

На правах рукописи
УДК 53.082.73

Мясников Даниил Владимирович

**Модель резонансного взаимодействия
радиочастотного поля с пьезоэлектрическими
кристаллами при воздействии лазерного излучения**

Специальность 01.04.21 – лазерная физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Фрязино – 2011

Работа выполнена на кафедре фотоники (базовая организация ООО НТО «ИРЭ-Полус») факультета физической и квантовой электроники Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)»

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук,
доцент Рябушкин Олег Алексеевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Карабутов Александр Алексеевич
доктор физико-математических наук
Астапенко Валерий Александрович

Ведущая организация: Национальный исследовательский ядерный
университет «МИФИ»

Защита состоится 21 декабря 2011 г. в 15⁰⁰ на заседании диссертационного совета Д 212.156.01 при Московском физико-техническом институте по адресу: 141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского физико-технического института.

Автореферат разослан «__» ноября 2011 г.

Учёный секретарь

Диссертационного совета Д 212.156.01

кандидат физико-математических наук

Батурин А.С.

Общая характеристика работы

Актуальность темы

В течение 50 лет, прошедших с момента появления первого лазера, наблюдается устойчивый рост средних и пиковых мощностей лазерного излучения. Эта тенденция обуславливает всё возрастающее значение тепловых эффектов в лазерных средах. Высокие тепловые нагрузки в активных элементах твердотельных лазеров требуют тщательной оптимизации параметров резонатора и активного элемента и знания его реальной температуры в рабочем режиме. С другой стороны, для нелинейного преобразования частоты лазерного излучения необходимы высококачественные нелинейно-оптические кристаллы. Несмотря на то, что такие кристаллы используются в области их прозрачности, и их разогрев излучением, как правило, существенно меньше, чем для лазерных кристаллов, они также подвержены оптическому разрушению высокими пиковыми мощностями излучения ($1\text{ГВт}/\text{см}^2$ и более). Таким образом, проблема измерения разогрева кристаллов излучением и контроля состояния кристаллов в лазерной физике приобретает всё большую актуальность.

В настоящей работе рассматривается взаимодействие лазерного излучения с пьезоэлектрическими кристаллами. Такое взаимодействие предлагается исследовать с помощью методов резонансной ультразвуковой спектроскопии, возбуждая собственные акустические колебания кристалла с помощью радиочастотного (РЧ) поля и измеряя отклик образца в зависимости от частоты возбуждающего поля и параметров излучения.

С помощью пьезоэлектрического резонанса оказывается возможным прецизионно измерять мощность излучения, поглощённого кристаллом, его внутреннюю температуру и малые коэффициенты поглощения [1-3], что открывает возможности измерения оптического поглощения кристалла и контроля его состояния в процессе взаимодействия с мощным лазерным излучением.

Цели и задачи диссертационной работы

Целью данной работы является разработка моделей, позволяющих аналитически и численно определять резонансные частоты собственных пьезоэлектрических мод колебаний кристаллов, их поведение при однородном разогреве, а также при воздействии лазерным излучением. Эти модели должны быть максимально приближены к экспериментальным условиям для сопоставления данных расчётов и экспериментов. Были поставлены следующие задачи:

1. разработать метод расчёта собственных пьезоэлектрических мод кристаллического образца (пространственных распределений компонент механического смещения, электрического потенциала и резонансных

- частот) в условиях стационарного и однородного распределения температуры;
2. рассчитать спектры собственных пьезоэлектрических мод используемых в экспериментах нелинейно-оптических кристаллов (SiO_2 , KDP, KTP, LBO, LN);
 3. разработать алгоритм расчёта сдвигов резонансных частот при однородном изменении температуры кристалла;
 4. разработать метод идентификации рассчитанных и измеренных пьезоэлектрических резонансных спектров нелинейно-оптических кристаллов заданной формы;
 5. построить стационарную и нестационарную модели разогрева нелинейно-оптического кристалла одномодовым лазерным излучением;
 6. разработать алгоритм расчёта сдвигов пьезоэлектрических резонансных частот в условиях неоднородного распределения температуры не только в кристалле, но и в пространстве вблизи него;
 7. разработать метод измерения коэффициентов оптического линейного и нелинейного поглощения кристаллов и коэффициента теплообмена на границе кристалл-воздух.

Научная новизна работы

1. Получена вариационная формулировка уравнений, описывающих колебательное движение образца нелинейно-оптического кристалла при различных граничных условиях с учётом пьезоэлектрической поправки.
2. Предложен новый алгоритм идентификации рассчитанных и измеренных пьезоэлектрических резонансных мод на основе анализа их температурных сдвигов. Алгоритм реализован экспериментально для кристалла кварца.
3. Разработан метод расчёта пьезоэлектрических резонансных мод для неоднородного распределения температуры внутри кристалла.
4. Теоретически обосновано введение понятия эквивалентной температуры кристалла, взаимодействующего с лазерным излучением, на основе пьезоэлектрического резонанса.
5. Предложен новый метод определения коэффициента теплообмена на границе кристалл-воздух в условиях взаимодействия с лазерным излучением, основанный на измерении зависимости частоты пьезоэлектрического резонанса от времени.

Практическая значимость работы

Практическая ценность проведённых исследований связана с задачей прецизионного измерения оптических характеристик лазерных и нелинейно-оптических материалов:

1. коэффициентов оптического поглощения кристаллов при нелинейном преобразовании лазерного излучения в кристалле в реальном времени.
2. коэффициентов теплообмена нелинейно-оптических кристаллов с окружающим воздухом, также в условиях нелинейного преобразования лазерного излучения.

Все аналитические и численные результаты работы подтверждены результатами экспериментов, совместно проведённых с моими коллегами.

Положения, выносимые на защиту

1. Внутренняя температура кристаллов, взаимодействующих с мощным лазерным излучением, и поглощённая мощность излучения однозначно связаны с частотой пьезоэлектрического резонанса кристалла.
2. Идентификация экспериментально измеряемых и рассчитываемых собственных пьезоэлектрических мод кристаллического образца может производиться по анализу температурных сдвигов пьезоэлектрических резонансов при однородном разогреве. Данный алгоритм идентификации имеет наибольшую достоверность для кристаллов, в которых изменения различных компонент тензора упругих констант с температурой отличаются между собой по величине и по знаку.
3. Эквивалентная температура неоднородно разогретого кристалла, определяемая по частоте пьезоэлектрического резонанса, представляет собой усреднённую термодинамическую температуру. При фиксированных условиях теплообмена кристалла эта величина однозначно связана с поглощённой кристаллом оптической мощностью.
4. Коэффициенты линейного и нелинейного оптического поглощения кристалла и коэффициент теплообмена на границе кристалла определяются по измерению временной зависимости эквивалентной температуры кристалла при его разогреве лазерным излучением.

Апробация результатов работы

По теме диссертации опубликовано 6 статей в рецензируемых отечественных и международных журналах, 8 статей в трудах международных конференций, 8 тезисов докладов на международных конференциях, 6 статей в трудах конференций МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук».

Общее количество докладов — 26. Из них 20 докладов представлено на 11 международных конференциях, 6 докладов на 4-х конференциях МФТИ. Общее количество публикаций 28. Список публикаций приведён в конце автореферата.

