

На правах рукописи

Томин

Томин Павел Юрьевич

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОЦЕССОВ ФИЛЬТРАЦИИ
В ТРЕЩИНОВАТЫХ СРЕДАХ**

05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2011

Работа выполнена на кафедре плазменной энергетики факультета проблем физики и энергетики Московского физико-технического института.

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук,
доцент Пергамент Анна Халиловна

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
профессор Максимов Вячеслав Михайлович

кандидат физико-математических наук,
доцент Демьянов Александр Юрьевич

Ведущая организация: Институт проблем механики
им. А. Ю. Ишлинского РАН

Защита состоится 22 июня 2011 г. в 16 час 00 мин на заседании диссертационного совета Д 212.156.08 при Московском физико-техническом институте по адресу: 141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского физико-технического института.

Автореферат разослан 20 мая 2011 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.156.08,
к. ф.-м. н.



В. П. Коновалов

Актуальность

Актуальность исследования процессов фильтрации в трещиноватых средах в целом и их математического моделирования в частности обусловлена тем обстоятельством¹, что более 20% разведанных мировых запасов углеводородов содержатся в месторождениях, в той или иной степени характеризующихся трещиноватостью. Несмотря на небольшой относительный объем трещин, из-за высокой проводимости их влияние на добычу углеводородов может быть определяющим², разработка таких месторождений часто сопряжена с трудностями и бывает неэффективной. Например³, месторождение *Circle Ridge* в США разрабатывается уже в течение 50 лет, при этом коэффициент извлечения нефти составляет лишь 15%. Аналогичная ситуация наблюдается на Талинской площади Красноленинского месторождения⁴ — большая часть месторождения разбурена тысячами скважин, однако добыто менее 10% начальных запасов, при этом в течение последних 20 лет наблюдается высокая заводненность резервуара. Дополнительно, из-за высокого спроса на углеводородное сырье, в процесс разработки включаются месторождения с низкими пористостью и проницаемостью, а так же, например, карбонатные коллекторы, склонные к образованию трещин. В первом случае образование трещин идет вследствие так называемого гидроразрыва пласта, являющегося одним из основных методов повышения нефтеотдачи⁵. Во втором случае из-за хрупкости породы трещины могут образовываться естественным образом в процессе разработки месторождения⁴. Отметим наконец, что исследование фильтрационных процессов в средах с нарушениями в виде трещин имеет более широкое значение: задачи многофазной многокомпонентной фильтрации в таких средах возникают, например, при мо-

¹ A. M. Saidi. Simulation of Naturally Fractured Reservoirs // paper SPE 12270, 1983.

² K. J. Weber. How Heterogeneity Affects Oil Recovery // in Reservoir Characterisation, Academic Press, 1986.

³ P. La Pointe, J. Hermanson, R. Parney, T. Eiben. Circle Ridge Fractured Reservoir Project // Golder Associates, Redmond, WA, 2000.

⁴ В. И. Дзюба, М. Л. Пелевин. Имитационное моделирование разработки Талинской площади Красноленинского месторождения // Вестник ЦКР Роснедра, №2, С. 38–41, 2008.

⁵ M. J. Economides, K. G. Nolte. Reservoir Stimulation // John Wiley & Sons Ltd, Chichester, England, 2000.

делировании процессов в ядерных реакторах, а также в исследовании распространения загрязнений при захоронении отходов⁶.

Наличие трещиноватости создает серьезные проблемы при математическом моделировании, поскольку процессы фильтрации в таких средах обладают рядом специфических свойств. Первое — разномасштабность⁷ как по пространству, так и по времени. Второе — анизотропия, которая, как показывают⁸ теоретические и экспериментальные исследования, в многофазном случае приводит к тензорному характеру связи между фазовыми и абсолютной проницаемостями. И наконец, как было установлено в последнее время⁹, важную роль играет понятие связности, поскольку проницаемой в целом является только связанная система трещин, что определяет применимость той или иной модели. Рассмотрению вышеперечисленных вопросов, в большей степени, посвящена данная диссертация.

В последние годы заметно возросло как количество, так и качество информации, получаемой при помощи трехмерных сейсмических исследований, методов скважинного каротажа, кросс-скважинной электроразведки и ряда других¹⁰. В результате многолетних экспериментальных наблюдений и теоретического анализа свойств трещиноватых сред выявлены определенные виды симметрии, что позволяет получить закономерности общего характера^{10,11}. Все это приводит к возможности построения моделей месторождений качественно нового уровня.

Из-за малых поперечных размеров и высокой проницаемости прямой учет трещин при численном моделировании фильтрационных процессов практически невозможен, поэтому обычно используются модели, в основе которых ле-

⁶ Q. Zhou, H.-H. Liu, G. S. Bodvarsson, C. M. Oldenburg. Flow and transport in unsaturated fractured rock: effects of multiscale heterogeneity of hydrogeologic properties // *Journal of Contaminant Hydrology*, V. 60, P. 1–30, 2003.

⁷ Y. Guieguen, R. Gavrilenko, M. Le Ravalec. Scales of Rock Permeability // *Surveys in Geophysics*, V. 17, P. 245–263, 1996.

⁸ Н. М. Дмитриев, В. М. Максимов. Определяющие уравнения двухфазной фильтрации в анизотропных пористых средах // *Изв. РАН, МЖГ*, № 2, С. 87–94, 1998.

⁹ T. P. G. Gurholt, B. F. V. Vik, I. A. Aavatsmark, S. I. A. Aanonsen. Determination of Connectivity in Vuggy Carbonate Rock Using Image Segmentation Techniques // *Proc. of ECMOR XII*, A012, Oxford, England, 2010.

¹⁰ M. C. Cacas, J. M. Daniel, J. Letouzey. Nested geological modelling of naturally fractured reservoirs // *Petroleum Geoscience*, V. 7, P. S43–S52, 2001.

¹¹ А. Ф. Грачев, Ш. А. Мухамедиев. О трещиноватости каменноугольных известняков Московской синеклизы // *Физика Земли*, №1, С. 61–77, 2000.

жит процедура осреднения¹². В середине прошлого века была предложена¹³ модель двойной пористости и двойной проницаемости, в которой среда представляется в виде двух сообщающихся между собой континуумов, причем система трещин предполагается связной. Последнее обстоятельство приводит к тому, что модель, строго говоря, несправедлива при описании протяженных непересекающихся друг с другом трещин¹⁴. В связи с этим для расчета течений в средах с наличием субсейсмических трещин (рис. 1), характерное расстояние между которыми достаточно велико — порядка 10 м, а протяженность порядка 10^2 м, была предложена¹⁴ модель эквивалентной среды класса одинарной пористости (*single porosity*), описывающая свойства среды в рамках единого континуума. При этом как абсолютная, так и относительные фазовые проницаемости имели скалярный характер, а для описания этапа быстрого продвижения воды по трещинам последние обладали специфическим видом (рис. 2).

