ГО), неприменимы. В радиофизике каустики и их особенности соответствуют областям фокусировки полей и могут быть интерпретированы как особенности дифференцируемых отображений (катастрофы).

До настоящего времени систематические исследования устойчивых фокусировок волновых полей с применением теории катастроф проводились применительно к стационарным задачам, а также к радиоимпульсам (электромагнитным импульсам с несущей частотой). В настоящее время эту проблему можно считать решенной. Объединение канонического оператора В.П. Маслова¹⁾ и теории катастроф²⁾ позволило построить атласы каустик в окрестности особенностей, создать алгоритмы расчета специальных функций волновых катастроф (СВК), найти равномерные асимптотические решения, описывающие стационарную фокусировку волновых полей в окрестности каустик и их особенностей и построить методы определения коэффициентов подобия: аргументов СВК и коэффициентов асимптотических разложений^{3,4,5,6,7)}. Таким образом, было сформировано новое научное направление в исследовании волновых процессов — волновая теория катастроф.

¹ Маслов В.П. Теория возмущений и асимптотические методы. - М.: МГУ, 1965. 553 с.

² Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-Заде С.М. Особенности дифференцируемых отображений: классификация критических точек, каустик и волновых фронтов. М.: Наука. 1982. 304 с.

³ Лукин Д.С., Палкин Е.А. Численный канонический метод в задачах дифракции и распространения электромагнитных волн в неоднородных средах. М.: МФТИ. 1982. 159 с.

⁴ Крюковский А.С., Лукин Д.С. Построение равномерной геометрической теории дифракции методами краевых и угловых катастроф. (Обзор.) // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43. № 9. С. 1-16.

Аналогичные проблемы возникают в задачах о распространении и фокусировке радио и видеоимпульсов в диспергирующих средах. Простейшие временные фокусировки нестационарного излучения рассматривались в работах А.П. Анютина, Ю.А. Кравцова, Р.М. Льюиса, Ю.И. Орлова, Л. Фелсена и других. Ими были разработаны основы пространственно-временной геометрической оптики и пространственно-временной геометрической теории дифракции. В дальнейшем, теория катастроф была применена для описания пространственно-временной фокусировки и компрессии радиоимпульсов, обусловленной частотной модуляцией электромагнитного излучения.

Важной, но слабо исследованной проблемой, являются пространственные фокусировки в плазме: их классификация и математическое моделирование амплитудно-фазовой структуры широкополосных электромагнитных сигналов^{8,9,10}). Такие области со сложной дифракционной структурой поля возникают при распространении широкополосных сигналов в ионосфере Земли, а также при диагностике приповерхностных структур с помощью широкополосного излучения. Для таких проблем крайне важным является знание тонкой структуры видеоимпульсов распространяющихся в средах с дисперсией и поглощением. Поэтому задача классификации типов пространственной фокусировки видеоимпульсов, изучение тонкой структуры сигналов, особенно в окрестности световых конусов, и построения равномерного асимптотического описания волнового поля является **актуальной** проблемой.

Целью работы является разработка теории пространственных фокусировок широкополосных сигналов в диспергирующих средах методами волновой теории катастроф,

⁵ Крюковский А.С., Лукин Д.С. Теория расчета эталонных фокальных и дифракционных электромагнитных полей на основе специальных функций волновых катастроф. // Радиотехника и электроника, 2003. Т.48. №8. С. 912-921.

⁶ Крюковский А.С. Локальные равномерные асимптотики волновых полей в окрестности основных и краевых каспидных каустик. // Радиотехника и электроника. 1996. Т.41. № 1. С. 59-65.

⁷ Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А., Растягаев Д.В. Волновые катастрофы – фокусировки в дифракции и распространении электромагнитных волн. // Радиотехника и электроника, 2006. Т.51. №10. С. 1155-1192.

⁸ Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Вергизаев И.А. Трехмерные пространственно-временные фокусировки волновых полей типа катастроф. // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44. № 4. С. 455 - 462.

⁹ Ипатов Е.Б., Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Чистяков Д.Н. Компрессия, фокусировка и инверсия частотно-модулированных радиоимпульсов в пространственно-временных областях типа катастроф. // Радиотехника и электроника, 2001. Т.46. №7 С.816-825.

¹⁰ Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Классификация и равномерное асимптотическое описание пространственно-временных трехмерных краевых фокусировок волновых полей. // Радиотехника и электроника, 2005. Т.50. №10. С. 1221-1230.

исследование и классификация их типов и математическое моделирование особенностей амплитудно-фазовой структуры полей в фокальных областях, а также развитие пространственно-временной геометрической теории дифракции для сигналов в виде кусочно-аналитических функций с учетом поглощения в среде распространения.

Научная новизна полученных результатов заключается в следующем:

1. Впервые исследована структура видеоимпульса в окрестности светового конуса и показано, что размеры области его влияния уменьшаются с расстоянием, что позволяет описывать распространения видео сигнала временными краевыми лучами, порождаемыми точками нарушения гладкости амплитуды сигнала.

2. Предложен метод лучевого описания распространения видеоимпульсов сложной формы в неоднородной плазме, основанный на моделировании формы сигналов с помощью кусочно аналитических функций.

3. Впервые на основе волновой теории катастроф и пространственно-временной геометрической теории дифракции построена классификация пространственных фокусировок видеоимпульсов;

4. Создана асимптотическая теория, описывающая прохождение видеоимпульсов через области пространственной фокусировки с учетом поглощения и частотной дисперсии среды распространения;

5. Введен новый класс специальных функций волновых катастроф видеоимпульсов и выполнено численное моделирование фокусировки широкополосных сигналов и амплитудной структуры спецфункций видеосигналов.

Положения и результаты работы, выносимые на защиту:

1. Особенности тонкой структуры видеоимпульсов в окрестности светового конуса.

2. Метод лучевого описания распространения широкополосных сигналов сложной формы в неоднородной плазме, основанный на моделировании формы сигналов с помощью кусочно-аналитических функций.

3. Классификация пространственных фокусировок видеоимпульсов, созданная на основе теории волновых катастроф.

4. Асимптотическая теория, описывающая прохождение видеоимпульсов через области пространственной фокусировки с учетом поглощения и частотной дисперсии среды распространения.

5. Новый класс специальных функций волновых катастроф видеоимпульсов и выполнено численное моделирование фокусировки широкополосных сигналов и амплитудной структуры спецфункций видеосигналов.

6. Результаты математического моделирования пространственной фокусировки видеоимпульсов.

Научная и практическая ценность работы

Диссертационная работа вносит существенный вклад в развитие важного направления асимптотической теории дифракции и распространения излучения – волновой теории катастроф. Полученные в диссертации результаты, могут быть использованы для решения научных и прикладных задач, связанных с оценкой параметров ионосферной плазмы, связанных с подповерхностной диагностикой природных сред, при создании устройств формирования и приёма сверхширокополосных короткоимпульсных электромагнитных сигналов, в современных проблемах радиолокации, при разработке новых методов радиовидения через поглощающие среды.

Апробация результатов

Результаты, вошедшие в диссертацию, получены автором в период с 2006 г. по 2009 г. Они докладывались на научных конференциях МФТИ (ГУ) и других научных организаций, а также были доложены на следующих научных конференциях:

1. Восьмая Всероссийская научная конференция: «Цивилизация знаний: Российские реалии». Москва, РосНОУ, 20-21 апреля 2007 г.
2. LXIII научная сессия Российского научно-технического общества радиотехники, электроники и связи имени А.С. Попова, посвященная Дню Радио, Москва, 14-15.05.2008 г.
3. XXII Всероссийской научной конференции «Распространение радиоволн (РРВ – 22)», Ростов-на-Дону, 22-25 сентября 2008 г.

Публикации

Результаты исследований, вошедшие в диссертацию, были опубликованы в печатных работах, которые приводятся в списке цитируемой литературы [1-5].

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, постановки задачи, трех глав, заключения и списка литературы. В ней содержится 86 страниц, включая 73 рисунка и 2 таблицы. Библиография включает 34 названий.

Краткое содержание работы

Во введении обосновывается актуальность работы, определяются ее основные цели, раскрывается научная новизна и практическая значимость полученных результатов, формулируются выносимые на защиту положения и дается краткий обзор содержания работы.

В первой главе диссертации рассматривается решение задачи о распространении электромагнитного поля видеоимпульсов в среде (ионосферной плазме) для случая, когда форма изначального импульса задана только временной координатой. Решается следующая задача о нахождении волнового поля $u(t, \vec{r})$:

$$\Delta u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\omega_p^2}{c^2} u, \quad (1)$$

где при $\vec{r} = 0$ волновое поле задано в виде

$$u_0(t, \vec{r})|_{\vec{r}=0} = B(t), \quad (2)$$

c — скорость света, ω_p — плазменная частота, t — время. Решение поставленной задачи находится в виде двукратного быстро осциллирующего интеграла:

$$u(t, \vec{r}) = \frac{1}{2\pi r} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} B(\eta) \exp[i(-\omega\eta + \omega t - kr\sqrt{\varepsilon})] d\eta, \quad (3)$$

где

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

— эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения, а $k = \omega/c$ — волновое число. Фактически первая глава посвящена нахождению решения поставленной задачи (1)-(2) для различных $B(\eta)$ как с учетом поглощения среды, так и без учета поглощения. При этом предполагается, что среда распространения стационарна – плазменная частота ω_p не зависит от времени; рассматривается скалярное приближение без учета магнитного поля Земли. Показано, что решение поставленной задачи, искомое в виде интеграла (3) и которое может быть найдено с помощью применения метода стационарной фазы, представляет собой сумму полей семейства геометро-оптических лучей (ГО) и семейства краевых лучей:

$$u(t, \vec{r}) \cong u_g(t, \vec{r}) + u_e(t, \vec{r}),$$

где на примере видеоимпульса формы ступенька, который задается как:

$$B(\eta) = \chi(\eta)A(\eta), \quad \chi(\eta) = \begin{cases} 1, & \eta \geq 0 \\ 0, & \eta < 0 \end{cases},$$