Личный вклад автора

Все оригинальные результаты диссертационной работы получены автором лично либо при его непосредственном участии. Автором осуществлялось построение теоретических моделей, проведение расчётов в аналитической и численной форме, написание алгоритмов и программ по автоматизации экспериментов, обсуждение, анализ и интерпретация результатов.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Каждая глава имеет выводы, в которых сформулированы основные результаты по данной главе. Объём диссертации составляет 126 страниц, в том числе 44 рисунка и 3 таблицы. В конце диссертации приведён библиографический список из 140 наименований.

Содержание диссертации

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертации, формулируются цели и задачи, отмечается научная новизна и практическая значимость полученных в работе результатов, приводятся основные положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** диссертации приведён обзор существующих экспериментальных и теоретических работ в области нелинейной оптики, измерения температуры стёкол и кристаллов при воздействии на них лазерного излучения и исследования свойств твёрдых тел методами резонансной ультразвуковой спектроскопии. Приводятся основные схемы измерений, даётся обзор теоретических моделей исследуемых явлений.

Вторая глава диссертации посвящена описанию экспериментальной установки для измерения адмитанса кристаллов и получения спектров собственных пьезоэлектрических мод (рис. 1). Исследуемый кристалл помещается в плоский конденсатор, в котором происходит возбуждение собственных мод кристалла радиочастотным полем. Гармонический сигнал с радиочастотного генератора подаётся на конденсатор с кристаллом с последовательно включённым сопротивлением. Сигнал с этого сопротивления подаётся на один из входов синхронного детектора. На второй вход подаётся опорный сигнал с генератора. Синхронный детектор производит выделение амплитуды A и фазы φ сигнала отклика на опорной частоте. Это позволяет на несколько порядков повысить чувствительность измерений. В нашей установке используется перестраиваемый генератор Stanford Research Systems DS345, синхронный детектор Stanford Research Systems SR844 и термометр Stanford Research Systems PTC10. Эти три прибора

подключаются к компьютеру по протоколу RS-232, осуществляется автоматизация эксперимента.

Необходимо закрепить кристалл таким образом, чтобы его механический контакт с креплением был минимальным для уменьшения неконтролируемых влияний окружения кристалла на частоты собственных колебаний и увеличения добротности электромеханического резонатора. В прецизионных экспериментах с лазерным излучением применена оригинальная конструкция конденсатора, исключающая неконтролируемый разогрев кристалла рассеянным излучением. На рис. 2 приведены спектры (модуля адмитанса и фазы), измеренные в диапазоне 0.6 – 1.8 МГц для кристалла LBO, размеры которого составляют $23 \times 3 \times 3 \text{ мм}^3$, кристаллографические оси ориентированы по осям координат (ось c по оси z).

Третья глава посвящена выводу основных уравнений и численному

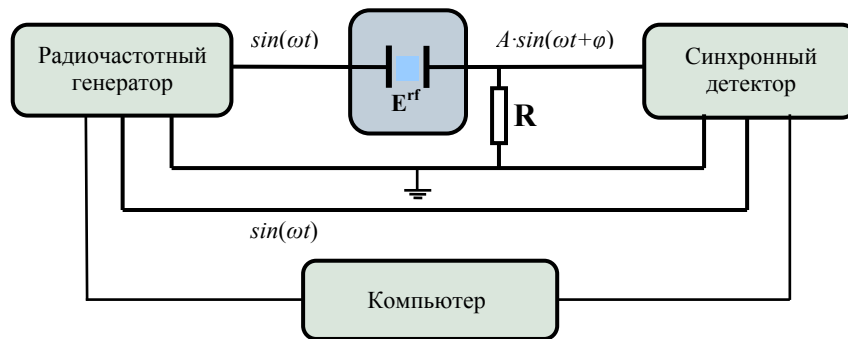


Рис. 1. Блок-схема установки по измерению импеданса (адмиттанса)

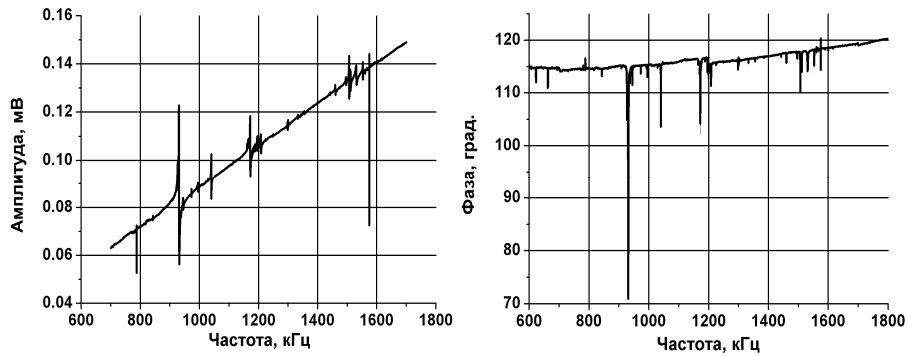


Рис. 2. Измеренные резонансные спектры кристалла LBO.

расчёту собственных пьезоэлектрических мод объёмных резонаторов. Проблема расчёта собственных мод объёмных резонаторов имеет довольно давнюю историю. Ещё с 50-х годов предпринимались попытки решить задачу аналитически [4]. Однако было установлено, что в общем случае это невозможно, и необходимо разрабатывать численные методы [5]. Модели акусто-резонансной спектроскопии стали развиваться активно только с широким внедрением вычислительных средств. В данной работе за основу принят вариационный подход [6], когда все уравнения движения и граничные условия, определяющие отклик системы на внешнее воздействие, объединяются в один функционал действия, а истинное поведение системы определяется стационарной точкой этого функционала. Пусть пьезоэлектрическая среда ограничена некоторым объёмом Ω с границей Γ . Для задачи расчёта движения среды (кристаллического образца) необходимо задать механические и электрические граничные условия. Соответственно границу области можно представить как объединение двух границ. В общем виде как механические, так и электрические граничные условия могут быть первого и второго рода. Механические граничные условия

$$\begin{aligned} u_i(\mathbf{r}) &= \bar{u}_i, \mathbf{r} \in \Gamma_u \\ T_{ij}(\mathbf{r})n_j &= \bar{f}_i, \mathbf{r} \in \Gamma_f, \quad \Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_f \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь и далее $\mathbf{r} = (x, y, z)$ — радиус-вектор точки в пространстве, u_i — компоненты вектора механического смещения, T_{ij} — тензор механического напряжения, \bar{f}_i — поверхностная сила, n_i — вектор внешней нормали.