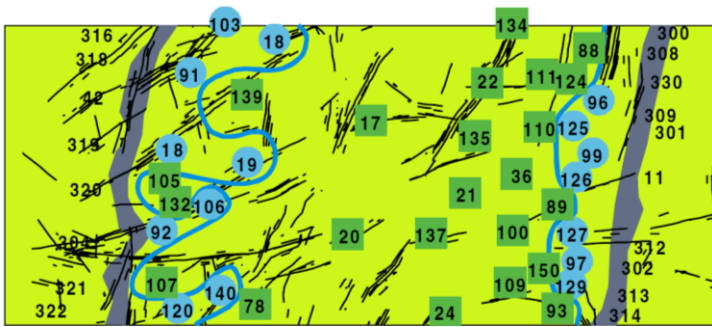


Рис. 1. Конфигурация трещин и предполагаемое расположение фронта вытеснения по результатам информации о добыче на скважинах.

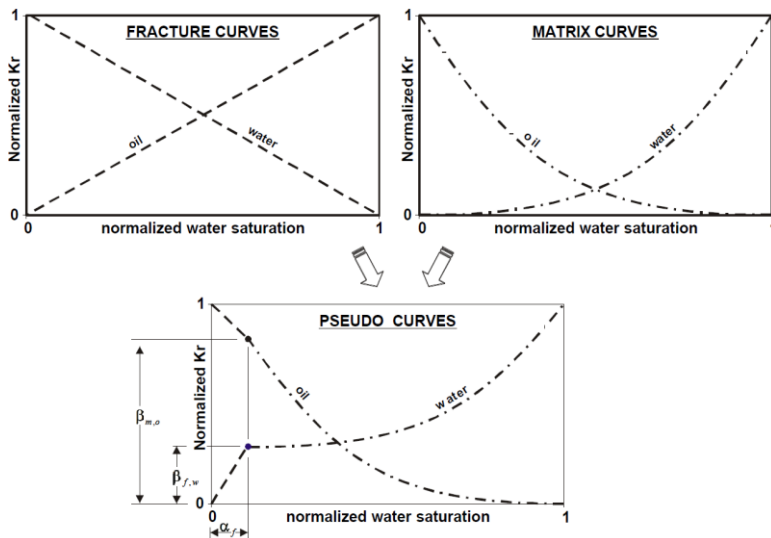


Рис. 2. Пример эффективных относительных фазовых проницаемостей для трещиноватых сред.

¹² L. Lonergan, R. J. H. Jolly, K. Rawnsley, D. J. Sanderson. Fractured Reservoirs // Geological Soc., London, 2007.

¹³ Г. И. Баренблатт, Ю. П. Желтов, И. Н. Кочина. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // ПММ, Т. XXIV, 1960.

J. E. Warren, P. E. Root. The behavior of naturally fractured reservoirs // SPE J., V. 3, P. 245–255, 1963.

¹⁴ P. van Lingen, J.-M. Daniel, L. Cosentino, M. Sengul. Single Medium Simulation of Reservoirs with Conductive Faults and Fractures // paper SPE 68165, 2001.

Такое приближение для эффективных функций оказалось разумным, и авторам удалось с помощью этой модели уловить в расчетах особенности заводнения пилотного участка одного из крупнейших месторождений Ближнего Востока. Поэтому подход *single porosity* представляет определенный интерес, однако требует корректного учета анизотропии, особенно в многофазном случае.

В связи с этим актуальным является исследование функций относительных фазовых проницаемостей для трещиноватых сред, что приводит к необходимости разработки численных методов, которые бы учитывали многомасштабность процессов фильтрации в таких средах. Кроме того, поскольку для трещиноватости характерны определенные виды симметрии фильтрационных свойств, анализ функций, образующих тензор относительной фазовой проницаемости, для характерных конфигураций среды может помочь выявить закономерности общего вида. Помимо этого, необходим критерий, который позволил бы оценить корректность получаемых результатов применительно к актуальному размеру задачи.

И наконец, определенный интерес представляет исследование влияния трещиноватости на потоки и добычу флюидов с точки зрения такого параметра как связность.

Цель работы

Основной целью данной работы является построение эффективного алгоритма расчета многофазных течений в средах с наличием трещин в рамках модели *single porosity*, лишенного отмеченных выше недостатков. В частности, метод должен корректно описывать как связную, так и несвязную системы трещин различной длины и сложной геометрии, а также учитывать анизотропию для многофазных течений. При этом желательно, чтобы он не требовал значительных дополнительных вычислительных ресурсов по сравнению с расчетом без учета трещин и позволял получить результаты приемлемой для данного класса прикладных задач точности при использовании стандартных расчетных сеток без измельчения.

С точки зрения учета различных масштабов процессов фильтрации в трещиноватых средах, интерес представляют многомасштабные многосеточные алгоритмы¹⁵, основные принципы которых имеют много общего с идеями метода суперэлементов Р. П. Федоренко¹⁶. Наиболее универсальным для пространственной аппроксимации уравнений фильтрации в анизотропных средах является метод опорных операторов А. А. Самарского¹⁷, позволяющий построить симметричную консервативную разностную схему, аппроксимирующую потоки.

В качестве критерия применимости результатов на актуальный масштаб задачи достаточно интересным выглядит понятие¹⁸ элементарного представительного объема (*representative elementary volume*), которое, однако, требует дополнительного изучения в многофазном случае.

Исследование функций относительных фазовых проницаемостей в трещиноватых средах актуально провести на характерных конфигурациях фильтрационных свойств, полученных при анализе хрупкого разрушения¹⁹. При этом необходимо учитывать, что относительная фазовая проницаемость, вообще говоря, является тензорной величиной²⁰.

Научная новизна

Для исследования процессов двухфазной фильтрации в трещиноватых средах разработан эффективный многомасштабный многосеточный алгоритм, являющийся развитием метода конечных суперэлементов Р. П. Федоренко: предложена его комбинация с методом опорных операторов А. А. Самарского. Алгоритм обладает рядом практических преимуществ: позволяет достичь кратного сокращения времени расчета, правильно передает особенности точного ре-

¹⁵ Y. Efendiev, T. Y. Hou. Multiscale Finite Element Methods // Springer Science+Business Media, New York, USA, 2009.

¹⁶ Л. Г. Страховская, Р. П. Федоренко. Об одной специальной разностной схеме // Численные методы механики сплошной среды, Т. 7, № 4, С. 149–163, Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1976.

¹⁷ А. А. Самарский, А. В. Колдоба, Ю. А. Повещенко, В. Ф. Тишкин, А. П. Фаворский. Разностные схемы на нерегулярных сетках // Минск, 1996.

¹⁸ J. Bear. Dynamics of fluids in porous media // American Elsevier, New York, 1972.

¹⁹ А. Ф. Грачев, Ш. А. Мухамедиев. Трещиноватость горных пород и оценка напряжений in situ в обнажениях, подверженных воздействию взрывов // Физика Земли, № 2, С. 34–43, 2000.

²⁰ М. Н. Дмитриев, Н. М. Дмитриев, В. М. Максимов, Д. Ю. Семигласов. Эффекты анизотропии при двухфазных фильтрационных течениях // Изв. РАН, МЖГ, № 3, С. 140–146, 2010.