вклад краевых лучей:

$$u_e(t, \vec{r}) \cong \frac{\sqrt{2} A(0)}{\sqrt{\pi} ct^{3/2} \omega_p^{1/2} \left(1 - \frac{r^2}{c^2 t^2}\right)^{1/4}} \cos\left(\omega_p t \sqrt{1 - \frac{r^2}{c^2 t^2}} - \pi/4\right),$$

и

$$u_g(t, \vec{r}) \cong \frac{1}{r} A\left(t - \frac{r}{c}\right) \exp\left(-\frac{\omega_p r}{c}\right)$$

— экспоненциально затухающий

вклад ГО лучей, которым мы в дальнейшем пренебрегаем в силу его несущественности при наших параметрах задачи (для расстояния $r = 600\text{ м}$ и $\omega_p = 2\pi \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$). Данное решение:

$$u(t, \vec{r}) \cong u_e(t, \vec{r}) = \chi\left(t - \frac{r}{c}\right) \frac{\sqrt{2} A(0)}{\sqrt{\pi} ct^{3/2} \omega_p^{1/2} \left(1 - \frac{r^2}{c^2 t^2}\right)^{1/4}} \cos\left(\omega_p t \sqrt{1 - \frac{r^2}{c^2 t^2}} - \pi/4\right), \quad (4)$$

представляет собой *неравномерную* асимптотику, поскольку не дает должного описания поля на самом световом конусе (границы «свет-тьнь»), который задается уравнением:

$$r = ct$$

в силу обращения в бесконечность амплитуды поля за счет обнуления знаменателя в (4). *Равномерная* же асимптотика (или равномерное описание поля) вблизи светового конуса представляет из себя асимптотическое разложение поля импульса по функции Бесселя и ее производной:

$$u(t, \vec{r}) \cong \sqrt{2\pi} e^{i\varphi} [pJ_\nu(\xi) + iqJ'_\nu(\xi)] \approx \sqrt{2\pi} e^{i\varphi} [p_0 J_\nu(\xi) + iq_0 J'_\nu(\xi)], \text{ где}$$

величины p и q — это асимптотически сходящиеся (по $1/\xi$) ряды, а p_0 и q_0 — главные члены этих рядов; $J_\nu(\xi)$ — функция Бесселя порядка ν , где порядок функции Бесселя равен минимальному порядку производной огибающей сигнала, которая терпит разрыв в начальный момент времени. Равномерная асимптотика может быть найдена методом асимптотического сшивания с неравномерным решением. И для импульса формы «ступенька» равна:

$$U_j^{step}(t, \vec{r}) \cong \chi(t - r/c) \frac{A(0)}{ct} J_0 \left(\omega_p t \sqrt{1 - \frac{r^2}{c^2 t^2}} \right) \quad (5)$$

Данное решение полностью совпадает с (4). На рис. 1 слева ($U_j^{step}(t, \vec{r})$) построена равномерная асимптотика Бесселя (5), справа ($U_e(t, \vec{r})$) – неравномерное решение (4).

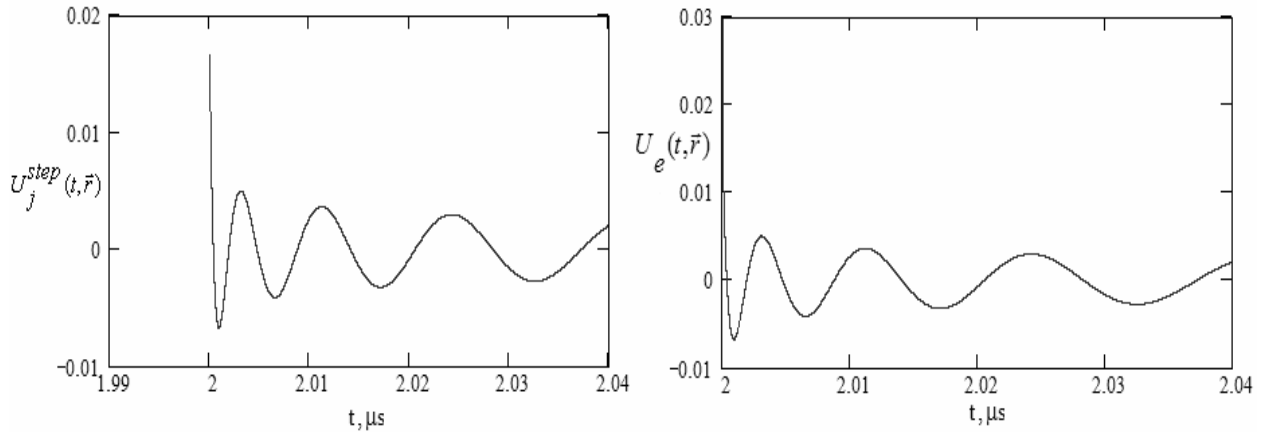


Рис. 1

При более детальном рассмотрении на самом световом конусе (рис. 2) показано, что неравномерное решение уходит в бесконечность, равномерное же решение дает вполне разумные значения амплитуды поля. По мере незначительного удаления от границы светового конуса асимптотики уже совпадают.

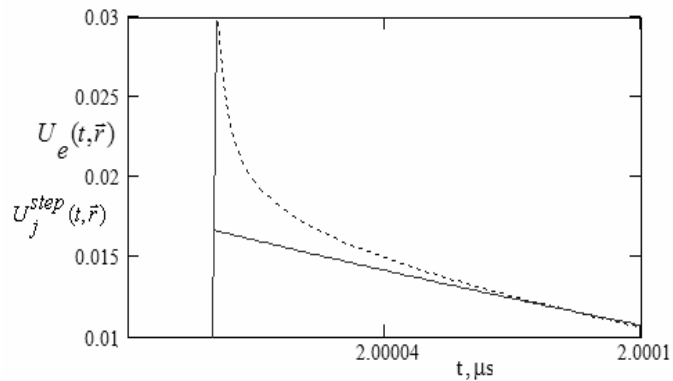


Рис. 2

На примере «П-образного» импульса (рис. 3) показывается, что неравномерное описание распространения поля оказывается справедливым и в дальней области (когда $r = 2400\text{м}$ вместо $r = 600\text{м}$). Дело в том, что граница неравномерности для краевых лучей в случае видеоимпульсов с нашими параметрами (когда ГО лучи полностью отсутствуют) представляет собой гиперболу, прижимающуюся к световому конусу (рис. 3). Поэтому смещаясь вверх по световому конусу пространственная область и количество частотных компонент, способных интерферировать между собой, увеличивается.

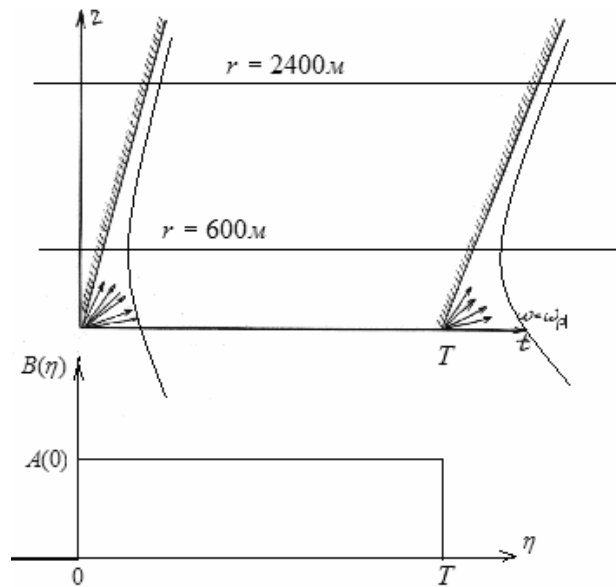


Рис. 3

Далее аналогичным образом рассчитываются равномерные и неравномерные асимптотики для различных форм импульсов: «бедро», «равнобедренная трапеция», «треугольный», «параболический».

С введением в среду поглощения к полученным ранее формулам равномерного и неравномерного описания распространения видеоимпульсов добавляется экспоненциальный множитель вида:

$$\exp[-\delta(t, r, v)],$$

где

$$\delta(t, r, v) = \frac{r \cdot |\omega_+|}{c} \sqrt{\frac{\mu - \varepsilon}{2}}, \quad \mu = \sqrt{\varepsilon^2 + \psi^2}$$

полная диэлектрическая проницаемость среды, состоящая из действительной части

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + v^2}$$

и мнимой части

$$\psi = \frac{v \omega_p^2}{|\omega_+| \cdot (\omega_p^2 + v^2)},$$

где

$$\omega_+ = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{c^2 t^2}}}$$

– седловая точка внутреннего интеграла (3), а ν - эффективная частота электронных соударений в плазме. На рис.4 графически представлено численное моделирование «П-образного» импульса для различных значений ν .

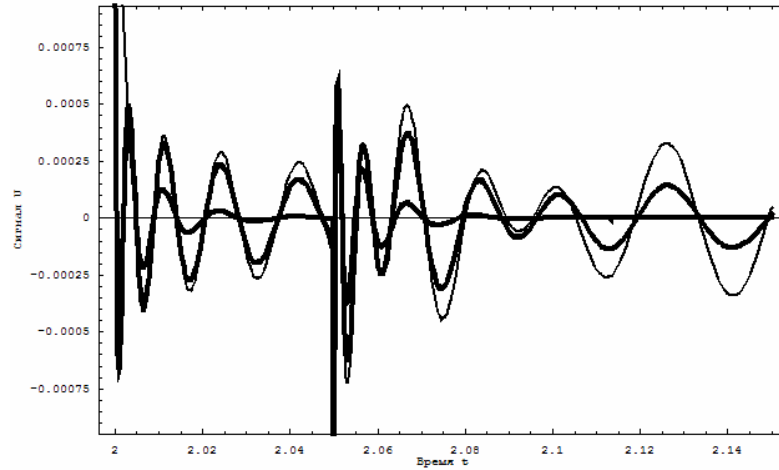


Рис. 4.