Электрические граничные условия

$$\begin{aligned} -D_i(\mathbf{r})n_i &= \bar{D}, \mathbf{r} \in \Gamma_\sigma, \\ \varphi(\mathbf{r}) &= \bar{\varphi}, \mathbf{r} \in \Gamma_\varphi, \quad \Gamma = \Gamma_\sigma \cup \Gamma_\varphi. \end{aligned} \quad (2)$$

Электрические граничные условия первого типа предполагают задание поверхностных зарядов плотности \bar{D} , второго типа — задание потенциала на границе. Здесь и далее φ — электрический потенциал, D_i — компоненты вектора электрического смещения. Получен следующий вид функционала действия:

$$\begin{aligned} I = \int_{t_0}^t \left[\iiint_{\Omega} \left(\frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} c_{ijkl} S_{ij} S_{kl} + \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} E_i E_j + e_{ijk} S_{ij} E_k \right) d\Omega \right] dt + \\ + \int_{t_0}^t \left[\iint_{\Gamma_f} \bar{F}_i u_i dA - \iint_{\Gamma_D} \bar{D} \varphi dA + \iint_{\Gamma_u} T_{ij} n_j (u_i - \bar{u}_i) dA - \iint_{\Gamma_\varphi} D_i n_i (\varphi - \bar{\varphi}) dA \right] dt \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $E_i = -\partial\varphi/\partial x_i$ — компоненты вектора напряженности электрического поля, $S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$ — компоненты тензора деформации, c_{ijkl} — компоненты тензора упругих постоянных, e_{ijk} — компоненты тензора пьезоэлектрических модулей, ε_{ij} — компоненты тензора диэлектрической восприимчивости, ρ — плотность образца, $d\Omega$ — элемент объёма, dA — элемент поверхности (границы).

Для случая естественных граничных условий приводится вывод уравнений для собственных мод системы. Показывается, что временная зависимость всех неизвестных функций (механического смещения и электрического потенциала) является гармонической и характеризуется некоторой частотой $f^{(r)}$, являющейся собственной частотой системы. Пространственное распределение функций также может быть найдено из вариационного уравнения. Следует отметить, что данный подход является обобщением подхода, принятого в литературе, когда уравнения для собственных мод выводятся непосредственно из вариации лагранжиана без учёта временной зависимости. Аналитически определить формы мод не представляется возможным; для их численного нахождения применяется метод Рэлея-Ритца, когда пространственное распределение моды представляется в виде линейной комбинации конечного числа N_b базисных функций $\{\psi_i\}, i=1..N_b$

$$u_i = C_{ij}\psi_j, \varphi_i = C_{\varphi j}\psi_j, \quad j=1..N_b, \quad (4)$$

а вариационное уравнение сводится к нахождению стационарной точки функции от коэффициентов разложения по базисным функциям. Здесь и далее подразумевается суммирование по повторяющимся индексам, т.е. в (4) суммирование производится по j . Показывается, что стационарная точка этой функции представляет собой задачу линейной алгебры на собственные значения вида

$$\begin{cases} (\Gamma^{ik} + \Pi^i D^{-1} \Pi^{Tk}) C_k = (\omega^{(r)})^2 N^{ik} C_k, \\ C_{\varphi} = D^{-1} \Pi^{Ti} C_i \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{mn}^{ik} &= \iiint c_{ijkl} \psi_{m,j} \psi_{n,i} d\Omega, & \Pi_{mn}^j &= \iiint e_{ijk} \psi_{m,i} \psi_{n,k} d\Omega, \\ D_{mn} &= \iiint \varepsilon_{ij} \psi_{m,i} \psi_{n,j} d\Omega, & N_{mn}^{ik} &= \delta^{ik} \iiint \rho \psi_m \psi_n d\Omega. \end{aligned} \quad (6)$$

Собственным значением является квадрат частоты моды, $\omega^{(rf)} = 2\pi f^{(rf)}$, а собственным вектором является столбец коэффициентов разложения по базисным функциям, δ — символ Кронекера. Для образцов в форме прямоугольных параллелепипедов базисные функции выбираются в виде

$$\psi_m(x, y, z) = \sqrt{\frac{(2m_x + 1)(2m_y + 1)(2m_z + 1)}{L_x L_y L_z}} P_{m_x} \left(\frac{2x}{L_x} \right) P_{m_y} \left(\frac{2y}{L_y} \right) P_{m_z} \left(\frac{2z}{L_z} \right), \quad (7)$$

где L_x, L_y, L_z — размеры образца, $P_n(x)$ — полином Лежандра порядка $n \geq 0$. Такой выбор функций обусловлен тем, что в силу свойств полиномов матрица правой части системы в (5) в этом случае получается единичной.

Численный расчёт резонансных мод осуществлён с использованием пакетов Scilab 5.2.2 и Matlab 6.5. Метод вычисления собственных значений и векторов матриц, реализованный в указанных пакетах, позволяет находить несколько собственных значений (не все), причём можно регулировать диапазон поиска (по возрастанию либо убыванию абсолютной величины собственных чисел). Он также позволяет решать обобщённые задачи на собственные значения, однако при этом время их счёта значительно возрастает. Поэтому выбор базисных функций в виде (7) является выигрышным.

На рис. 3 приводятся результаты расчёта низших собственных мод для кубического образца кристалла кварца с ребром 1 см, на примере которого можно проследить формы мод. Рассчитаны также формы мод всех использованных в экспериментах образцов кристаллов. Данные, представленные выше, рассчитаны для максимального порядка базисных функций $N = 12$. Очевидно, что по мере увеличения N точность расчёта возрастает, однако увеличивается и его время, а также необходимая машинная память. Поэтому важно оценить, сколько базисных функций необходимо взять для достижения определённой точности. Расчёты показывают, что отличие менее 0.1% для рассматриваемых мод достигается при $N = 10$. Кроме того, рассчитанные значения частот мод низших порядков в целом быстрее сходятся к их асимптотическим значениям. Это представляется естественным, поскольку моды более высоких порядков имеют больше узлов и пучностей, для моделирования которых необходимо брать базисные функции более высокого порядка. Диапазон рассчитываемых собственных частот сверху ограничивается частотами ~ 10 МГц для образцов с линейными размерами в несколько мм, поскольку, как это подтверждено экспериментально, моды высоких порядков имеют малые добротности, а моды с частотами > 10 МГц экспериментально не наблюдаются.

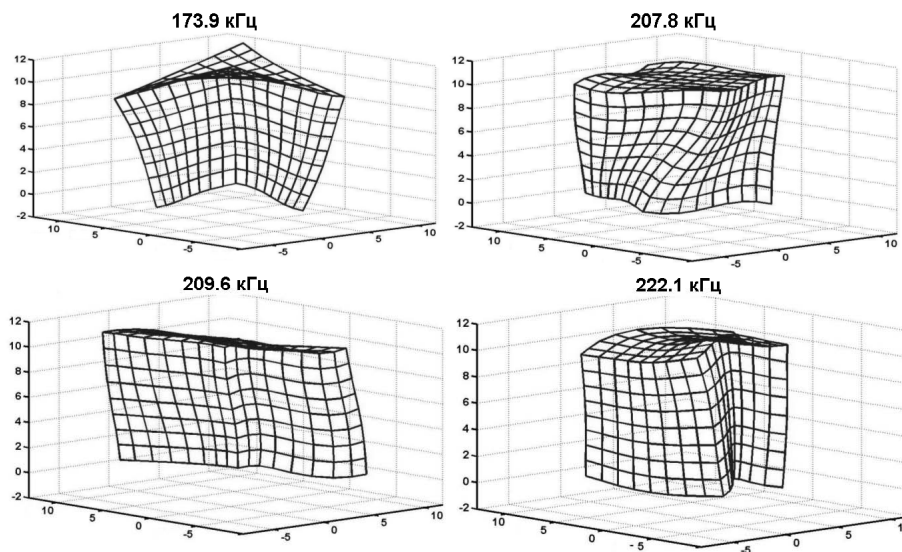


Рис. 3. Пространственные распределения механического смещения в низших пьезоэлектрических модах кубического кристалла кварца с ребром 1 см.