шения и, таким образом, принадлежит к классу методов высокого разрешения (*high-resolution*). Предложенный метод может быть легко распараллелен.

С его помощью построены эффективные функции относительных фазовых проницаемостей для сред сложной структуры с наличием трещин. Показано, что при анизотропии абсолютной проницаемости рассматриваемого объекта, получаемые относительные фазовые проницаемости тоже будут анизотропны, что учтено при последующем моделировании разработки месторождений.

Для ортотропной и моноклинной симметрий фильтрационных свойств, характерных для хрупкого разрушения, получены функции, составляющие тензоры относительных фазовых проницаемостей. Показано влияние свойства связности на найденные функции. Учет недиагональных компонентов тензоров фазовой проницаемости позволил получить зависимости положения их главных осей от насыщенности, демонстрирующие несоосность тензоров фазовой и абсолютной проницаемостей, например, в случае моноклинной симметрии.

Получены оценки размеров *representative elementary volume* как для случайных, так и для детерминированных полей, причем проведено также исследование многофазного случая. При помощи данных оценок были выбраны размеры фрагментов исследуемых трещиноватых сред так, чтобы найденные свойства носили общий характер и могли быть использованы для описания объектов большего масштаба.

В результате разработана универсальная методика построения эффективных кривых относительных фазовых проницаемостей, как для малых, так и для высоких скоростей фильтрации. Дополнительно, обобщена разностная схема решения уравнений двухфазной фильтрации на случай анизотропных функций относительных фазовых проницаемостей.

Результаты проведенного численного исследования трещиноватости с точки зрения добычи углеводородов и распределения потоков флюидов демонстрируют определяющее значение свойства связности. В частности, показано, что наиболее существенную роль играет трещиноватость, изменяющая связность между отдельными зонами пласта.

Построенная модель *single porosity* с анизотропными относительными фазовыми проницаемостями позволила получить корректные результаты расчетов моделей реальных месторождений с наличием как связной, так и несвязной трещиноватости, причем в расчетах также специальным образом учитывались скважины, проходящие через трещины. В отличие от модели двойной среды, предложенный метод не требует значительных дополнительных вычислительных ресурсов по сравнению с расчетом без учета трещин, при этом позволяет получить приемлемые по точности результаты при использовании стандартных расчетных сеток без измельчения. Из-за сложного вида получаемых в результате осреднения кривых относительных фазовых проницаемостей, при моделировании процессов фильтрации оказалось существенным применение ряда описанных в данной работе методов, направленных на повышение стабильности сходимости нелинейных итераций в расчетах по полностью неявной схеме: ограничения приращений и сплайн-интерполяции табличных функций.

Практическая и научная ценность

Проведенные в диссертации расчеты показывают, что разработанный многомасштабный многосеточный алгоритм решения задач двухфазной фильтрации обладает рядом практических преимуществ при исследовании трещиноватых сред. С помощью современных методов объемной томографии возможно построение трехмерных распределений параметров в реальных образцах керна, что дает возможность при помощи предложенного алгоритма проводить численные эксперименты, заменяющие лабораторные измерения двухфазного вытеснения.

Проведенное исследование функций относительных фазовых проницаемостей для различных симметрий фильтрационных свойств позволило выявить и подтвердить ряд важных особенностей многофазной фильтрации в трещиноватых средах, характерных для хрупкого разрушения. Полученные результаты могут быть использованы при интерпретации данных лабораторных измерений фазовых проницаемостей для получения дополнительной информации о структуре среды.

Исследованное в работе понятие *representative elementary volume (REV)* позволяет сформулировать критерий корректности процедуры укрупнения масштаба рассмотрения при переходе от размеров образцов среды к актуальным размерам задачи и, тем самым, избежать возможных неточностей при полномасштабном моделировании месторождения. В частности, при построении эффективных кривых относительных фазовых проницаемостей полученные оценки размеров *REV* позволили выбрать фрагменты рассматриваемых трещиноватых сред так, чтобы полученные результаты были справедливы вплоть до актуального размера задачи.

Полученные в работе результаты расчетов корректно описывают реалистичную картину течений в пласте, как для связных, так и для несвязных систем трещин, с точностью, достаточной для использования разработанной модели *single porosity* для широкого класса задач, включая моделирование разработки реальных объектов. Кроме того, как показано в работе, разыгрывая различные варианты распределения трещин, путем сравнения расчетных показателей с фактическими можно выбрать наиболее вероятную картину трещиноватости. В результате уточнения модели повышается достоверность результатов прогнозных расчетов, позволяющих обосновать то или иное технологическое решение, например, выбор места бурения новых скважин.

Следует отметить, что учет анизотропии функций относительных фазовых проницаемостей для случая, когда тензоры фазовой и абсолютной проницаемостей, поддерживается большинством коммерческих пакетов гидродинамического моделирования месторождений. Поэтому построенные в работе эффективные кривые относительных фазовых проницаемостей могут быть использованы, в том числе, при расчетах на любой из широко распространенных программ и в связи с этим имеют дополнительную практическую ценность.

В заключение к вышесказанному, разработанные методы могут быть использованы при решении нелинейных задач теплопроводности в средах с разномасштабными особенностями.

Положения, выносимые на защиту

1. В рамках модели одинарной пористости проведено исследование процессов фильтрации в трещиноватых средах, получены размеры элементарных представительных объемов для многофазного случая и сформулирована задача определения тензоров относительных фазовых проницаемостей для анизотропных сред с ортотропным и моноклинным типами симметрии.
2. Разработан многомасштабный многосеточный алгоритм решения задач двухфазной фильтрации, относящийся к классу методов высокого разрешения и являющийся комбинацией метода конечных суперэлементов Р. П. Федоренко и метода опорных операторов А. А. Самарского. Алгоритм применен для моделирования течений в средах с произвольной конфигурацией трещин.
3. Получены функции, образующие тензор относительной фазовой проницаемости для ортотропной и моноклинной симметрий трещиноватой среды. Продемонстрированы влияние связности на найденные функции, зависимость положения главных осей тензора фазовой проницаемости от насыщенности и несоосность последнего с тензором абсолютной проницаемости.
4. Для моделирования процессов многофазной фильтрации в трещиноватых средах построен эффективный алгоритм класса одинарной пористости, учитывающий анизотропию относительных фазовых проницаемостей и применимый как для связной, так и для несвязной систем трещин сложного вида. При помощи разработанного метода выполнены расчеты процессов, протекающих в реальных нефтяных месторождениях при наличии трещиноватости.

Обоснованность и достоверность

Достоверность полученных в диссертации результатов обеспечивается сравнением с результатами ряда опубликованных работ, включая как теоретические, так и экспериментальные исследования, использованием численных методов, хорошо обоснованных математически и апробированных на широком классе задач, а также сопоставлением результатов расчетов реальных объектов с фактическими данными.