Тонкая линия соответствует значению $\nu = 10^6 c^{-1}$. Если взять значение ν на порядок меньше, то отличие не будет заметным. Значение $\nu = 10^7 c^{-1}$ соответствует промежуточной линии $\nu = 10^7 c^{-1}$, и, наконец, значение $\nu = 10^8 c^{-1}$, линии, описывающей полное затухание сигнала.

В последнем параграфе первой главы на основе анализа методов расчета и получения формул неравномерного описания поля дается без вывода формула для получения вида поля, когда огибающая видеоимпульса $B(\eta)$ задана в виде кусочно-аналитической функции, например полином n -ой степени или функцией синус. Решение представляет собой сумму ряда из косинусов и синусов с коэффициентами с удельными весами. Обозначим через

$$U_n(t, r) = K(t, r) \cdot \sum_{n=1}^m \left(\frac{(-1)^{n-1}}{\omega_+^{2n-1}} \cdot \left[(-A[2n] \cdot \sin[\Phi_+(t, r) + \pi/4] + \frac{A[2n+1]}{\omega_+} \cdot \cos[\Phi_+(t, r) + \pi/4] \right] \right),$$

где

$$K(t, r) = \sqrt{\frac{2\omega_p}{\pi}} \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{ct} \right)^2 \right)^{-3/4}, \quad \Phi_+(t, r) = \omega_p t \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r}{ct} \right)^2}, \quad \omega_+ = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{ct} \right)^2}},$$

и $A[j]$ - значение $j-1$ -ой производной огибающей импульса в начале или конце импульса. Тогда решение задачи (1)-(2) будет:

$$U_e(t, r) = \chi(t - r/c) \cdot U_n(t, r) - \chi(t - T - r/c) \cdot U_n(t - T, r),$$

где T - длительность импульса, заданного полиномом n -ой степени (функцией синус). Для среды с поглощением:

$$U_e(t, r) = \exp[-\delta(t, r, \nu)] \chi(t - r/c) \cdot U_n(t, r) - \chi(t - T - r/c) \cdot U_n(t - T, r) \exp[-\delta(t - T, r, \nu)]$$

Проведено моделирование распространения импульса, огибающая сигнала которого задана полиномом 5-й степени (т.е. число $A[j]$ равно 6) с учетом поглощения среды и без. А также для импульса формы «синус» - взяты 11 $A[j]$, и далее 10 $A[j]$ – результат моделирования показал большую степень совпадение полей (рис. 5). Видно, что оба решения полностью совпадают, и лишь вдали от светового конуса видно незначительное расхождение.

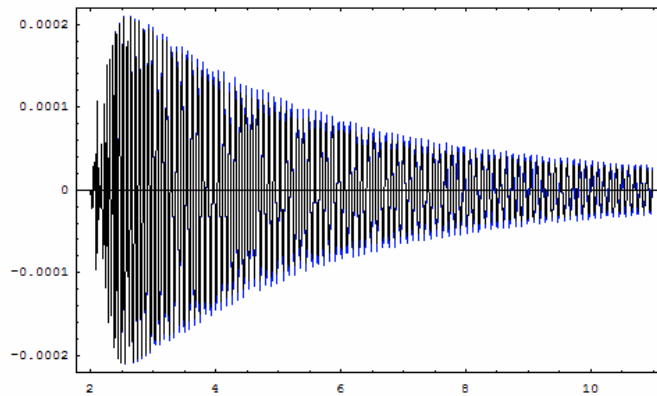


Рис.5

Во второй главе рассматривается решение задачи о распространении видеоимпульсов в ионосферной плазме с теми же допущениями на среду, что положены в первой главе. Однако теперь начальная форма импульса зависит и от пространственной координаты:

$$U(\vec{r}, t)|_{\Omega} = U_0(t) = A \exp\{i\beta(t)\} \quad (6)$$

Функция $\beta(t)$ описывает изменение фазы видеоимпульса во времени, $A(r_1; t)$ — амплитудное распределение поля на начальном фазовом фронте Ω , заданном уравнением $r_2 = f(r_1)$, параметр ω_p – плазменная частота. Решением задачи является трехкратный интеграл по параметрам начального волнового фронта ξ_1 , частоте ω и начальному времени η выхода излучения:

$$U(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{c}(2\pi)^{3/2}} \iiint \frac{\sqrt{|\omega|} \mathcal{E}^{1/4} e^{-\delta + i(\pi/4)\text{sign } \omega}}{\sqrt{R}} A(\xi_1; \eta) \sqrt{1 + f_{\xi_1}'^2} \exp(i\Phi) d\xi_1 d\eta d\omega, \quad (7)$$

где величина

$$R = \left((r_1 - \xi_1)^2 + (r_2 - f(\xi_1))^2 \right)^{1/2}$$

задает расстояние между точкой на волновом фронте $r_2 = f(\xi_1)$ и точкой наблюдения.

Фаза интегранты Φ имеет вид:

$$\Phi = \omega \cdot \left(t - \eta - \frac{R}{c} \cdot \sqrt{\frac{\mu + \varepsilon}{2}} \right) + \beta(\eta).$$

Далее исследуются особые точки интеграла (7) и показывается, что двумерная фокусировка невозможна, поскольку:

$$\mathbf{H}_t = \begin{vmatrix} -\frac{R}{c} Q'_\omega & -1 \\ -1 & \beta''_{\eta\eta} \end{vmatrix}, \quad (8)$$

– ранг временной части матрицы Гесса фазовой функции Φ , вычисленной относительно внутренних переменных ω и η не меньше 1, поэтому к интегралу (7) применим метод стационарной фазы, например по частоте ω . При этом в зависимости от поглощения среды, т.е. от частоты соударения ν , у интеграла (7) может несколько стационарных точек ω_\pm . Для слабо поглощающей среды ($\nu \rightarrow 0$) стационарные точки:

$$\omega_\pm = \pm \tilde{\omega} \rightarrow \pm \omega_p \left(1 - \frac{R^2}{c^2 (t - \eta)^2} \right)^{-1/2} = \pm \frac{c \omega_p |t - \eta|}{\sqrt{c^2 (t - \eta)^2 - R^2}} \quad (9)$$

Однако при $\nu \neq 0$ их может больше. Тем не менее существенный вклад в асимптотику вносят только главные пары седловых точек ω_\pm (9).

В итоге равномерная асимптотика представима в виде суммы двух интегралов:

$$U(\vec{r}, t) = W_+(\vec{r}, t) - W_-(\vec{r}, t), \quad (10)$$

где рассматриваемому нами двухмерному случаю соответствует:

$$W_\pm(\vec{r}, t) \cong \frac{i}{2\pi} \iint e^{-\tilde{\delta}} \frac{1}{R} \sqrt{\frac{|\tilde{\omega}|}{|Q'_\omega(\tilde{\omega})|}} \mathcal{E}^{1/4}(\tilde{\omega}) \cdot A(\xi_1; \eta) \exp\{i[\beta(\eta) \pm \varphi]\} \times \sqrt{1 + f_{\xi_1}^{\prime 2}} d\xi_1 d\eta. \quad (11)$$

Здесь введены обозначения

$$\varphi(\vec{r}, t; \eta) = \tilde{\omega} \cdot \left(t - \eta - \frac{R}{c} \cdot \sqrt{\frac{\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon}}{2}} \right), \quad \tilde{\varepsilon} = \varepsilon(\tilde{\omega}) \quad \tilde{\mu} = \mu(\tilde{\omega}) \quad \tilde{\delta} = \delta(\tilde{\omega})$$

Из матрицы Гесса (8) в частности следует, что временная фокусировка видеоимпульса имеет место только в том случае, когда $\beta''_{\eta\eta} = -\frac{c}{R} \frac{1}{Q'_\omega(\tilde{\omega})}$.

В частном случае (среда без поглощения ($\nu = 0$, $\mu = \varepsilon$)) асимптотика поля (10) может быть представлена через интегралы:

$$W_\pm(\vec{r}, t) \cong \frac{i}{\omega_p 2\pi} \iint A(\xi_1; \eta) \exp\{i[\beta(\eta) \pm \varphi]\} \times \sqrt{1 + f_{\xi_1}^{\prime 2}} \frac{\tilde{\varepsilon} \tilde{\omega}^2}{R} d\xi_1 d\eta, \quad (12)$$

$$\varphi(\vec{r}, t; \eta) = \omega_p \sqrt{(t - \eta)^2 - R^2 / c^2}, \quad \tilde{\varepsilon} = \varepsilon(\tilde{\omega}).$$

Временная фокусировка видеоимпульса имеет место в случае, если выполняется условие

$$\beta''_{\eta\eta} = \frac{c}{R} \frac{\tilde{\omega}^3}{\omega_{ni}^2} \tilde{\varepsilon}^{3/2}, \text{ что для положительных частот возможно лишь тогда, когда модуляция}$$

сигнала $\beta(\eta)$ задается возрастающей, выпуклой вниз функцией.