Значения резонансных частот $f^{(r)}$ подписаны сверху.

Четвёртая глава посвящена влиянию однородного разогрева на собственные пьезоэлектрические моды образцов. Вводится понятие пьезорезонансного термического коэффициента

$$K_n^{(prt)} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \omega_n^{(r)}}{\partial \theta}, \quad (8)$$

характеризующего изменение частоты данного (n -го) резонанса с температурой θ при однородном разогреве. Приведена схема экспериментальной установки для измерения $K^{(prt)}$. Приводится также метод расчёта этих коэффициентов по теории возмущений.

Получена следующая формула для расчёта данного коэффициента:

$$K_n^{(prt)} = \frac{C_{i,n}^p \left[\iiint_{\Omega} \frac{\partial c_{ijkl}}{\partial \theta} \frac{\partial \psi_p}{\partial x_j} \frac{\partial \psi_q}{\partial x_i} d\Omega \right] C_{k,n}^q}{4\pi\rho\omega_n^{(r)}} \quad (9)$$

На рис. 4 представлены измеренный и рассчитанный спектры собственных мод для кристалла кварца с размерами $3 \times 3 \times 30$ мм³. Видно, что в

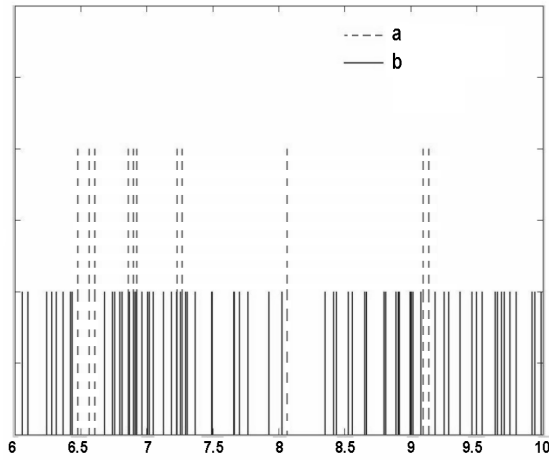


Рис. 4. Измеренный (а) и рассчитанный (б) спектры собственных мод для кристалла кварца.

измеренных и рассчитанных значений пьезорезонансных термических коэффициентов. В первом приближении производные упругих констант по температуре берутся из литературы. Для каждого резонанса можно рассчитать его температурный сдвиг. Измерив спектр резонансов для нескольких значений температуры, можно определить $K^{(prt)}$, а затем связать каждый экспериментальный резонанс с тем рассчитанным, который имеет наиболее близкий температурный сдвиг. Такой алгоритм представляется естественным, поскольку температурный сдвиг той или иной моды напрямую связан с её зависимостью от каждой упругой константы, а значит, и с пространственной конфигурацией смещения, т.е. со структурой моды. В качестве меры отличия расчётного и экспериментального спектров принимается величина [7]

$$F = \sum_{i=1}^{N_e} w_i \left(f_i^{(rf\ t)} - f_i^{(rf\ e)} \right)^2, \quad (10)$$

где N_e - количество экспериментальных резонансов, $f_i^{(rf\ t)}$ - i -я расчётная частота, $f_i^{(rf\ e)}$ - i -я экспериментальная частота, w_i - i -й весовой коэффициент. В таблице 1 приведены результаты описанных процедур для некоторых измеренных резонансов кристалла кварца с размерами $3 \times 3 \times 30 \text{ мм}^3$, т.е. привязка экспериментальных и рассчитанных резонансов. В качестве весовых коэффициентов берутся измеренные амплитуды мод.

эксперименте возбуждается лишь малая часть собственных мод, и необходимо производить идентификацию экспериментально измеряемых и рассчитываемых резонансов. Кроме того, необходимо уточнять значения упругих констант для данного экспериментального образца.

Предлагается новый метод идентификации резонансных мод с использованием

В таблице экспериментальные амплитуды нормированы так, чтобы максимальная амплитуда равнялась 1. Как видно, в целом резонансы хорошо привязаны по сдвигам, привязка по самим величинам частот несколько хуже. Это может быть связано с несколькими причинами: с недостаточной точностью определения геометрии и размеров образца; с недостаточной точностью определения не только тензора упругих констант, но и их температурных зависимостей, представленных в открытой литературе.

Таблица 1.

$f_i^{(f^e)}$, кГц	амплитуды	$f_i^{(f^i)}$, кГц	Погрешность кГц	$K^{(prt)}$, Гц/К	
				Рассчитанные	Измеренные
647.8	0.4925	642.1	5.7	-32.5	-30.0
690.0	0.3758	706.8	16.8	-43.1	-43.3
914.0	1.0000	909.2	4.8	7.9	10.0
1032.2	0.4977	1047.9	15.7	-34.0	-33.3

Пятая глава посвящена исследованию взаимодействия лазерного излучения с кристаллами и их неоднородному разогреву методами резонансной ультразвуковой спектроскопии. Разрабатываются две модели неоднородного разогрева кристалла: на основе коэффициента теплообмена, в которой предполагается, что теплообмен в окружающем кристалл воздухе при разогреве кристалла излучением происходит за счёт теплопроводности, а на границе кристалл-воздух имеется скачок температуры. Вторая модель предполагается гидродинамическое рассмотрение окружающего кристалл воздуха и расчёт двумерных течений воздуха в условиях разогрева кристалла. Определяется область параметров, в которой гидродинамические эффекты, в частности, асимметрия температурного распределения по вертикали, имеют существенное значение. Показано, что в условиях проведённых экспериментов можно ограничиться первой моделью. На рис. 5 приведены результаты расчёта тепловой задачи в рамках модели коэффициента теплообмена для экспериментов с кристаллом KDP размерами $5.5 \times 6.7 \times 7$ мм³ при воздействии на него излучения непрерывного иттербиевого одномодового волоконного лазера мощностью до 30 Вт.

Можно показать, что наибольший вклад в изменение резонансной частоты при изменении температуры (как при однородном разогреве, так и при неоднородном) вносит изменение упругих констант. Метод расчёта сдвигов резонансных частот в условиях неоднородного распределения температуры внутри кристалла $\delta\theta(x, y, z)$ основан на представлении матрицы системы задачи на собственные значения (5) в виде

$$\Gamma_{pq}^{ik} = \Gamma_{pq}^{ik,0} + c_{ijkl}^1 \iiint_{\Omega} \delta\theta(\mathbf{r}) \frac{\partial \psi_p}{\partial x_j} \frac{\partial \psi_q}{\partial x_l} d\Omega \quad (11)$$

Для возможности численного расчёта необходимо трёхмерное распределение температуры факторизовать в произведение одномерных, в противном случае расчёт трёхмерных интегралов в (11) будет затруднён из-за большого их количества: для приемлемой точности расчёта необходимо брать максимальный порядок базисной функции $N \geq 16$, при этом можно показать, что количество базисных функций будет 1800, и количество интегралов в (11) превысит 3 миллиона.