Апробация результатов

Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях и семинарах:

1. XVII и XVIII Всероссийская конференция «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов и решение задач математической физики с приложением к многопроцессорным системам», посвященная памяти К. И. Бабенко, Абрау-Дюрсо, Новороссийск, сентябрь 2008 и 2010.
2. XI и XII European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, Bergen, Norway, September 2008 и Oxford, England, September 2010.
3. Международная конференция «Современные проблемы газовой и волновой динамики» памяти академика Х. А. Рахматулина, Москва, апрель 2009.
4. Семинар отдела № 11 ИПМ им. М. В. Келдыша РАН «Вычислительные методы и математическое моделирование» под рук. член-корр. РАН Ю. П. Попова и проф. М. П. Галанина, декабрь 2009.
5. Научная конференция «Ломоносовские чтения», Москва, апрель 2010.
6. Российская конференция «Многофазные системы: природа, человек, общество, технологии», Уфа, июнь 2010.

Публикации и личный вклад автора

Результаты диссертации в полной мере отражены в 18 научных работах, среди которых три публикации в реферируемых журналах [1, 2, 3], семь препринтов [7–13], а также восемь докладов в сборниках трудов и тезисов научных конференций [14–18], в том числе международных [4–6].

В [1, 6, 16] автором проведен расчет источников, соответствующих скважинам, расчеты подобластей модели реального месторождения с учетом фильтрационных потоков на границе, сравнение с результатами расчета полной модели.

В [2] автором проведено исследование функций относительных фазовых проницаемостей для различных симметрий трещиноватой среды, показано влияние свойства связности, исследована зависимость положения главных осей тензора фазовой проницаемости от насыщенности, проведено сравнение полу-

ченных кривых относительных фазовых проницаемостей с опубликованными результатами теоретических, численных и экспериментальных исследований.

В [3] автором сделан критический обзор современных методов ремасштабирования, обобщен метод суперэлементов Р. П. Федоренко на случай разрывов коэффициентов, выходящих на границу ячеек грубой сетки.

В [4, 7, 13, 14] автором предложен и реализован многомасштабный алгоритм на основе метода конечных суперэлементов для решения задач двухфазной фильтрации, проведены численные расчеты, в том числе моделирование процессов фильтрации в трещиноватых средах. При помощи разработанного алгоритма построены эффективные функции относительных фазовых проницаемостей в таких средах, показана их анизотропия.

В [5] автором построены поля проницаемости для трещиноватых сред, проведена численная реализация модели двойной среды с учетом различных механизмов обмена флюидами между матрицей и трещинами, выполнены расчеты тестовых задач.

В [8, 9] автором для неявной аппроксимации по времени вычислены производные в матрице Якоби, учтены скважины, для улучшения сходимости нелинейных итераций в методе Ньютона применен метод ограничения приращений, предложена монотонная интерполяция табличных функций кубическими сплайнами, показана их эффективность на опубликованных тестовых задачах.

В [9] автор применил модель двойной среды для описания трещиноватых зон в межскважинном пространстве, сравнил различные подходы к моделированию таких зон, провел расчеты для типичных конфигураций трещиноватых структур, аналогичных результатам интерпретации реальных измерений.

В [11] при помощи численного моделирования распространения трассеров показано определяющее влияние трещиноватых зон на распределение потоков флюидов.

В [12] проведено исследование и получены оценки размеров *representative elementary volume* как для случайного, так и для детерминированного случая

распределения проницаемости, включая анализ двухфазной системы, сформулирован критерий корректности укрупнения масштаба, показана достаточность рассмотрения однофазного случая.

В [15, 17] как при помощи разработанного автором многомасштабного алгоритма, так и модели двойной среды проведены численные расчеты фильтрации в средах с наличием трещин, показаны рамки применимости модели двойной пористости и двойной проницаемости.

В [18] автором разработан метод построения эффективных относительных фазовых проницаемостей при укрупнении сетки, продемонстрирована его применимость на тестовых и реальных задачах.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из Введения, четырех Глав, Заключения и Списка литературы из 202 наименований. Работа изложена на 147 страницах, содержит 94 рисунка.

Общее содержание работы

Введение включает в себя обзор литературы, обоснование актуальности и практической значимости темы диссертации, формулировку цели работы, описание основных методов исследования, изложение научной новизны, структуры и содержания работы, апробацию результатов, перечисление публикаций автора по теме.

В **Первой главе** в разделе 1.1 сформулированы основные понятия и уравнения теории фильтрации в пористых средах для двухфазного двухкомпонентного случая с учетом капиллярных сил.

Предполагается, что течение подчиняется обобщенному закону Дарси

$$\vec{u}_i = -\frac{k f_i}{\mu_i} \nabla p_i, \quad (1)$$

где p_i — давление i -й фазы, μ_i — вязкость, k — абсолютная проницаемость, f_i — относительная фазовая проницаемость, являющаяся функцией насыщенности s одной из фаз.

Разница фазовых давлений p_i равна капиллярному давлению

$$p_1 - p_2 = p_c(s). \quad (2)$$

Уравнения сохранения массы для обеих фаз имеют вид

$$\frac{\partial m \rho_1 s}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_1 \bar{u}_1) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial m \rho_2 (1-s)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_2 \bar{u}_2) = 0. \quad (4)$$

Здесь m — пористость, ρ_i — плотность фазы.

Окончательно, уравнения (3) и (4), дополненные обобщенным законом Дарси (1) и соотношением (2), образуют замкнутую систему относительно неизвестных p_i и s .

В разделе 1.2 дан обзор наиболее развитых в настоящее время моделей трещиноватых сред, применяемых при численном моделировании:

- 1) прямая дискретизация трещин с использованием расчетных сеток, адаптированных к структуре среды;
- 2) модель двойной среды;
- 3) *discrete fracture network (DFN)*;
- 4) модель эквивалентной среды — *single porosity*.

Сформулированы достоинства и недостатки каждого из подходов. Для модели двойной среды отмечено влияние различных механизмов обмена флюидом между матрицей и трещинами, указаны рамки ее применимости. Описана концепция *DFN* и ее применение при моделировании системы трещин в резервуаре и возможные источники информации о параметрах данной системы.

Перечислены основные проблемы добычи углеводородов на месторождениях с трещиноватостью. Рассмотрено применение модели *single porosity* для описания заводнения при наличии протяженных слабосвязанных друг с другом трещин.

В разделе 1.3 описана используемая математическая модель скважин, в том числе численная, включая случай анизотропного пласта. Даны определе-

ния основных понятий, связанных со скважинами: дебита, приемистости, добычи, закачки, накопленных величин и обводненности.

Во **Второй главе** рассмотрены некоторые вопросы, связанные с трещиноватостью в межскважинном пространстве. Коротко описана разностная схема, проведены расчеты модельных задач. В разделе 2.1 рассмотрены примеры трещиноватых зон, типичные для обработки результатов электроразведки, позволяющей в той или иной степени определить их положение и основные параметры. Проведено моделирование вытеснения нефти водой, конфигурация трещин задавалась аналогичной результатам реальных измерений. В разделе 2.2 при помощи численного моделирования продемонстрирована важность трассерных исследований для выявления особенностей среды в межскважинном пространстве. В разделе 2.3 представлены выводы по результатам расчетов, свидетельствующие о значительном влиянии трещиноватости на добычу флюидов. Указанные экспериментальные исследования позволяют уточнить пространственное распределение трещиноватости и повысить достоверность прогнозирования результатов технологических мероприятий.

