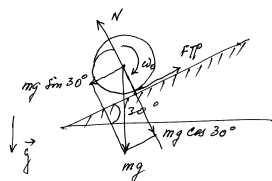


Задача 1

Пусть x есть произвольное действительное число, отличное от 0 и 1. Рассмотрим множество из четырёх элементов $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, где $x_1 = x$, $x_2 = -x$, $x_3 = \frac{1}{x}$, $x_4 = -\frac{1}{x}$. Найдите множество всех перестановок X , которые можно продолжить до преобразования σ множества всех многочленов f, g от переменных x_1, \dots, x_4 с рациональными коэффициентами, которое сохраняет алгебраическую структуру, то есть $\sigma(f + g) = \sigma(f) + \sigma(g)$, $\sigma(f - g) = \sigma(f) - \sigma(g)$, $\sigma(fg) = \sigma(f)\sigma(g)$.

Задача 2



Цилиндр с радиусом R и массой m лежит на шероховатой наклонной плоскости с углом 30° так, что его ось горизонтальна. В начальный момент времени ему сообщается угловая скорость ω_0 в направлении, указанном на рисунке. При каком коэффициенте трения f движение его центра масс начнётся не сразу, а после некоторого периода зстоя? Найдите это время.

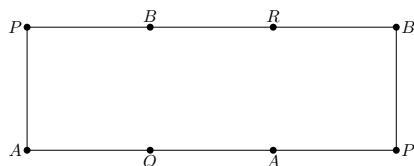
Задача 3

Доказать, что не существует никаких (в том числе и разрывных) функций $y = f(x)$, определённых при всех x , таких что $f(f(x)) = x^2 - 2010$.

Задача 4

Рассмотрим заряженный пузырек в воде: эластичную сферу наполненную газом ($\epsilon_{\text{газа}} \approx 1$) с зарядом Q в центре, помещенную в воду, т.е. среду с однородной и большой диэлектрической постоянной ϵ . В связи с тем, что $\epsilon \approx 80$, очень велика, рассчитайте радиус пузырька, в зависимости от давления газа в пузырьке, P в пределе $\epsilon \gg 1$.

Задача 5



Докажите, что следующий прямоугольник, составленный из трех равных квадратов, с указанными правилами склейки является разверткой некоторого выпуклого многогранника. Найдите многогранник с данной разверткой. (Точки на верхней и нижней стороне прямоугольника делят каждую из них на три равные части. Правила склейки задаются так, что отрезки границы прямоугольника с одинаково отмеченными концами должны склеиваться.)

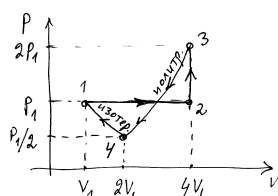
Задача 6 о p -адическом плотнике и p -адической доске

Пусть есть доска p -адической длины a . Показать, что какую бы часть от нее не пытался отрубить p -адический плотник, оставшаяся часть будет иметь по-прежнему длину a .

Вопросы по условиям задачи не принимаются. Думайте сами.

Задача 7 Какой вид имеют зависимости от времени для ускорения и скорости бегуна при разгоне? Какие различные с физической точки зрения фазы разгона можно выделить, какие математические выражения их описывают? Оцените время разгона, начальное ускорение и конечную скорость для человека массой около 80 кг, используя справочные данные. Постройте графики зависимости скорости и ускорения от времени.

Задача 8



На PV -диаграмме изображён круговой процесс 1-2-3-4-1 с одним молем двухатомного газа. Процесс 1-2 — изобарный; 2-3 — изохорный; 3-4 — политропический процесс $PV^n = \text{const}$, где n — неизвестная постоянная; 4-1 — изотермический процесс. Найти КПД этого цикла. Является ли устройство, работающее о этом круговом процессе тепловой машиной?

Задача 9

Американский школьник сложил несколько дробей числитель с числителем, а знаменатель с знаменателем (поскольку это «не настоящее сложение» мы обозначим его значком \oplus):

$$\frac{a}{x} \oplus \frac{b}{y} \oplus \dots \oplus \frac{c}{z} = \frac{a + b + \dots + c}{x + y + \dots + z}.$$

Придайте физический и/или математический смысл данной операции.

Вопросы по условиям задачи не принимаются. Думайте сами.