Для импульсов, у которых в начальный момент времени форма волнового фронта целиком определяется «медленно меняющейся» по времени амплитудной функцией $A(\xi_1, \xi_2; \eta)$ с явно выраженными началом и концом видеоимпульса при $\eta = \eta_a$ и $\eta = \eta_b$ соответственно (например, ступенчатый импульс) показывается, что для сред как с поглощением, так и без поглощения, вклад седловой точки интегралов (11) и (12) соответственно в асимптотику поля несущественен. Поэтому основной вклад определяется краевыми точками начала и конца импульса. В этом случае (считая для общности, что $\beta(\eta) \neq 0$) (11) преобразуется в:

$$W_{\pm}(\vec{r}, t) \cong \frac{\exp[i\beta(\eta_0)]}{2\pi} \int e^{-\tilde{\delta}} A(\xi_1; \eta_0) \exp\{i[\pm\varphi]\} \times \sqrt{1+f_{\xi_1}^2} \frac{\mathcal{E}^{1/4}(\tilde{\omega}) \cdot \sqrt{|\tilde{\omega}|}}{R\sqrt{|Q'_{\omega}|}(\beta'_{\eta} \pm \varphi'_{\eta})} d\xi_1, \quad (13)$$

причем в (13) всюду вместо η подставлено η_0 , равное либо η_a , либо η_b (слагаемое вносит вклад, если $t > R/c + \eta_0$). Для случая, когда $\beta(\eta) = 0$ для среды с поглощением:

$$U(\vec{r}, t) \cong \frac{1}{\pi} \int \frac{\sqrt{1+f_{\xi_1}^2}}{R} \left[e^{-\tilde{\delta}} A(\xi_1; \eta) \mathcal{E}^{1/4}(\tilde{\omega}) \cdot \sqrt{|\tilde{\omega}|} \frac{\cos(\varphi)}{\sqrt{|Q'_{\omega}|} \varphi'_{\eta}} \right]_a^b d\xi_1. \quad (14)$$

Для среды в отсутствие поглощения выражение (14) упрощается соответственно:

$$U(\vec{r}, t) \cong \frac{1}{\pi\omega_p} \int \frac{\sqrt{1+f_{\xi_1}^2}}{R} \left[A(\xi_1; \eta) \tilde{\varepsilon} \tilde{\omega}^2 \frac{\cos(\varphi)}{\varphi'_{\eta}} \right]_a^b d\xi_1. \quad (15)$$

Резюмируя проделанные выкладки утверждается, что фокусировка прямоугольного видеоимпульса в однородной плазме будет определяться пространственной фокусировкой, соответствующей одномерной фокусировке каспоидной серии A_N (табл. 1). Одномерная фокусировка возникает в случае $R''_{\xi_1 \xi_1} = 0$.

Тип особенност	Название	Универсальная деформация F_{A_N}
и		
A_2	Каустика	$\rho^3 + \lambda \rho$
A_3	Каустическое остриё	$\pm \rho^4 + \lambda_2 \rho^2 + \lambda_1 \rho$

A_4	Ласточкин хвост	$\rho^5 + \lambda_3 \rho^3 + \lambda_2 \rho^2 + \lambda_1 \rho$
A_5	Бабочка	$\pm \rho^6 + \lambda_4 \rho^4 + \lambda_3 \rho^3 + \lambda_2 \rho^2 + \lambda_1 \rho$
A_6	Вигвам	$\rho^7 + \lambda_5 \rho^5 + \lambda_4 \rho^4 + \lambda_3 \rho^3 + \lambda_2 \rho^2 + \lambda_1 \rho$
A_7	Звезда	$\pm \rho^8 + \lambda_6 \rho^6 + \lambda_5 \rho^5 + \lambda_4 \rho^4 + \lambda_3 \rho^3 + \lambda_2 \rho^2 + \lambda_1 \rho$
A_N	Каспоидная особенность	$\rho^{N+1} + \lambda_{N-1} \rho^{N-1} + \lambda_{N-2} \rho^{N-2} + \dots + \lambda_1 \rho$

Таблица 1.

Для исследования влияния пространственных фокусировок предполагается, что начальный волновой фронт задается в виде некоторого возмущения параболического фронта:

$$f(\xi_l) = \frac{\xi_l^2}{2R_c} + B(\xi_l),$$

где $B(\xi_l)$ – возмущающая функция. Если возмущение $B(\xi_l)$ представляет собой полином с мономами выше второй степени, возможна лишь фокусировка каспоидного типа ($\Sigma = A_N$), являющаяся немодальной (простой) волной катастрофой. Её универсальная деформация — это многочлен степени $N+1$ (см. табл. 1):

$$F_{A_N}(\rho; \vec{\lambda}) = \pm \rho^{N+1} + \lambda_{N-1} \rho^{N-1} + \dots + \lambda_1 \rho.$$

Имеет место тождество:

$$\beta(\eta) \pm \varphi = F_{A_N}(\rho; \vec{\lambda}) + \theta,$$

позволяющее определить функции $\vec{\lambda}(\vec{r}, t)$.

Ссылаясь на результаты волновой теории катастроф, равномерная асимптотика интеграла (11) в окрестности особых точек типа катастроф имеет вид:

$$W(\vec{r}, t) \cong \exp(i\theta) \left[l_1 I^{A_N}(\vec{\lambda}) + \sum_{j=1}^{N-1} l_{j+1} \frac{\partial I^{A_N}}{\partial \lambda_j} \right], \quad (16)$$

где

$$I^{A_N}(\vec{\lambda}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i F_{A_N}(\rho; \vec{\lambda})] d\rho$$

– специальная функция волновой катастрофы (обобщенная функция Эйри), λ_j – коэффициенты универсальной деформации ($\dim \vec{\lambda} = L$), L – коразмерность особенности, ρ – внутренний параметр универсальной деформации, l_j – коэффициенты асимптотического

разложения, θ – фаза бегущей волны. Если $N=2$, то $I^{A_2}(\lambda)$ это функция Эйри, а если $N=3$, то $I^{A_3}(\lambda_1, \lambda_2)$ это функция Пирси.

В отсутствие модуляции начального импульса ($\beta(\eta) = 0$), решение имеет вид (черта означает комплексное сопряжение):

$$U(\vec{r}, t) = W_+(\vec{r}, t) + \overline{W_+(\vec{r}, t)}. \quad (17)$$

Если ограничиться только главным членом в (16), то асимптотическое решение задачи в этом случае принимает вид (если форма видеоимпульса описывается прямоугольной функцией Хевисайда):

$$U(\vec{r}, t) = l_1 \left[\exp(i\theta) I^\Sigma(\vec{\lambda}, \vec{a}) + \exp(-i\theta) \overline{I^\Sigma(\vec{\lambda}, \vec{a})} \right] = 2l_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \cos[\rho^{N+1} + \lambda_{N-1}\rho^{N-1} + \dots + \lambda_1\rho + \theta] d\rho. \quad (18)$$

В частности, если $N=2$ (гладкая каустика краевых лучей), то выражение для асимптотического решения может быть представлено через функцию Эйри:

$$U(\vec{r}, t) = 2 l_1 Ai(\lambda) \cos \theta,$$

где

$$Ai(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i(\rho^3 + \lambda \rho)] d\rho$$

– обозначает функцию Эйри.

Для видеоимпульсов не имеющих резких границ, вместо асимптотического интегрирования по начальному времени к внутреннему одномерному интегралу (12) применяются результаты волновой теории катастроф непосредственно. В этом случае:

$$U(\vec{r}, t) \cong \frac{i}{\sqrt{2\pi}} \int_{\eta_a}^{\eta_b} [V(\vec{r}, t; \eta) - \overline{V(\vec{r}, t; \eta)}] \exp[i\beta(\eta)] d\eta. \quad (19)$$

Здесь введено обозначение для асимптотики внутреннего интеграла, выраженной через СВК:

$$V(\vec{r}, t) = \exp(i\theta) \left[l_1 I^{A_N}(\vec{\lambda}) + \sum_{j=1}^L l_{j+1} \frac{\partial I^{A_N}}{\partial \lambda_j} \right]. \quad (20)$$

Далее производится математическое моделирование структуры широкополосного сигнала в окрестности пространственной фокусировки. В качестве примера рассмотрена структура видеоимпульса в окрестности пространственной фокусировки типа A_3 «каустическое острие» в двумерном случае. Предполагается, что начальный волновой фронт имеет форму:

$$f(\xi) = \frac{1}{2} a \xi^2 + \frac{1}{24} b_1 \xi^4 + \frac{1}{720} b_2 \xi^6.$$

Искомое решение имеет вид:

$$U = W_+ + \bar{W}_+,$$

где

$$W_+ = \int B \exp(i\varphi) d\xi = e^{i\theta} \left(l_1 I_-^{A_3} + l_2 \frac{\partial I_-^{A_3}}{\partial \lambda_1} + l_3 \frac{\partial I_-^{A_3}}{\partial \lambda_1} \right),$$

$$\bar{W}_+ = \int \bar{B} \exp(-i\varphi) d\xi = e^{-i\theta} \left(\bar{l}_1 I_+^{A_3} + \bar{l}_2 \frac{\partial I_+^{A_3}}{\partial \lambda_1} + \bar{l}_3 \frac{\partial I_+^{A_3}}{\partial \lambda_1} \right),$$

$$B = -A(\xi, 0) \frac{\varepsilon(\tilde{\omega})^{1/4} \sqrt{|\tilde{\omega}|} e^{-\tilde{\delta}}}{2\pi R \sqrt{|Q'_\omega|} \varphi'_\eta|_{\eta=0}} \sqrt{1 + (f'_\xi)^2}. \quad (21)$$

В формуле (21)

$$I_+^{A_3}(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i(\rho^4 + \lambda_2 \rho^2 + \lambda_1 \rho)] d\rho \quad (22)$$

– это функция Пирси. Для определения аргументов функции Пирси, коэффициентов асимптотического разложения и фазы бегущей волны использовался метод локальной асимптотики.

Параметры задачи выбраны следующим образом: $c = 300\,000$ км/с – скорость света; $\lambda_p = 33$ м – плазменная длина волны; $\omega_p = 2\pi c/\lambda_p$ – круговая плазменная частота; $a = 1/600$ м, $b_1 = 0$, $b_2 = 0$ – параметры начального волнового фронта. Предполагается, что начальная форма сигнала это ступенька единичной амплитуды. На рис. 6 показан главный член амплитуды поля в виде трехмерного изображения в случае, когда $X=700$ м, $t_c=3$ мкс, $v = 3 \times 10^6$ с⁻¹. На рис. 7 приведена амплитуда функции Пирси, соответствующая тем же параметрам задачи.