Третья глава посвящена построению модели эквивалентной среды, принадлежащей к классу *single porosity*, которая позволила учесть трещины, в том числе в многофазном случае. В разделе 3.1 приведен алгоритм²¹, используемый в работе для построения эффективного тензора абсолютной проницаемости в ячейках со сложной внутренней структурой. Коэффициенты тензора определяются из равенства непрерывной и разностной энергий на линейной оболочке системы базисных функций, имеющих те же особенности, что и точное решение. В разделе 3.2 обсуждаются особенности многофазного случая. На простом примере продемонстрирована недостаточность рассмотрения только абсолютной проницаемости при укрупнении сетки. Стандартным подходом является построение эффективных относительных фазовых проницаемостей, поскольку именно их величина, умноженная на значение абсолютной проницаемости, определяет скорость переноса. Поскольку при вытеснении суммарная насыщен-

²¹ М. Ю. Заславский. Об алгоритме осреднения для решения эллиптических задач с разрывными коэффициентами // ДАН, Т. 419, № 2, С. 197–200, 2007.

ность s одной из фаз монотонно возрастает со временем t , существует взаимнооднозначное соответствие между s и t , что позволяет ограничиться только s в качестве аргумента эффективной функции.

При помощи метода динамических псевдофункций²², основанного на равенстве потоков, построены кривые эффективных относительных фазовых проницаемостей, использование которых позволило получить совпадение показателей добычи в расчетах исходной и укрупненной модели. Дан краткий обзор методов построения эффективных функций и критериев их выбора.

В разделе 3.3 исследовано понятие *representative elementary volume (REV)*. Подтверждено, что *REV* должен включать значительное число особенностей среды, как для случайного, так и для детерминированного случая. Проведено исследование *REV* для двухфазной системы и показано, что для оценки размеров *REV* достаточно рассмотрения однофазного случая.

Раздел 3.4 посвящен исследованию функций относительных фазовых проницаемостей для трещиноватых сред. Проведен анализ связи между тензорами фазовой k_{ij}^α и абсолютной k_{ij} проницаемостей. В результате выбрано наиболее общее соотношение²³, которое, в отличие от используемых в ряде работ²⁴, учитывает все возможные свойства симметрии и имеет вид

$$k_{ij}^\alpha = f_{ijkl}^\alpha k_{kl},$$

где $f_{ijkl}^\alpha = f_{ijkl}^\alpha(s)$ — компоненты тензора относительной фазовой проницаемости четвертого ранга, симметричного по первой и второй паре индексов и их перестановке.

Кратко перечислены выражения²³ для компонентов тензора фазовой проницаемости в предположении об одинаковой симметрии тензоров f_{ijkl}^α и k_{kl} .

²² K. H. Coats, R. L. Nielsen, M. H. Terhune, A. G. Weber. Simulation of three-dimensional two-phase flow in oil and gas reservoirs // SPE J., V. 7, N. 12, P. 377–388, 1967.

²³ Н. М. Дмитриев, В. М. Максимов. Определяющие уравнения двухфазной фильтрации в анизотропных пористых средах // Изв. РАН, МЖГ, № 2, С. 87–94, 1998.

²⁴ G. E. Pickup, D. Carruthers. Effective Flow Parameters for 3D Reservoir Simulation // paper SPE 35495, 1996.
N. Saad, A. S. Cullick, M. M. Honarpour. Effective Relative Permeability in Scale-Up and Simulation // paper SPE 29592, 1995.

Р. Д. Каневская, М. И. Швиллер. Особенности фильтрации несмешивающихся жидкостей в пористых средах с анизотропными фазовыми проницаемостями // Изв. РАН, МЖГ, № 5, С. 91–100, 1992.

Изотропные свойства задает тензор вида

$$k_{ij}^{\alpha} = f^{\alpha} k \delta_{ij},$$

здесь $f^{\alpha} = f^{\alpha}(s)$ — скалярная функция от насыщенности.

Тензор, задающий свойства ортотропной среды, имеет вид

$$k_{ij}^{\alpha} = f_1^{\alpha} k_1 a_i a_j + f_2^{\alpha} k_2 c_i c_j + f_3^{\alpha} k_3 b_i b_j,$$

где a_i , c_i , b_i — компоненты ортов кристаллофизической системы координат,

$$f_1^{\alpha} = f_1^{\alpha}(s), f_2^{\alpha} = f_2^{\alpha}(s) \text{ и } f_3^{\alpha} = f_3^{\alpha}(s).$$

Тензор фазовых проницаемостей для среды с моноклинной симметрией свойств

$$k_{ij}^{\alpha} = f_1^{\alpha} k_{11} a_i a_j + f_2^{\alpha} k_{22} c_i c_j + f_3^{\alpha} k_{33} b_i b_j + f_4^{\alpha} k_{13} (a_i b_j + b_i a_j),$$

где $f_i^{\alpha} = f_i^{\alpha}(s)$, как и в предыдущем случае, являются скалярными функциями от насыщенностей.

Далее рассмотрены образцы трещиноватой среды, структура которых характерна для хрупкого разрушения. Выбранные фрагменты являются *REV*.

Получены примеры функций относительных фазовых проницаемостей для двумерных образцов трещиноватых сред, обладающих ортотропной и моноклинной симметриями фильтрационных свойств (рис. 3).

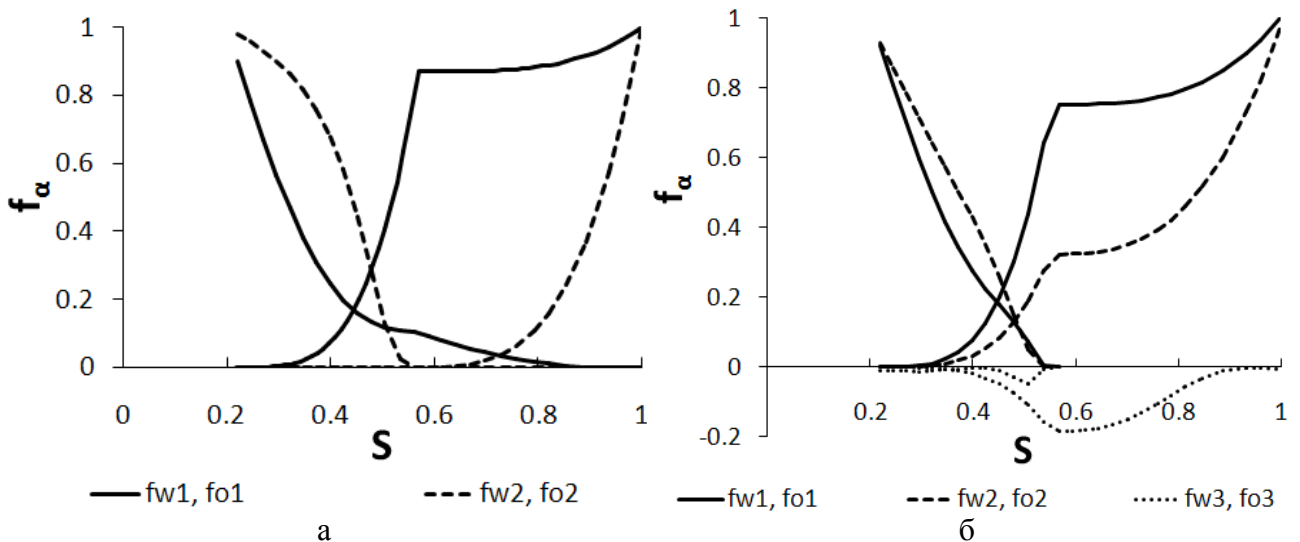


Рис. 3. Функции относительных фазовых проницаемостей для ортотропной (а) и моноклинной (б) симметрий трещиноватой среды.