Поскольку резонансные частоты сдвигаются как при однородном разогреве, так и при неоднородном, можно ввести понятие эквивалентной температуры кристалла на основе пьезоэлектрического резонанса

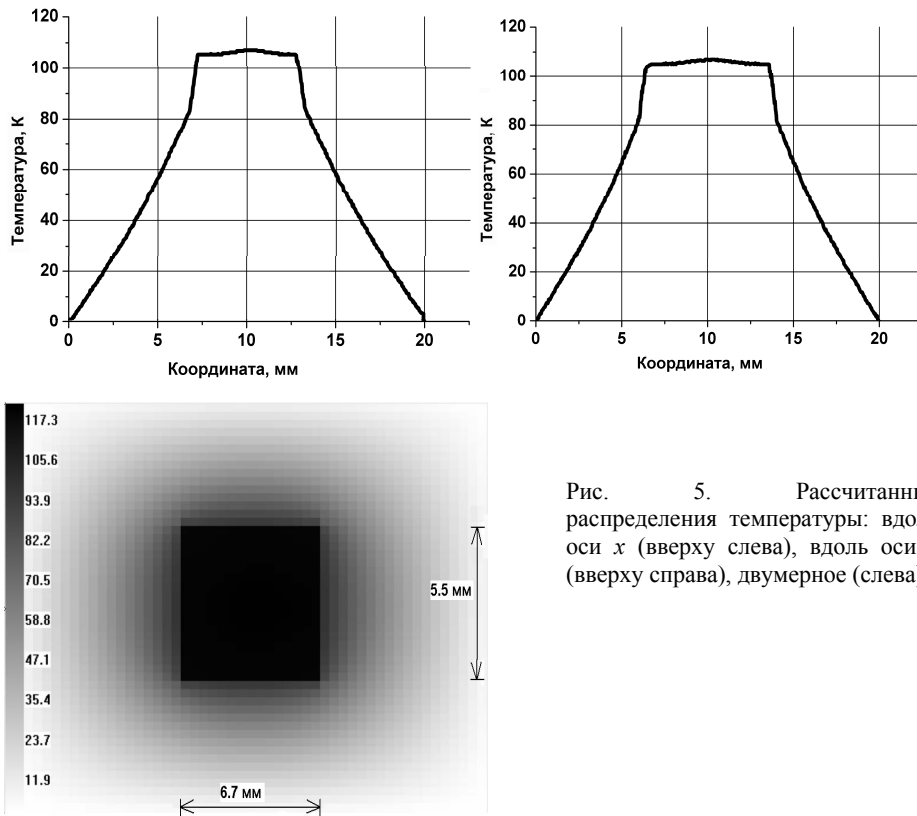


Рис. 5. Рассчитанные распределения температуры: вдоль оси x (вверху слева), вдоль оси y (вверху справа), двумерное (слева).

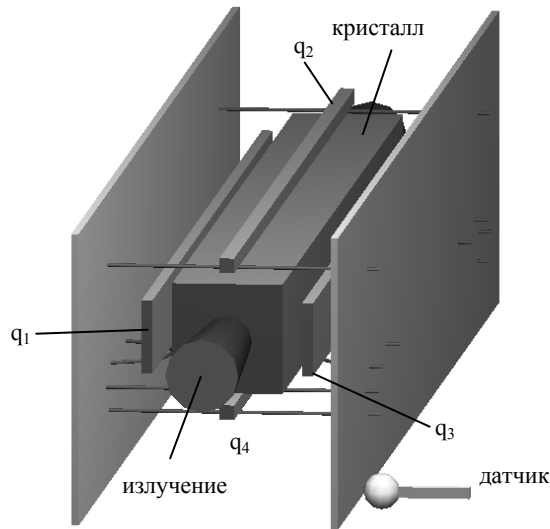


Рис. 6. Расположение кристалла, электродов и терморезонаторов.

$$\delta\theta^{eq}(P) = \frac{K_n^{(pro)}}{K_n^{(prt)}} P, \quad (12)$$

где $K_n^{(pro)}$ -
пьезорезонансный
оптический коэффициент,
определяемый как

$$K_n^{(pro)} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \omega_n^{(rf)}}{\partial P}, \quad (13)$$

P - мощность оптического
излучения, падающего на
кристалл.

Результаты расчётов
и экспериментов
показывают, что
эквивалентная температура в
условиях воздействия
лазерного излучения мало

отличается от термодинамической температуры, усреднённой по объёму образца, и она напрямую поддаётся измерению методами резонансной ультразвуковой спектроскопии. Это позволяет измерять температуру кристалла бесконтактным способом в реальном времени в режиме воздействия мощного лазерного излучения. Предлагается использовать этот метод для определения коэффициентов оптического поглощения и теплообмена на границе кристалл-воздух.

Реализовано два метода: стационарный и метод кинетики разогрева. Для стационарных измерений необходимо знать не только эквивалентную температуру кристалла, но и температуру воздуха на заданном расстоянии от основного кристалла. Для этого в эксперименте использовались кристаллы кварца малого поперечного сечения (рис. 6) и измерялась их эквивалентная температура при разогреве основного кристалла лазерным излучением. Предварительно были измерены их резонансные спектры по отдельности, определены коэффициенты $K_n^{(prt)}$. Термодатчик (термопара) служит для измерения внешней температуры электродов. Лазерное излучение интенсивности $I(x,y,z)$ распространяется по оси z . По сдвигам пьезоэлектрических резонансов измеряются эквивалентная температура основного кристалла $\delta\theta^{eq}(P)$ и вспомогательных кристаллов q_1, q_2, q_3, q_4 . Здесь решается обратная тепловая задача нахождения неизвестных коэффициента теплообмена h^T и коэффициента поглощения основного

кристалла α , а также их возможные зависимости от мощности излучения P . Для некоторых приближённых значений h^T и α рассчитывается распределение температуры $\theta(x,y)$. После этого вычисляются эквивалентная температура и сдвиги резонансов основного и вспомогательных кристаллов, они сравниваются с измеренными. Измеряемые сдвиги частот корректируются исходя из измеренного разогрева электродов, поскольку этот эффект не учитывается в модели. После этого выбирается следующее приближения для h^T и α , и процедура повторяется до тех пор, пока не будет достигнута требуемая малость разницы измеренных и рассчитанных величин.

Эксперименты проводились с кристаллом KDP. Размеры кристалла $5.5 \times 6.6 \times 7 \text{ мм}^3$. Вспомогательные кварцевые кристаллы имели следующие размеры: $0.5 \times 3 \times 7 \text{ мм}^3$ (q_1), $1 \times 1 \times 7 \text{ мм}^3$ (q_2), $0.5 \times 3 \times 7 \text{ мм}^3$ (q_3), $1 \times 1 \times 7 \text{ мм}^3$ (q_4). При комнатной температуре $\theta_0 = 22^\circ\text{C}$ без лазерного излучения значения частот резонансов были: $f_{KDP} = 166 \text{ кГц}$, $f_{q_1} = 994.8 \text{ кГц}$, $f_{q_2} = 1606.4 \text{ кГц}$, $f_{q_3} = 995.6 \text{ кГц}$, $f_{q_4} = 1669.7 \text{ кГц}$. Измеренные пьезорезонансные термические коэффициенты: $K_{KDP}^{(prt)} = -70 \text{ Гц/К}$, $K_{q_1}^{(prt)} = -60 \text{ Гц/К}$, $K_{q_2}^{(prt)} = 75 \text{ Гц/К}$, $K_{q_3}^{(prt)} = -65 \text{ Гц/К}$, $K_{q_4}^{(prt)} = 80 \text{ Гц/К}$. Использовался непрерывный итербийевый волоконный лазер НТО «ИРЭ-Полюс». Оптическая мощность до 70 Вт, диаметр пучка излучения (уровень $1/e^2$) 1.5 мм. На рис. 7а представлена зависимость выходной мощности от входной, а также эта зависимость в предположении, что имеет место только френелевское отражение от граней кристалла и нет поглощения и рассеяния. Из графика видно, что необходимо учитывать поглощение и рассеяние излучения. На рис. 7б представлена зависимость эквивалентной температуры кристалла от выходной мощности. Рассчитанные зависимости температуры и полученные значения коэффициентов теплообмена и поглощения представлены на рис. 5. Рассчитанные значения коэффициентов: $h^T = 15 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$, $\alpha = 0.03 \text{ см}^{-1}$. Можно также определить поглощаемую мощность излучения P_a , часто используемую в лазерной калориметрии. При малых α