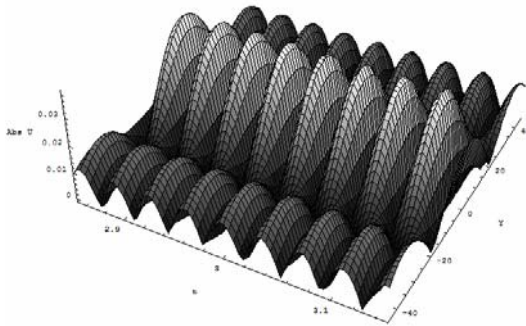


Рис. 6

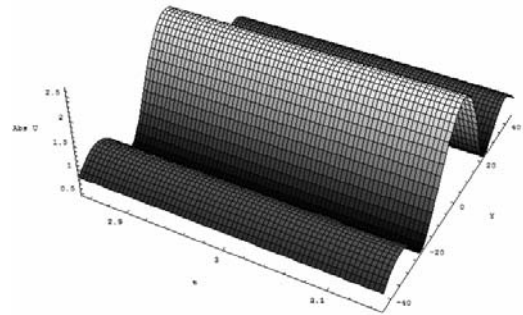


Рис. 7

Амплитуда функции Пирси повторяет только пространственные колебания амплитуды поля, в то время как новая специальная функция

$$Vid(A_3; \lambda_1, \lambda_2) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(\rho^4 + \lambda_2 \rho^2 + \lambda_1 \rho - \theta) d\rho \quad (23)$$

учитывает временные осцилляции поля.

На рис. 8 трехмерная структура амплитуды поля внутри каустического острия при $X=800$ м вдали от главного максимума. Видно увеличение амплитуды при приближении к каустическим поверхностям. Амплитудная структура поля в координатах (X, t) при $Y=0, v=0$ показана на рис. 9. Прослеживаются мелкие осцилляции амплитуды на фоне больших осцилляций функции Пирси.

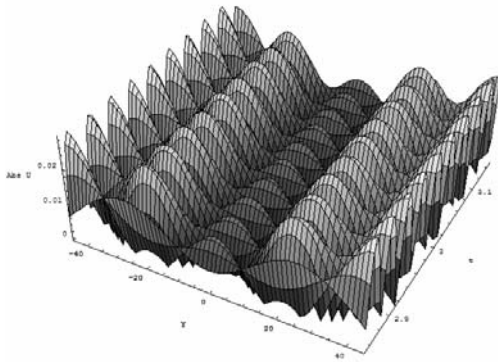


Рис. 8

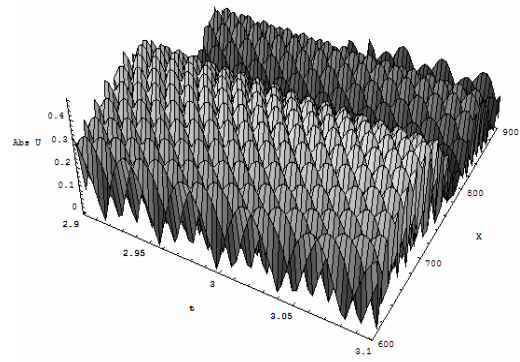


Рис. 9

Линии равного уровня амплитуды сигнала при $t=t_c=2,004$ мкс, $v=0$ вблизи границы светового конуса, который отрезает часть структуры каустического острия показаны на рис. 10. Время прихода сигнала в точку наблюдения со скоростью света равно 2 мкс.

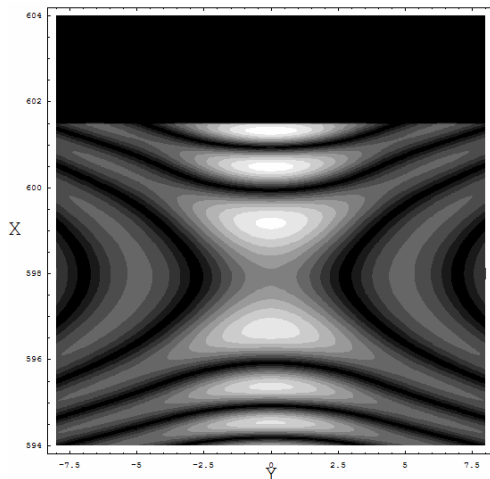


Рис. 10.

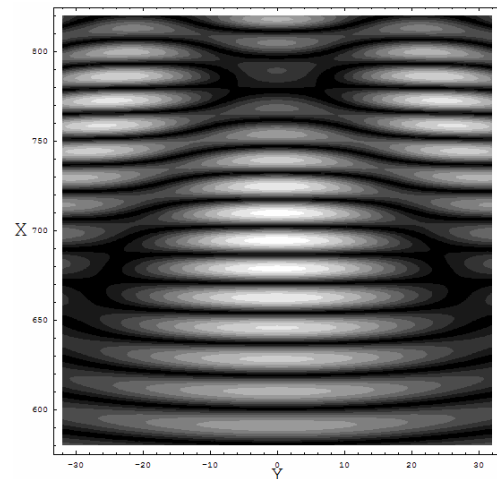


Рис. 11.

На рис. 11 и 12 показана амплитуда поля видеосигнала вдали от светового конуса в виде линий равного уровня и в виде трехмерного изображения, когда поглощение отсутствует, а $t_c=3$ мкс. Амплитуда функции Пирси, с теми же параметрам задачи, приведена на рис. 13.

Видно, что структура сигнала сохраняет форму функции Пирси, но промодулирована мелкомасштабными осцилляциями вдоль оси X .

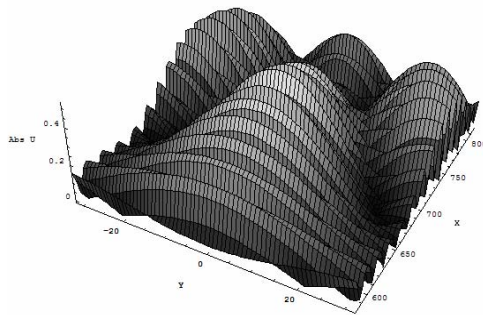


Рис. 12.

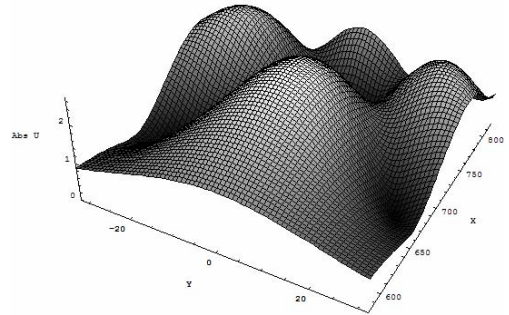


Рис. 13.

На рис. 14, 15 показана зависимость амплитуды поля от поглощения в сечении, проходящем через центр каустического острья при $(Y=0)$ по ν в пределах от 0 до $3 \times 10^6 \text{ c}^{-1}$.

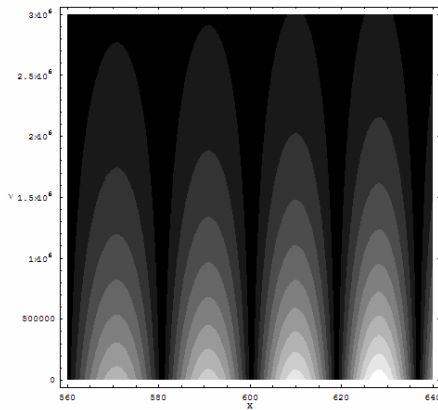


Рис. 14.

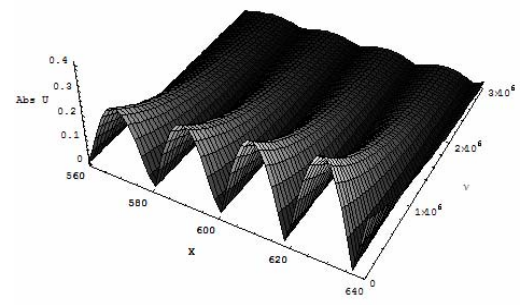


Рис. 15.

Далее рассматривается структура некоторых новых специальных функций волновых катастроф, описывающих пространственные временные фокусировки каспоидного типа. На рис. 16 показана функция Эйри, а на рис. 17 трехмерная структура СВК:

$$Vid(A_2; \lambda_1, \lambda_2) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(\rho^3 + \lambda\rho - \theta) d\rho,$$

отвечающая гладкой каустике. Видно, что в отличие от функции Эйри, амплитуда СВК видеосигнала имеет дополнительные осцилляции вдоль координаты θ .

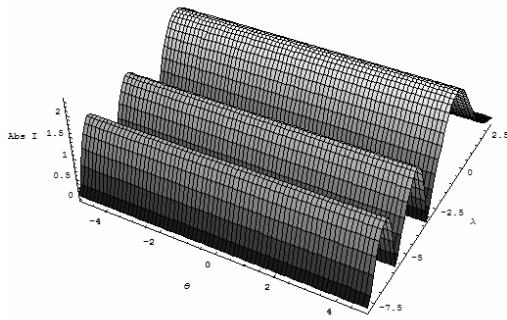


Рис. 16.

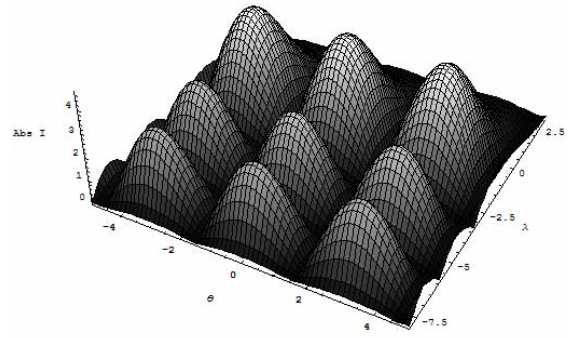


Рис. 17.