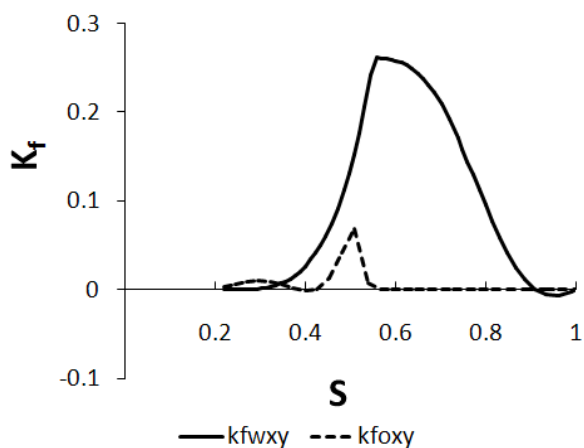


Рис. 4. Недиагональные компоненты тензоров фазовых проницаемостей в главных осях тензора абсолютной проницаемости для моноклинной симметрии.

Показано влияние свойства связности на найденные функции, а также исследована зависимость положения главных осей тензора фазовой проницаемости от насыщенности (рис. 4).

Далее представлен многомасштабный многосеточный алгоритм решения задач двухфазной фильтрации, учитывающий разномасштабность трещиноватой среды: характерный пространственный масштаб изменения насыщенности существенно меньше масштаба изменения давления, притом что распределение давления устанавливается мгновенно, а затем медленно по сравнению с насыщенностью эволюционирует по времени. Предложенный алгоритм класса высокого разрешения (*high-resolution*) позволил достичь кратного сокращения времени расчета, при этом правильно описать особенности точного решения. С его помощью получены эффективные функции относительных фазовых проницаемостей для среды с произвольной конфигурацией трещин. Анизотропия относительных фазовых проницаемостей показана следствием анизотропии абсолютной проницаемости (рис. 5).

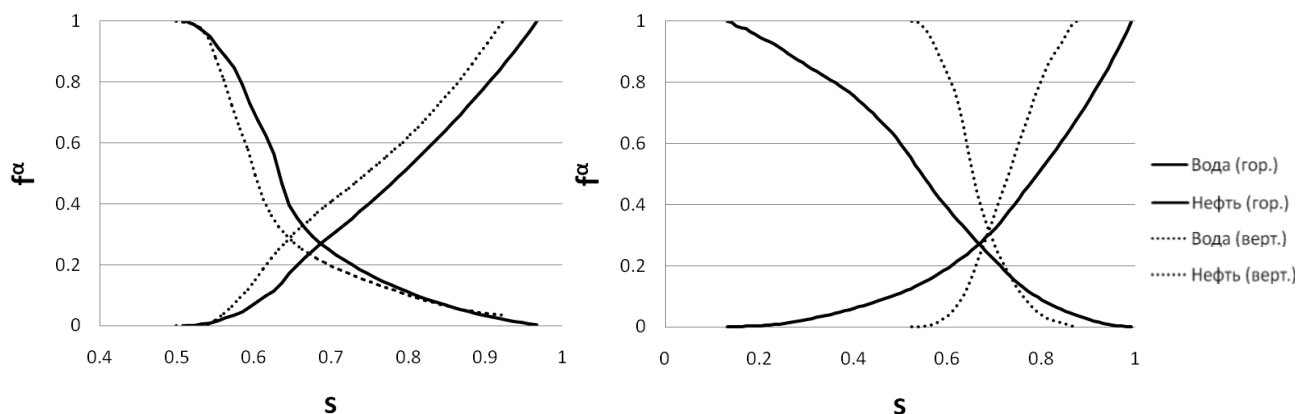


Рис. 5. Эффективные относительные фазовые проницаемости:
 а — почти изотропная случайная среда ($K_{гор} = 0.43$ и $K_{верт} = 0.42$);
 б — сильно анизотропная трещиноватая среда ($K_{гор} = 27.5$ и $K_{верт} = 2.9$).

Показано, что полученные в разделе результаты качественно согласуются с экспериментами. В отличие от предложенных ранее²⁵, построенные для трещиноватых сред кривые обладают ярко выраженной анизотропией, что было учтено в последней **Четвертой главе**, где рассмотрено применение разработанных методов для моделирования реальных месторождений.

В разделе 4.1 обсуждены некоторые типичные проблемные ситуации, возникающие при численном решении уравнений многофазной многокомпонентной фильтрации с использованием неявной аппроксимации по времени. Описаны подходы, позволяющие в ряде случаев улучшить сходимость нелинейных итераций. Раздел 4.2 посвящен вопросу моделирования скважин, связанных с трещинами. Приведен краткий анализ существующих подходов, описан используемый алгоритм моделирования трещин конечной проводимости, приведен численный пример, демонстрирующий качественное совпадение результатов по сравнению с решением на подробной сетке. В разделе 4.3 проведена верификация используемой разностной схемы на задаче, входящей в систему тестов *Society of Petroleum Engineers*.

В разделе 4.4 изложены результаты расчетов моделей реальных месторождений, проведенные с использованием разработанной в главе 3 модели *single porosity*, учитывающей анизотропию относительных фазовых проницаемостей.

В первом примере рассмотрена модель одного из месторождений Китая с наличием небольшого числа протяженных трещин. В расчете с учетом трещин наблюдается заметный рост добычи (рис. 6) как нефти, так и воды, что характерно для месторождений такого типа.

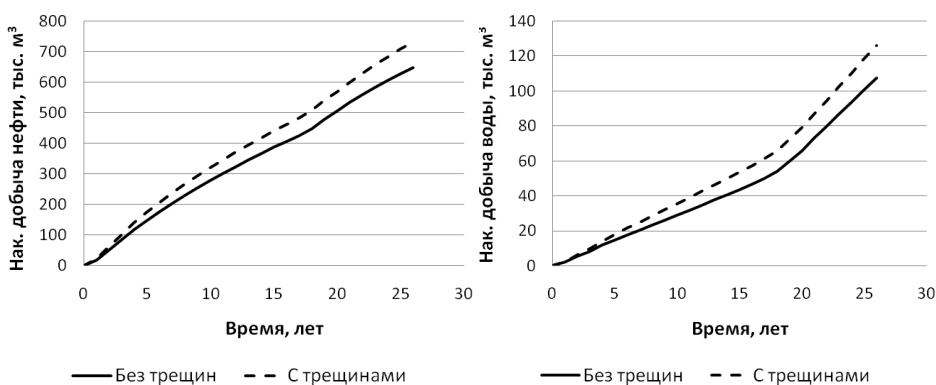


Рис. 6. Сравнение накопленных показателей по двум вариантам расчета модели «Китай».