$$P_a = P\alpha L. \quad (14)$$

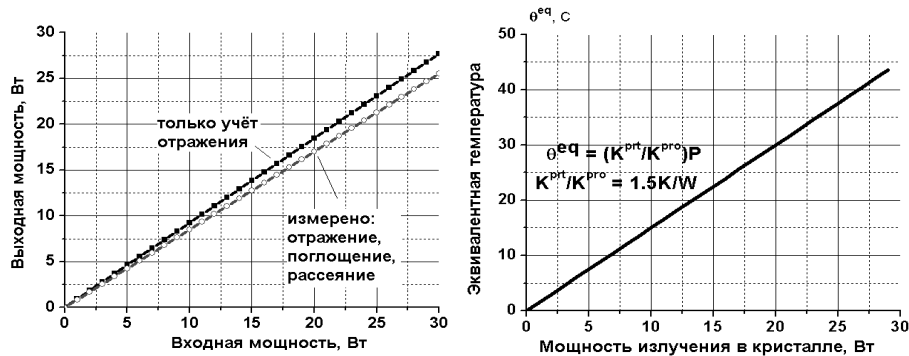


Рис. 7. а) Зависимость выходной мощности от входной

б) Эквивалентная температура KDP

Метод нестационарных измерений основывается на измерении кинетики разогрева либо охлаждения кристалла излучением. Данный метод хорошо известен [8]. Коэффициент теплообмена определяется по следующей формуле:

$$h^T = \frac{mc_{sp}}{A\tau}, \quad (14)$$

где m — масса образца, c_{sp} — его удельная теплоёмкость, A — площадь поверхности, τ — постоянная времени охлаждения либо нагрева. Аналитически температурная кинетика записывается в следующем виде:

$$\theta(t) = \theta_0 + \Delta\theta[1 - \exp(-t/\tau)] \quad (15)$$

Коэффициент поглощения определяется по формуле

$$\alpha = \frac{h^T A \Delta\theta}{LP}. \quad (16)$$

Экспериментально зависимость температуры от времени может быть определена по зависимости частоты пьезоэлектрического резонанса от времени. Для этого необходимо измерять форму линии модуля или фазы импеданса вблизи резонанса существенно быстрее скорости изменения его резонансной частоты от времени. Нами предложен альтернативный метод, заключающийся в перестройке частоты с некоторым шагом и записи временной зависимости фазы импеданса в промежутках, когда частота постоянна.

Данный метод реализован в эксперименте. До включения излучения необходимо детально измерить частотную зависимость фазы импеданса вблизи резонанса и определить его минимальное значение фазы φ_{min} и ширину на половине высоты Δf_0 , (её значение составляет порядка нескольких десятков герц). Далее выбирается некоторый частотный шаг δf_0 такой, что $0 < |\delta f_0| < \Delta f_0$, а знак δf_0 совпадает со знаком $K^{(prt)}$ для выбранного резонанса. Кроме того, необходимо задаться погрешностью фазы $\delta\varphi_0$, которая может быть связана с изменением формы либо амплитуды резонанса при нагреве, и полным временем записи кинетики T . Перед включением лазера частота генератора устанавливается равной $f_{i0} = f_0 - \delta f_0/2$. Запись кинетики температуры состоит из описанных ниже шагов. Индекс i обозначает цикл, в котором осуществляется перестройка частоты генератора, индекс j обозначает цикл, в котором частота постоянна и происходит считывание данных с детектора.

1. Включение излучения (момент времени $t = 0$).
2. Начало считывания данных о фазе сигнала с детектора. $j = 0$.
3. Считывание очередных значений времени t_j и фазы φ_j , $j = j + 1$.
4. Если минимум фазы ещё не найден — поиск минимума. Минимум должен удовлетворять условию $\varphi_j < \varphi_{min} + \delta\varphi_0$; кроме того, необходимо $\varphi_j < \varphi_k$, $k = 0..j$. Если $t_j > T$, переход к шагу 8.

5. Если минимум уже пройден, анализ признака конца считывания $\phi_j > \phi_0$. Если условие не выполняется, переход к шагу 3.
6. Запись текущей частоты f_{ti} и времени минимума фазы t_{mi} .
7. Перестройка частоты генератора: $i = i + 1, f_{t_{i-1}} - \delta f_0$. Переход к шагу 2.
8. Конец.

В результате работы этого алгоритма получается набор пар (f_{ti}, t_{mi}) частот пьезоэлектрического резонанса и времени, когда в процессе разогрева резонанс проходит эти значения, т.е. кинетики разогрева. Зная $K^{(prt)}$ и начальное значение частоты, можно перевести полученную зависимость в зависимость температуры от времени и определить постоянную времени τ .

На рисунках 8-10 представлены результаты измерений кинетики разогрева кристалла KDP излучением мощности 5 Вт. Измеренное значение постоянной времени 95 с., это соответствует $h^T = 17 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$.

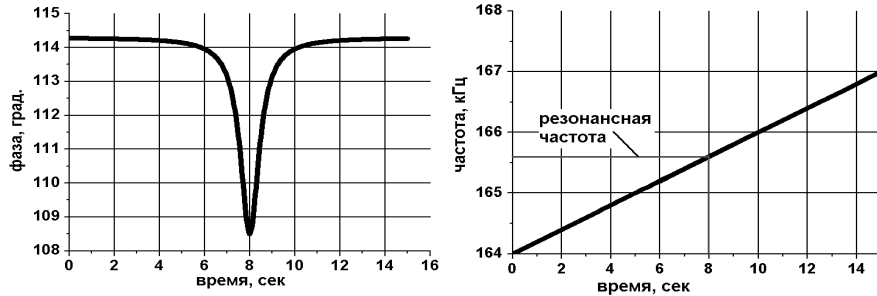


Рис. 8. Запись формы линии фазы адмитанса при сканировании частоты со временем в отсутствие разогрева излучением. Фаза ϕ сигнала, подаваемого на вход синхронного детектора в зависимости от времени (слева) и частота РЧ поля от времени при температуре кристалла KDP $\theta = 298 \text{ К}$.