На рис. 18 и 19 показана амплитуда СВК, соответствующая особенности A_5 при всех параметрах кроме λ_1 , λ_2 и $\lambda_4 = -4$, равных нулю. Видно, что амплитудная структура видеосигнала в этом случае полностью аналогична структуре обыкновенной СВК для «бабочки».

$$Vid(A_5; \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(\rho^6 + \lambda_4 \rho^4 + \lambda_3 \rho^3 + \lambda_2 \rho^2 + \lambda_1 \rho - \theta) d\rho.$$

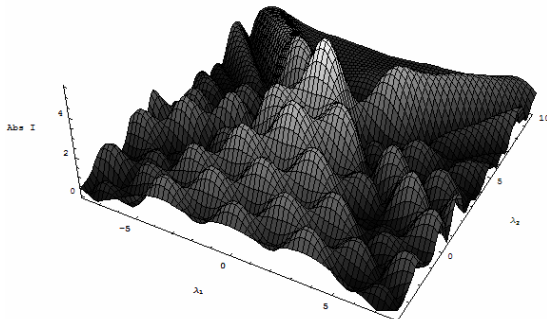


Рис. 18.

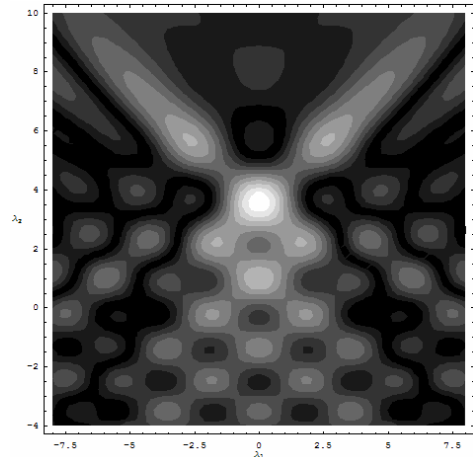


Рис. 19.

На рис. 20 и 21 показана структура той же СВК в координатах (θ, λ_1) при $\lambda_2 = 0$.

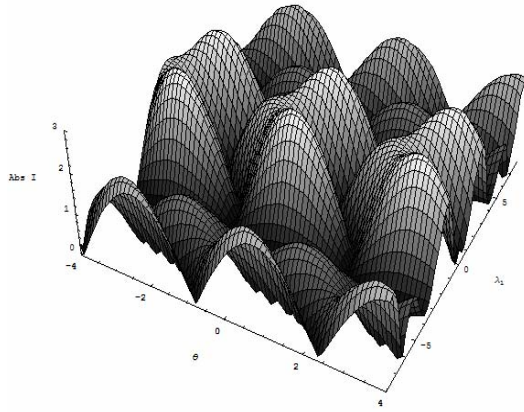


Рис. 20.

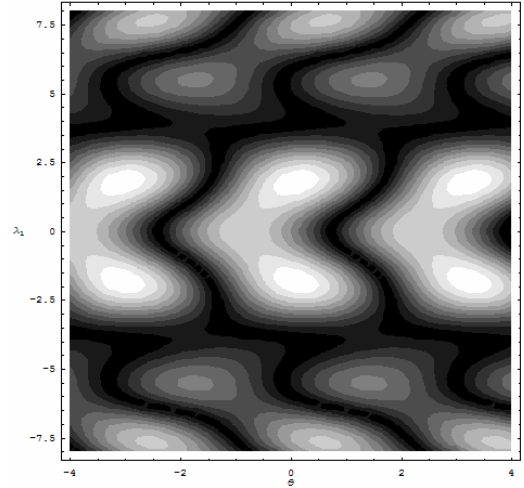


Рис. 21.

В третьей главе рассмотрены особенности процессов распространения и фокусировки видеоимпульса в однородной холодной плазме в трехмерном пространстве.

Теперь начальная форма импульса зависит и от двух пространственных координат:

$$U(\vec{r}, t)|_{\Omega} = U_0(t) = A \exp\{i\beta(t)\}. \quad (24)$$

Функция $\beta(t)$ описывает изменение фазы видеоимпульса во времени, $A(r_1, r_2; t)$ — амплитудное распределение поля на начальном фазовом фронте Ω , заданном уравнением $r_3 = f(r_1, r_2)$, параметр ω_p — плазменная частота.

Решением задачи является четырехкратный интеграл по параметрам начального волнового фронта ξ_1 и ξ_2 , частоте ω и начальному времени η выхода излучения:

$$U(\vec{r}, t) = \frac{i}{c(2\pi)^2} \iiint \frac{\omega \sqrt{\epsilon} e^{-\delta}}{R} A(\xi_1, \xi_2; \eta) \sqrt{1 + f_{\xi_1}'^2 + f_{\xi_2}'^2} \exp(i\Phi) d\xi_1 d\xi_2 d\eta d\omega, \quad (25)$$

где величина

$$R = \left((r_1 - \xi_1)^2 + (r_2 - \xi_2)^2 + (r_3 - f(\xi_1, \xi_2))^2 \right)^{1/2}$$

задает расстояние между точкой на волновом фронте $r_3 = f(\xi_1, \xi_2)$ и точкой наблюдения.

Аналогично алгоритму, примененному во второй главе, исследуются особые точки интеграла (25) и показывается, что двумерная временная фокусировка невозможна (ранг матрицы Гесса фазовой функции Φ вычисленной относительно внутренних переменных ω и η не меньше 1) и, поэтому, к интегралу (25) применим метод стационарной фазы по частоте ω . Далее производится подробный анализ и показывается, что вклад основной вклад в значение интеграла (25) вносят только две пары седловых точек:

$$\omega_{\pm} = \pm \tilde{\omega} \rightarrow \pm \omega_p \left(1 - \frac{R^2}{c^2(t-\eta)^2} \right)^{-1/2} = \pm \frac{c\omega_p |t-\eta|}{\sqrt{c^2(t-\eta)^2 - R^2}}.$$

Равномерная асимптотика интеграла (25) представляет сумму двух интегралов:

$$U(\vec{r}, t) = W_+(\vec{r}, t) - W_-(\vec{r}, t). \quad (26)$$

где

$$W_{\pm}(\vec{r}, t) \cong \frac{i}{\sqrt{(2\pi)^3 c}} \iiint e^{-\tilde{\delta}} A(\xi_1, \xi_2; \eta) \exp\{i[\beta(\eta) \pm (\varphi + \pi/4)]\} \times \\ \times \sqrt{1 + f_{\xi_1}'^2 + f_{\xi_2}'^2} \frac{\sqrt{\mathfrak{K}(\tilde{\omega})} \tilde{\omega}}{R^{3/2} \sqrt{|Q'(\tilde{\omega})|}} d\xi_1 d\xi_2 d\eta. \quad (27)$$

В частном случае (среда без поглощения ($\nu = 0$, $\mu = \varepsilon$)) асимптотика поля (25) может быть представлена через интегралы:

$$W_{\pm}(\vec{r}, t) \cong \frac{i}{\omega_{nl} \sqrt{(2\pi)^3 c}} \iiint A(\xi_1, \xi_2; \eta) \exp\{i[\beta(\eta) \pm \varphi]\} \times \sqrt{1 + f_{\xi_1}'^2 + f_{\xi_2}'^2} \frac{\tilde{\varepsilon}^{5/4} \tilde{\omega}^{5/2}}{R^{3/2}} d\xi_1 d\xi_2 d\eta \quad (28)$$

$$\varphi(\vec{r}, t; \eta) = \omega_p \sqrt{(t-\eta)^2 - R^2 / c^2} + \pi/4.$$

Для видеоимпульса, у которого в начальный момент времени форма волнового фронта целиком определяется «медленно меняющейся» по времени амплитудной функцией $A(\xi_1, \xi_2; \eta)$ с явно выраженными началом и концом видеоимпульса при $\eta = \eta_a$ и $\eta = \eta_b$ соответственно, показано, что вклад седловой точки в интегралах (27) и (28), вычисленной из равенства нулю производных фазовой функции интегранты, несущественен, и поэтому для среды как с поглощением, так и без поглощения, основной вклад вносят краевые точки начала и конца импульса. Поэтому (считая для общности, что $\beta(\eta) \neq 0$):

$$W_{\pm}(\vec{r}, t) \cong \frac{\exp[i\beta(\eta_0)]}{\sqrt{(2\pi)^3 c}} \iint e^{-\tilde{\delta}} A(\xi_1, \xi_2; \eta_0) \exp\{i[\pm(\varphi + \pi/4)]\} \times \\ \times \sqrt{1 + f_{\xi_1}'^2 + f_{\xi_2}'^2} \frac{\sqrt{\mathfrak{K}(\tilde{\omega})} \cdot \tilde{\omega}}{R^{3/2} \sqrt{|Q'_{\omega}|} (\beta'_{\eta} \pm \phi'_{\eta})} d\xi_1 d\xi_2, \quad (29)$$

причем в (29) всюду вместо η подставлено η_0 , равное либо η_a , либо η_b (слагаемое вносит вклад, если $t > R/c + \eta_0$).

Далее рассмотрены двумерные пространственные фокусировки видеоимпульсов, начальный волновой фронт которых задается в виде некоторого возмущения параболического фронта $B(\xi_1, \xi_2)$:

$$f(\xi_1, \xi_2) = \frac{\xi_1^2 + \xi_2^2}{2R_c} + B(\xi_1, \xi_2).$$

В этом случае возможно появление серий каустических особенностей. Если функция возмущения $B(\xi_1, \xi_2)$ это однородный полином третьей степени, то в точке с координатами $\vec{r} = (0, 0, R_c)$ возникают каустические особенности (двумерные катастрофы) серий D_N, E_N, J_N (табл. 2). Если $B(\xi_1, \xi_2)$ однородный полином четвертой степени, то образуются более сложные катастрофы серий $X_{1,k}, Y_{j,k}, Z_{j,k}, Z_N$ и другие.