²⁵ P. van Lingen, J.-M. Daniel, L. Cosentino, M. Sengul. Single Medium Simulation of Reservoirs with Conductive Faults and Fractures // paper SPE 68165, 2001.

Второй пример описывает расчеты различных вариантов модели одного из крупных месторождений Западной Сибири, дополнительно рассмотрены как связанная, так и несвязная системы трещин (рис. 7), соответствующие вариантам 1 и 2 на графиках ниже. Задаваемое в обоих вариантах преимущественное направление трещин в среднем совпадает с направлением крупных разломов, обнаруженных при помощи сейсмических исследований. Фактические данные по добыче характеризуются как быстрым заводнением добывающих скважин, так и неоднородностью продвижения воды, что свидетельствует о наличии трещиноватости.

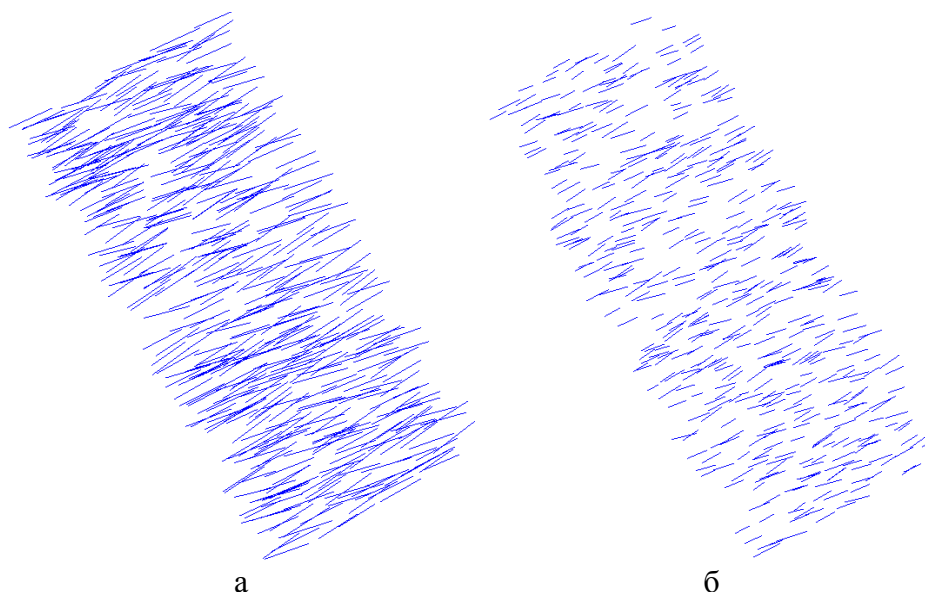


Рис. 7. Варианты систем трещин: связанная (а) и несвязная (б).

Разработанные методы позволили описать связанный с трещиноватостью быстрый прорыв воды к добывающим скважинам (рис. 8 и 9), а также сложную форму фронта заводнения и образование застойных зон нефти (рис. 10).

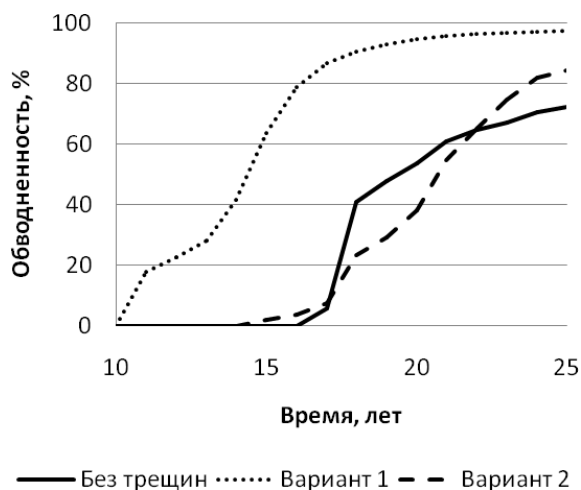


Рис. 8. Динамика обводненности по одной из скважин.

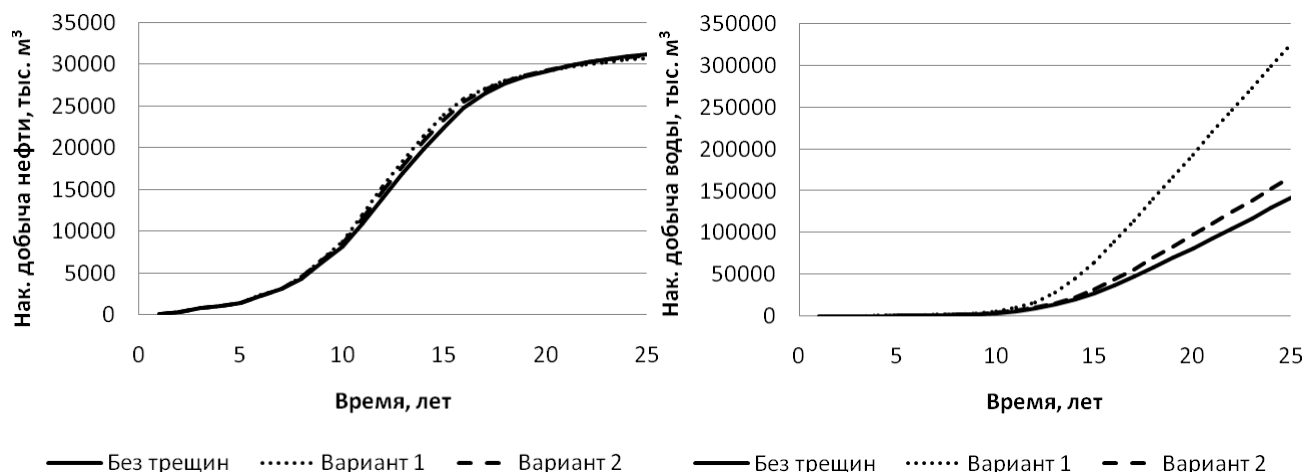


Рис. 9. Накопленные добычи нефти и воды по месторождению в целом.