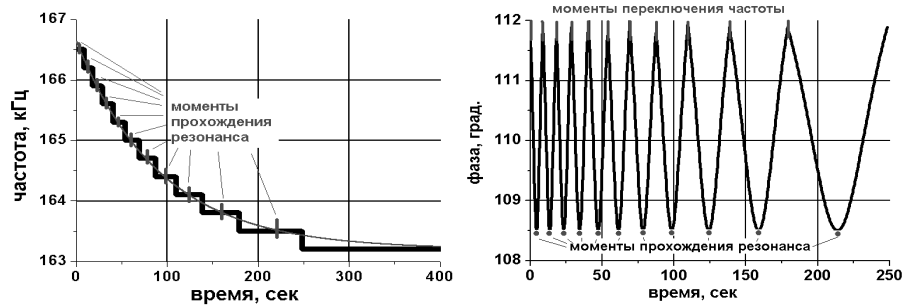


Рис. 9. Запись кинетики разогрева кристалла KDP лазерным излучением. Зависимость частоты РЧ поля (слева) и фазы ϕ (справа) от времени.

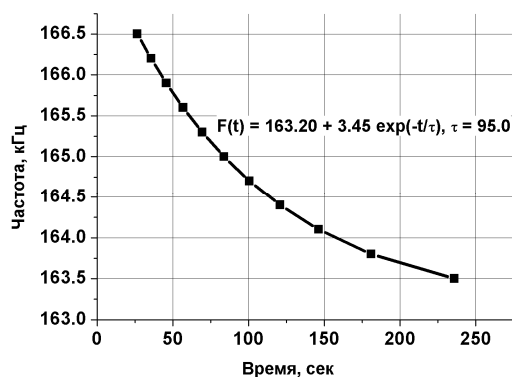


Рис. 10. К определению постоянной времени разогрева. Зависимость моментов прохождения минимумов фазы от частоты РЧ поля.

Основные результаты диссертации

1. На основе вариационного подхода разработан метод расчёта собственных пьезоэлектрических мод объёмных образцов, возбуждаемых радиочастотным полем. Произведены расчёты спектров и пространственных распределений мод для нелинейно-оптических кристаллов, использованных в экспериментах: кварц, KDP, KTP, LBO.
2. Предложен новый метод идентификации измеренных и рассчитанных спектров на основе анализа температурных сдвигов различных резонансных мод. Данный метод применён к кристаллу кварца, определены (уточнены) упругие константы конкретного материала образца, использованного в эксперименте.
3. Разработана модель неоднородного разогрева кристаллов лазерным излучением, а также метод расчёта сдвигов резонансных частот при неоднородном разогреве. Произведены расчёты температурных распределений и сдвигов резонансов для использованных в экспериментах кристаллов, в частности, для кристалла KDP.
4. Впервые предложен алгоритм вычисления эквивалентной температуры кристалла, взаимодействующего с лазерным излучением, на основе пьезоэлектрического резонанса и дано математическое обоснование корректности введения этого понятия в лазерную физику.
5. Предложен новый метод определения коэффициентов оптического поглощения и теплообмена на границе кристалл-воздух по измерениям кинетики разогрева либо охлаждения кристалла излучением.

Список публикаций по теме диссертации

Статьи в рецензируемых журналах.

1. Д.В. Мясников, А.В. Коняшкин, О.А. Рябушкин, «Идентификация собственных мод объёмных пьезоэлектрических резонаторов в акусторезонансной спектроскопии» // Письма в ЖТФ, том 36, вып. 13, стр. 103-110 (2010).
2. D.V. Myasnikov, A.V. Doronkin, A.V. Konyashkin, O.A. Ryabushkin, «Model of resonant acoustic spectroscopy of interaction of high-power single-mode laser radiation with crystals» // 15th International conference on photoacoustic and photothermal phenomena (ICPPP15), J. Phys.: Conference Series, 214, 012063(1)-(4), (2010).
3. A.V. Doronkin, A.V. Konyashkin, V.A. Tyrtysnyy, D.V. Myasnikov, O.A. Ryabushkin, «Kinetics of the acoustic resonances in nonlinear-optical crystals during the interaction with the single-mode high-power laser radiation» // 15th International conference on photoacoustic and photothermal phenomena (ICPPP15), J. Phys.: Conference Series, 214, 012043(1)-(5), (2010).
4. A.V. Konyashkin, A.V. Doronkin, V.A. Tyrtysnyy, D.V. Myasnikov, O.A. Ryabushkin, «Resonant acoustic spectroscopy of the interaction of the single-mode high-power laser radiation with crystals» // 15th International conference on photoacoustic and photothermal phenomena (ICPPP15), J. Phys.: Conference Series, 214, 012064(1)-(4), (2010).
5. О. А. Рябушкин, А. В. Коняшкин, Д. В. Мясников, А. В. Доронкин, В. А. Търтышный, "Радиочастотная спектроскопия нелинейно-оптических кристаллов, взаимодействующих с мощным лазерным излучением" // Успехи современной радиоэлектроники (УСР), 2010, № 5, С. 54-65.
6. О. А. Ryabushkin, D. V. Myasnikov, A. V. Konyashkin, V. A. Tyrtysnyy, "Equivalent temperature of nonlinear-optical crystals interacting with laser radiation" // Journal of the European Optical Society – Rapid Publications, 6, 1100 (2011).

Статьи в сборниках трудов международных конференций.

7. Д. В. Мясников, А. В. Коняшкин, О. А. Рябушкин, «Модель акусторезонансной спектроскопии нелинейно-оптического взаимодействия одномодового лазерного излучения с кристаллами» // труды VII международной конференции «Лазерная физика и оптические технологии» г. Минск, том 3, 17-19 июня 2008 года, с. 233-236.
8. O.A. Ryabushkin, D. V. Myasnikov, A.V. Konyashkin, «A model of acoustic-resonance spectroscopy of nonlinear-optical interaction of single-mode laser

radiation with crystals» // EOS Annual Meeting 2008, Paris, France, (29th September – 2nd October), TOM 6 808.

9. O.A. Ryabushkin, A.V. Konyashkin, D.V. Myasnikov, «Radio-frequency impedance spectroscopy of the nonlinear interaction of laser radiation with nonlinear-optical crystals» // EOS Annual Meeting 2008, Paris, France, (29th September – 2nd October), TOM 6 810.
10. A.V. Konyashkin, A.V. Doronkin, V.A. Tyrtysnyy, D.V. Myasnikov, O.A. Ryabushkin, «Resonant acoustic calorimetry of the interaction of high-power laser radiation with crystals» // Ninth International Conference on Solid State Lighting, San Diego California USA (2 – 6 August 2009), Proc. of SPIE, Vol. 7422, 742217-1 – 742217-11.
11. A. Konyashkin, A. Doronkin, V. Tyrtysnyy, D. Myasnikov, O. Ryabushkin, «Resonant Acoustic Calorimetry of the Interaction of Laser Radiation with Nonlinear-Optical Crystals» // 2009 IEEE International Ultrasonic Symposium Proceedings, Rome Italy, (20 – 23 September 2009), pp. 2045 – 2048.
12. A. Doronkin, A. Konyashkin, V. Tyrtysnyy, D. Myasnikov, O. Ryabushkin, «Kinetics of the Nonlinear-Optical Crystal Equivalent Temperature during the Interaction with Single-Mode High-Power Laser Radiation» // 2009 IEEE International Ultrasonic Symposium Proceedings, Rome Italy, (20 – 23 September 2009), pp. 2053 – 2056.
13. Konyashkin, A. V., Tyrtysnyy, V. A., Doronkin, A. V., et al., "Resonant acoustic calorimetry of the interaction of high-power laser radiation with crystals," Proceedings of SPIE Vol. 7422, 742217 (2009).
14. Myasnikov, D. V., Konyashkin, A. V., Ryabushkin, O. A., "A model of equivalent temperature of nonlinear-optical crystal under action of high power laser radiation," Proceedings of SPIE Vol. 7994, 79941R (2011).