Тип Σ особенности	Название	Универсальная деформация F_Σ
D_4^-	Эллиптическая омбилика	$\rho_1^3 - \rho_1\rho_2^2 + \lambda_1\rho_2 + \lambda_2\rho_1 + \lambda_3\rho_1^2$
D_4^+	Гиперболическая омбилика	$\rho_1^3 + \rho_1\rho_2^2 + \lambda_1\rho_2 + \lambda_2\rho_1 + \lambda_3\rho_1^2$
D_5	Параболическая омбилика	$\rho_1^4 + \rho_1\rho_2^2 + \lambda_1\rho_2 + \lambda_2\rho_1 + \dots + \lambda_{N-2}\rho_1^{N-2}$
D_N	D-омбилическая серия	$\rho_1^{N-1} + \rho_1\rho_2^2 + \lambda_1\rho_1 + \lambda_2\rho_2 + \lambda_3\rho_1^2$
E6	Символическая омбилика	$\rho_1^4 \pm \rho_2^3 + \lambda_1\rho_1 + \lambda_2\rho_2 + \lambda_3\rho_1^2 +$ $+ \lambda_4\rho_1\rho_2 + \lambda_5\rho_1^2\rho_2$
E7	Септантическая омбилика	$\rho_2^3 + \rho_2\rho_1^3 + \lambda_1\rho_1 + \lambda_2\rho_2 + \lambda_3\rho_1^2 +$ $+ \lambda_4\rho_1\rho_2 + \lambda_5\rho_1^3 + \lambda_6\rho_1^4$
E8	Октантическая омбилика	$\rho_1^5 + \rho_2^3 + \lambda_1\rho_1 + \lambda_2\rho_2 + \lambda_3\rho_1^2 + \lambda_4\rho_1\rho_2 +$ $+ \lambda_5\rho_1^3 + \lambda_6\rho_1^2\rho_2 + \lambda_7\rho_1^3\rho_2$
J10	Децедржей	$\rho_1^3 + a\rho_1^2\rho_2^2 + \rho_2^6 + \lambda_1\rho_1 + \lambda_2\rho_2 +$ $+ \lambda_3\rho_2^2 + \lambda_4\rho_2^3 +$ $+ \lambda_5\rho_2^4 + \lambda_6\rho_1\rho_2 + \lambda_7\rho_1\rho_2^2 + \lambda_8\rho_1\rho_2^3$

Таблица 2.

Согласно результатам волновой теории катастроф равномерная асимптотика интегралов (27) в окрестности особых точек типа катастроф имеет следующий вид:

$$W(\vec{r}, t) \cong \exp(i\theta) \left[l_1 I^\Sigma(\vec{\lambda}, \vec{a}) + \sum_{j=1}^L l_{j+1} \frac{\partial I^\Sigma}{\partial \lambda_j} + \sum_{j=1}^M l_{j+L+1} \frac{\partial I^\Sigma}{\partial a_j} \right],$$

где Σ – обозначает тип особенности,

$$I^\Sigma(\vec{\lambda}, \vec{a}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[iF_\Sigma(\rho_1, \rho_2; \vec{a}, \vec{\lambda})] d\rho_1 d\rho_2$$

– специальная функция волновой катастрофы (собственная для каждого типа волновой катастрофы), $F_\Sigma(\rho_1, \rho_2; \vec{a}, \vec{\lambda})$ – универсальная деформация особенности, λ_j – коэффициенты универсальной деформации ($\dim \vec{\lambda} = L$), a_j – функциональные модули ($\dim \vec{a} = M$), L – коразмерность особенности, M – модальность, ρ_j – внутренние параметры универсальной деформации, l_j – коэффициенты асимптотического разложения, θ – фаза бегущей волны.

В отличие от двумерного случая, в трехмерном случае, если возмущение $B(\xi_i)$ представляет собой полином с мономами выше второй степени, возможны фокусировки как каспоидного типа ($\Sigma = A_N$), так и двумерные особенности, например омбилические катастрофы. Универсальные деформации катастроф коранга 2 приведены в таблице 2.

Асимптотическое решение задачи принимает вид (если форма видеоимпульса описывается прямоугольной функцией Хевисайда):

$$U(\vec{r}, t) = l_1 \left[\exp(i\theta) I^\Sigma(\vec{\lambda}, \vec{a}) + \exp(-i\theta) \bar{I}^\Sigma(\vec{\lambda}, \vec{a}) \right] = 2l_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos[F_\Sigma(\rho_1, \rho_2; \vec{a}, \vec{\lambda}) + \theta] d\rho_1 d\rho_2.$$

Причем:

$$U(\vec{r}, t) = l_1 \text{Vid}(\Sigma; \vec{\lambda}, \vec{a}, \Theta),$$

где

$$\text{Vid}(\Sigma; \vec{\lambda}, \vec{a}, \Theta) = 2 \left[\text{Re}(I^\Sigma(\vec{\lambda}, \vec{a})) \cos \Theta + \text{Im}(I^\Sigma(\vec{\lambda}, \vec{a})) \sin \Theta \right].$$

Для случая же, когда исходный видеоимпульс не имеет резких границ, решение находится в следующем виде:

$$U(\vec{r}, t) \cong \frac{i}{\sqrt{(2\pi)^3 c}} \int_{\eta_a}^{\eta_b} [V(\vec{r}, t; \eta) - \bar{V}(\vec{r}, t; \eta)] \exp[i\beta(\eta)] d\eta.$$

Здесь введено обозначение для асимптотического выражения СВК:

$$V(\vec{r}, t) = \exp(i\theta) \left[l_1 I^\Sigma(\vec{\lambda}, \vec{a}) + \sum_{j=1}^L l_{j+1} \frac{\partial I^\Sigma}{\partial \lambda_j} + \sum_{j=1}^M l_{j+L+1} \frac{\partial I^\Sigma}{\partial a_j} \right].$$

Далее и до конца третьей главы графически представлены результаты моделирования структур специальных функций гиперболической омбилики $\Sigma = D_4^+$ и эллиптической омбилики $\Sigma = D_4^-$ в зависимости от параметров λ и Θ . Приведем здесь лишь некоторые из них. На рис. 22 показана амплитуда функции $\text{Vid}(D_4^+; \vec{\lambda}, \Theta)$ при $\lambda_3=0$, $\Theta=0$, а на рис. 23 сама

функция. При таких параметрах её амплитудная структура полностью повторяет амплитудную структуру СВК особенности D_4^+ . Это пространственное распределение в фиксированный момент времени. На рис. 24 и 25 показана амплитуда функции $Vid(D_4^+; \vec{\lambda}, \Theta)$ и сама функция при $\lambda_3 = -2$, $\Theta = 0$, то есть в случае, когда охватывающая каустика и каустическое остриё разделились.

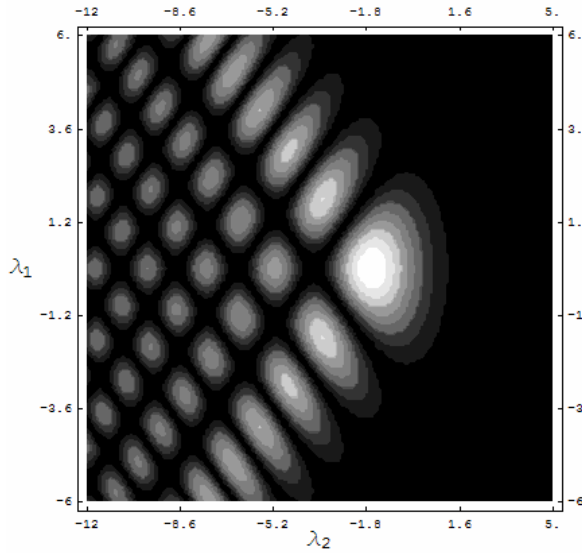


Рис. 22

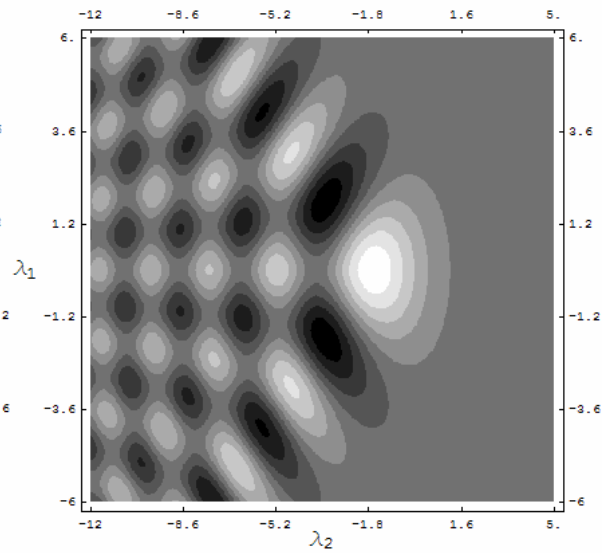


Рис. 23

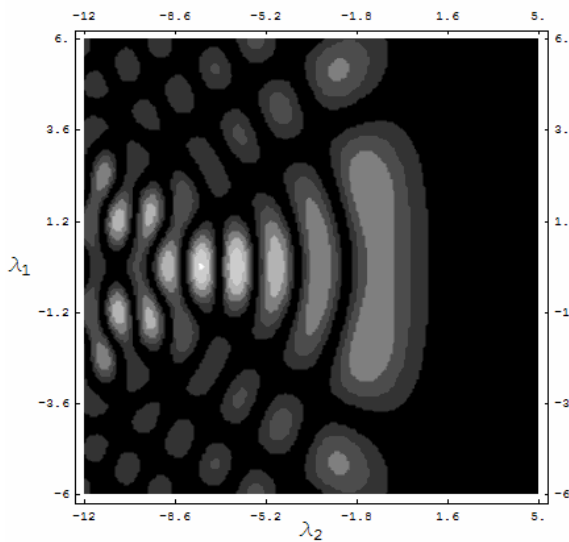


Рис. 24

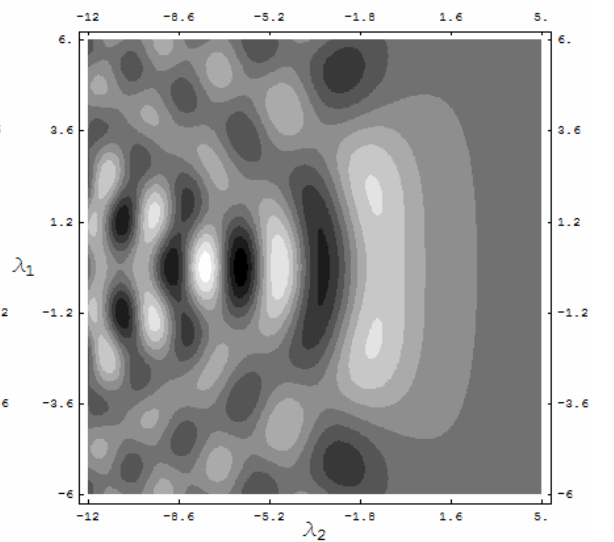


Рис. 25

На рис. 26 показана амплитуда функции $Vid(D_4^-; \vec{\lambda}, \Theta)$ при $\lambda_3 = 0$, $\Theta = 0$, а на рис. 27 сама функция. Это вырожденный случай. Как и в случае гиперболической омбилики, при таких параметрах её амплитудная структура полностью повторяет амплитудную структуру СВК особенности D_4^- . Это пространственное распределение в фиксированный момент времени.