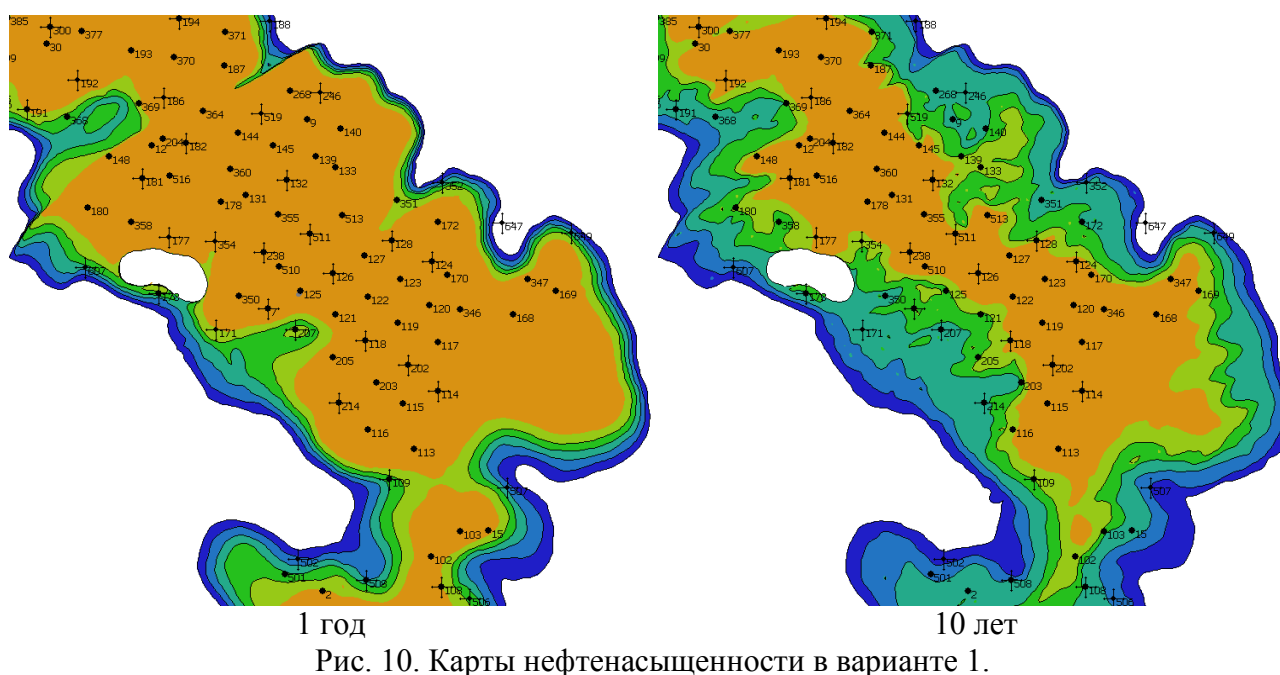


Рис. 10. Карты нефтенасыщенности в варианте 1.

Полученные в разделе численные результаты отражают реальную картину фильтрационных течений при наличии трещин, подтверждаемую фактическими показателями добычи и закачки.

В **Заключении** изложены основные выводы и результаты.

Список работ автора по теме диссертации

1. А. Х. Пергамент, В. А. Семилетов, П. Ю. Тomin. О некоторых многомасштабных алгоритмах секторного моделирования в задачах многофазной фильтрации // Математическое моделирование, Т. 22, № 11, С. 3–17, 2010.
2. А. Х. Пергамент, П. Ю. Тomin. Об исследовании функций относительных фазовых проницаемостей для анизотропных сред // Математическое моделирование, Т. 23, № 5, С. 3–15, 2011.

3. А. Х. Пергамент, В. А. Семилетов, П. Ю. Томин. Ремасштабирование в задачах фильтрации с анизотропными коэффициентами // Вестник ЦКР Роснедра, №4, С. 23–30, 2010.
4. A. Kh. Pergament, V. A. Semiletov, P. Yu. Tomin. The Multiscale Asynchronous Algorithms Based on the Superelement Method for Multiphase Flow // Proceedings of XI European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, A35, Bergen, Norway, September 2008.
5. A. Kh. Pergament, V. A. Semiletov, P. Yu. Tomin. Mathematical Modeling of Multiphase Flow in Fractured Media // Proceedings of XI European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, P12, Bergen, Norway, September 2008.
6. A. Kh. Pergament, V. A. Semiletov, P. Yu. Tomin. Multiscale Method for Numerical Simulation of Multiphase Flows in Giant Production Fields // Proceedings of XII European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, P015, Oxford, England, September 2010.
7. П. Ю. Томин. Многомасштабные алгоритмы на основе метода конечных суперэлементов в задачах двухфазной фильтрации // Препринт ИПМ им. Келдыша, № 45, Москва, 2007.
8. Н. А. Марченко, А. Х. Пергамент, С. Б. Попов, В. А. Семилетов, П. Ю. Томин. Иерархия явно-неявных разностных схем для решения задач многофазной фильтрации // Препринт ИПМ им. Келдыша, № 97, Москва, 2008.
9. Д. Ю. Максимов, Н. А. Марченко, В. А. Семилетов, П. Ю. Томин. Некоторые методы улучшения сходимости нелинейных итераций в численном моделировании процессов многофазной фильтрации // Препринт ИПМ им. Келдыша, № 44, Москва, 2010.
10. М. Ю. Заславский, П. Ю. Томин. О моделировании процессов многофазной фильтрации в трещиноватых средах в применении к задачам адаптации модели месторождения // Препринт ИПМ им. Келдыша, № 45, Москва, 2010.
11. П. Ю. Томин. О применении трассеров для выявления особенностей среды в межскважинном пространстве // Препринт ИПМ им. Келдыша, № 86, Москва, 2010.

12. П. Ю. Томин. О понятии Representative elementary volume // Препринт ИПМ им. Келдыша, Препринт ИПМ им. Келдыша, № 13, Москва, 2011.
13. П. Ю. Томин. Применение многомасштабных алгоритмов для решения задач многофазной фильтрации в анизотропных средах // Препринт ИПМ им. Келдыша, Препринт ИПМ им. Келдыша, № 14, Москва, 2011.
14. П. Ю. Томин. Исследование задач фильтрации в трещиноватых средах // XVII Всероссийская конференция «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов и решение задач математической физики с приложением к многопроцессорным системам», посвященная памяти К. И. Бабенко, Абрау-Дюрсо, Новороссийск, сентябрь 2008.
15. А. Х. Пергамент, П. Ю. Томин. Математическое моделирование фильтрации в трещиноватых средах // Международная конференция «Современные проблемы газовой и волновой динамики» памяти академика Х. А. Рахматулина, Москва, апрель 2009.
16. А. Х. Пергамент, В. А. Семилетов, П. Ю. Томин. Многомасштабный метод численного моделирования многофазной фильтрации для гигантских нефтегазовых месторождений // Научная конференция «Ломоносовские чтения», Москва, апрель 2010.
17. А. Х. Пергамент, А. Р. Ахметсафина, И. Р. Миннихметов, П. Ю. Томин. О некоторых задачах фильтрации в карбонатных коллекторах // Российская конференция «Многофазные системы: природа, человек, общество, технологии», Уфа, июнь 2010.
18. Д. Ю. Максимов, В. А. Семилетов, П. Ю. Томин. Проблема ремасштабирования в трехмерных задачах многофазной фильтрации // XVIII Всероссийская конференция «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов и решение задач математической физики с приложением к многопроцессорным системам», посвященная памяти К. И. Бабенко, Абрау-Дюрсо, Новороссийск, сентябрь 2010.