Тезисы докладов на международных конференциях.

15. A.V. Doronkin, A.V. Konyashkin, V.A. Tyrtysnyy, D.V. Myasnikov, O.A. Ryabushkin, «Kinetics of the acoustic resonances in nonlinear-optical crystals during the interaction with the single-mode high-power laser radiation» // 15th International conference on photoacoustic and photothermal phenomena (ICPPP15), Leuven, Belgium, (19th-23rd July 2009), Book of Abstracts, p. 90, TU-PA-2B-4.
16. A.V. Konyashkin, A.V. Doronkin, V.A. Tyrtysnyy, D.V. Myasnikov, O.A. Ryabushkin, «Resonant acoustic spectroscopy of the interaction of the single-mode high-power laser radiation with crystals» // 15th International conference on photoacoustic and photothermal phenomena (ICPPP15), Leuven, Belgium, (19th-23rd July 2009), Book of Abstracts, p. 332, PO-T14-13.

17. D.V. Myasnikov, A.V. Doronkin, A.V. Konyashkin, O.A. Ryabushkin, «Model of resonant acoustic spectroscopy of interaction of high-power single-mode laser radiation with crystals» // 15th International conference on photoacoustic and photothermal phenomena (ICPPP15), Leuven, Belgium, (19th-23rd July 2009), Book of Abstracts, p. 327, PO-T14-8
18. A. Konyashkin, A. Doronkin, V. Tyrtysnyy, D. Myasnikov, O. Ryabushkin, «Resonant Acoustic Calorimetry of the Interaction of Laser Radiation with Nonlinear-Optical Crystals»// 2009 IEEE International Ultrasonic Symposium, Rome Italy, (20 – 23 Sep 2009), Abstract book, pp. 494 – 495, P2-K-04.
19. A. Doronkin, A. Konyashkin, V. Tyrtysnyy, D. Myasnikov, O. Ryabushkin, «Kinetics of the Nonlinear-Optical Crystal Equivalent Temperature during the Interaction with Single-Mode High-Power Laser Radiation» // 2009 IEEE International Ultrasonic Symposium, Rome Italy, (20 – 23 September 2009), Abstract book, pp. 496 – 497, P2-K-06.
20. A.V. Doronkin, A.V. Konyashkin, V. A. Tyrtysnyy, D. V. Myasnikov, O.A. Ryabushkin, «Kinetics of the nonlinear-optical crystal heating induced by high-power single-mode laser radiation» // 5th International Symposium on High-Power Fiber Lasers and Their Applications, St. Petersburg, Russia, (28th June – 02 July 2010), TuSy-p12.
21. A.V. Konyashkin, A.V. Doronkin, D.V. Myasnikov, V.A. Tyrtysnyy, O.A. Ryabushkin, «Temperature determination of nonlinear-optical crystals heated by laser radiation» // International Conference on Lasers, Applications and Technologies (ICONO/LAT 2010), Kazan, (August 23-26, 2010), LThO10.
22. D.V. Myasnikov, A.V. Konyashkin, O.A. Ryabushkin, «A model of equivalent temperature of nonlinear-optical crystal under action of high power laser radiation» // International Conference on Lasers, Applications and Technologies (ICONO/LAT 2010), Kazan, (August 23-26, 2010), LThO13.

Труды конференций МФТИ (2006-2009 гг)

23. А. В. Коняшкин, Д. В. Мясников, О. А. Рябушкин, «Электрооптическая модуляционная спектроскопия нелинейно-оптических кристаллов» // труды 49-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук», с. 41-42 (Ноябрь 24-25, 2006) .
24. А. В. Коняшкин, Д. В. Мясников, О. А. Рябушкин, «Радиочастотная спектроскопия нелинейно-оптических кристаллов КТР» // труды 50-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук» с. 85-88 (Ноябрь 24-25, 2007).
25. Д. В. Мясников, А. В. Коняшкин, А. В. Доронкин, О. А. Рябушкин, «Модель акусторезонансной спектроскопии нелинейно-оптического

взаимодействия лазерного излучения с кристаллами» // труды 51-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук» с. 126-130 (Ноябрь 28-30, 2008).

26. А. В. Коняшкин, А. В. Доронкин, В. А. Тыртышный, Д. В. Мясников, О. А. Рябушкин, «Изменение формы линии пьезоэлектрических резонансов нелинейно-оптического кристалла КТР при воздействии лазерного излучения» // труды 52-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук» с. 99-101 (27.11-01.12.09).
27. А. В. Доронкин, А. В. Коняшкин, В. А. Тыртышный, Д. В. Мясников, О. А. Рябушкин, «Кинетика эквивалентной температуры кристалла KTiOPO_4 при взаимодействии с мощным одномодовым лазерным излучением» // труды 52-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук» с. 93-95 (27.11 – 01.12.09).
28. Д. В. Мясников, А. В. Коняшкин, О. А. Рябушкин, «Идентификация собственных мод объёмных пьезоэлектрических резонаторов» // труды 52-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук» с. 113-117 (27.11 – 01.12.09).

Цитированная литература

1. A.M. Miller, L.V. Soustov, “Absorption in and laser damage to KDP and DKDP crystals” // *Sov. J. Quantum Electron.* 19 (1), pp. 39-45 (1989).
2. C. Yu et al., “A new resonant photoacoustic technique for measuring very low optical absorption in crystals and glasses” // *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 91, No. 2, pp. 868-877 (1992).
3. F. Bezançon et al., “Accurate determination of the weak optical absorption of piezoelectric crystals used as capacitive massive bolometers” // *IEEE J. Quant. Electron.*, Vol. 37, No. 11, pp. 1396-1400 (2001).
4. R. Mindlin, “Simple modes of vibration of crystals” // *J. Appl. Phys.*, Vol. 27, No. 12, pp. 1462-1466 (1956).
5. H. Demarest, “Cube-resonance method to determine the elastic constants of solids” // *J. Ac. Soc. Am.*, Vol. 49, No. 3 (part 2), pp. 768-775 (1971).
6. H. Tiersten, “Natural boundary and initial conditions from a modification of Hamilton’s principle” // *J. Math. Phys.*, Vol. 9, No. 9, pp. 1445-1451 (1968).
7. B. Zadler, “Properties of elastic materials using contacting and non-contacting acoustic spectroscopy” // PhD thesis, Colorado School of Mines, Golden, Colorado (2004).
8. D.A. Pinnow, T.C. Rich, “Development of a calorimetric method for making precision optical absorption measurements” // *Applied Optics*, Vol. 12, No. 5, pp. 984-992 (1973).

Мясников Даниил Владимирович

**МОДЕЛЬ РЕЗОНАНСНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
РАДИОЧАСТОТНОГО ПОЛЯ С ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ
КРИСТАЛЛАМИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

Подписано в печать 18.11.2011 Формат 60 x 84 1/16. Печать офсетная. Усл.
печ. л. 1,4. Тираж 90 экз. Заказ №

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт (государственный университет)»
Отдел автоматизированных издательских систем «ФИЗТЕХ-ПОЛИГРАФ»
141700, Моск. обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9