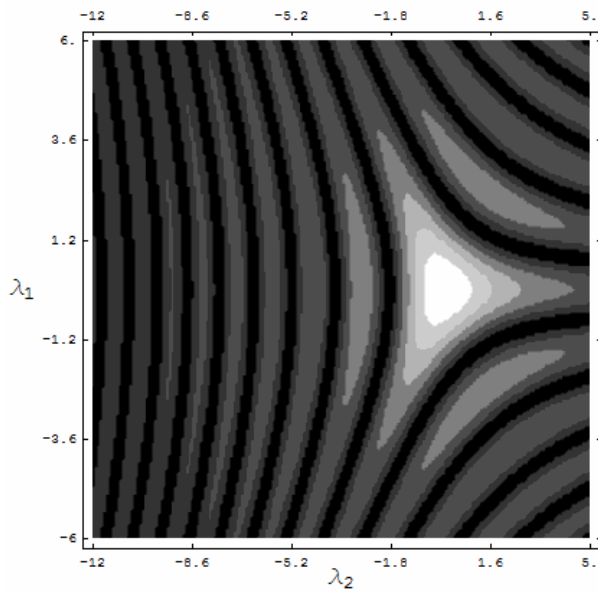


Рис. 26

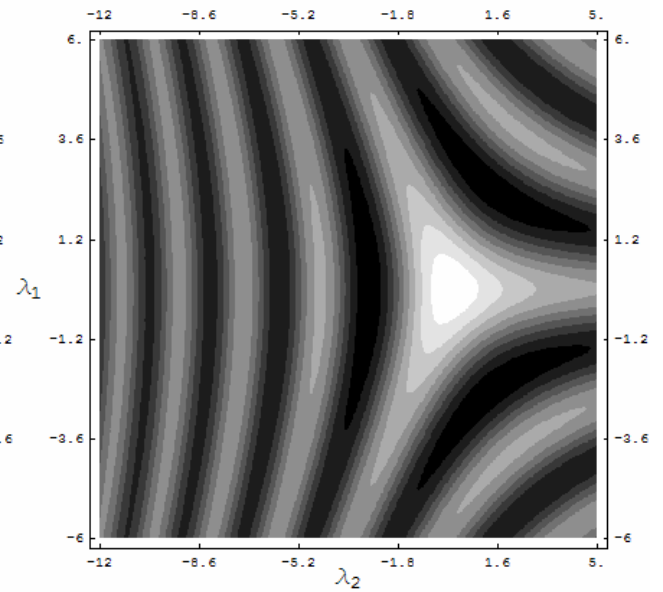


Рис. 27

На рис. 29 и 30 показана амплитуда функции $Vid(D_4^-; \bar{\lambda}, \Theta)$ и сама функция при $\lambda_3=+4$, $\Theta=0$, то есть в случае, когда фокальное пятно развилось в каустический треугольник с нулевыми углами при вершинах.

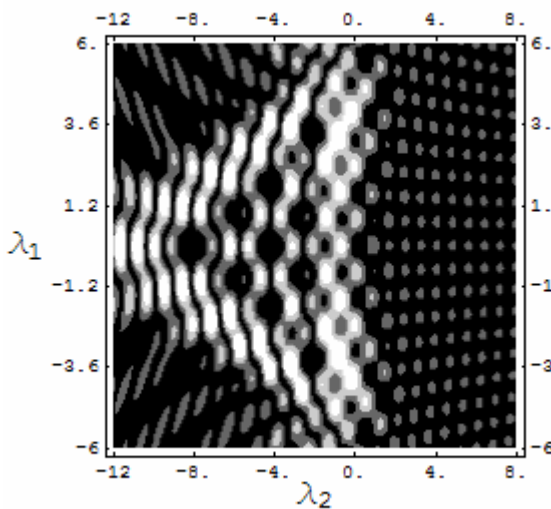


Рис. 30

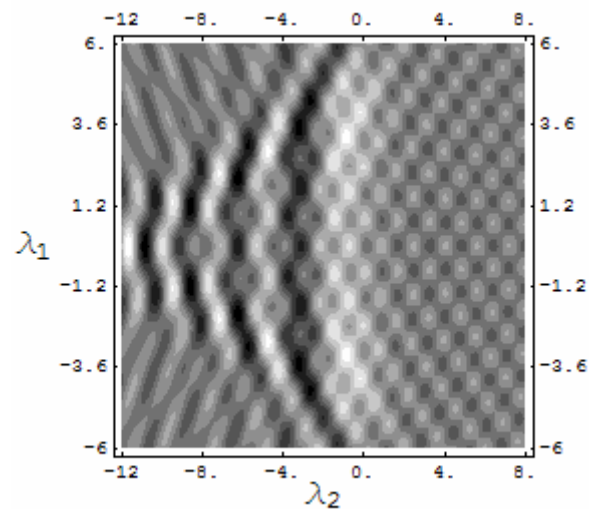


Рис. 31

В Заключении **сформированы основные выводы работы:**

1. Исследована тонкая структура видеоимпульса в окрестности светового конуса и показано, что размеры области его влияния уменьшаются с расстоянием, что позволяет описывать распространения видео сигнала временными краевыми лучами, порождаемыми точками нарушения гладкости амплитуды сигнала. Проведено сравнение неравномерных (лучевых) и равномерных (содержащих функции Бесселя различных порядков)

асимптотических решений, причем показано, что в отличие от радиоимпульсов лучевое описание остается справедливо и в дальней зоне, поскольку область, в которой необходимо применять равномерные асимптотические решения уменьшается с расстоянием от источника излучения. Исследованы видео сигналы различной формы.

2. Создан метод расчета распространения видеоимпульса, представимого в виде кусочно–аналитических функций (позволяющих моделировать формы реальных сигналов) с помощью алгоритма, основанного на лучевой неравномерной асимптотике. В основу метода положено представление о том, что видеоимпульс может быть полностью описан двумя семействами временных краевых лучей, связанных с началом и концом сигнала.

3. На основе волновой теории катастроф и пространственно-временной геометрической теории дифракции построена классификация пространственных фокусировок видеоимпульсов. Главной особенностью классификации является пространственная фокусировка каспидного или омбилического типа не основных геометрооптических лучей, а временных краевых лучей, соответствующих началу или концу видеоимпульса.

4. Создана асимптотическая теория, описывающая прохождение видеоимпульсов через области пространственной фокусировки с учетом поглощения и частотной дисперсии среды распространения. Построены интегральные асимптотические решения уравнения Клейна-Гордона в двумерном и трехмерном случаях. Проведен асимптотический анализ полученных решений, следствием которого явились равномерные асимптотические представления амплитудно-фазовых структур широкополосных сигналов в виде разложений по специальным функциям волновых катастроф видео импульсов.

5. Введен и исследован новый класс специальных функций волновых катастроф видеоимпульсов, созданы алгоритмы расчета этих спецфункций. Выполнено численное моделирование фокусировки широкополосных сигналов и амплитудной структуры спецфункций видеосигналов. Выявлена мелкомасштабная «импульсная» модуляция традиционных дифракционных структур, соответствующих волновыми катастрофам, соответствующая временным колебаниям. Исследована зависимость структуры видео сигнала в диспергирующей среде от поглощения.

Основные работы, опубликованные по теме диссертации:

1. Аллин И.В., Крюковский А.С. Особенности распространения видеоимпульсов в плазме в окрестности светового конуса. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2007. Т.12. № 8. С. 26-40.

2. Аллин И.В., Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Классификация пространственной фокусировки видеоимпульсов в плазме на основе теории катастроф //Нелинейный мир. 2009. Т.7. № 10. С. 727-739.

3. Аллин И.В., Крюковский А.С. Особенности распространения видеоимпульсов в поглощающей плазме. //Цивилизация знаний: Российские реалии. Труды Восьмой Всероссийской научной конференции. Москва, 20-21 апреля 2007. Ч. I. / М.: РосНОУ, 2007. С. 100-108.
4. Аллин И.В., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Распространение кусочно-аналитических наноимпульсов в плазме. // Труды Российского научно-технического общества радиотехники, электроники и связи имени А.С. Попова. Серия: научная сессия, посвященная Дню Радио 14-15.05.2008 г. Выпуск: LXIII. /М.: РНТОРЭС, 2008. С.288-290.
5. Аллин И.В., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Пространственно-временная геометрическая теория дифракции кусочно-аналитического сигнала в плазме. //Распространение радиоволн (РРВ – 22): труды XXII Всероссийской научной конференции. Ростов-на-Дону, 22-25 сентября 2008 г. / Ростов-на-Дону: Изд-во СКНЦ ВШ ЮФУ, 2008. Т. 3. С. 141-144.

Илья Владимирович Аллин

**ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
ШИРОКОПОЛОСНЫХ ВИДЕОИМПУЛЬСОВ
В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ**

Автореферат

Подписано в печать _____ 2009г.
Формат 60x80 1/16. Усл. печ. л. 1,5

Тираж 80 экз. Заказ № _____

Московский физико-технический институт
(государственный университет)
Печать на аппаратуре Copy Printer 1280
НИЧ МФТИ

141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9