УДК 519.633.6

Сравнение монотонных схем аппроксимации высокого порядка точности для решения задачи переноса.

Физические явления, которые являются предметом изучения радиофизики, в своем большинстве описываются математическими моделями, в основе которых лежат дифференциальные уравнения в частных производных. Такие уравнения, дополненные адекватными начальными и граничными условиями, к сожалению, не всегда удается решить аналитическими методами. Поэтому появление и совершенствование численных методов является логическим следствием развития радиофизики в целом. Родоначальники численных методов, такие как Курант (Courant), Фридрихс (Friedrichs), фон Ньюман (von Neumann) сформулировали и исследовали основные свойства разностных схем – сходимость, устойчивость и порядок аппроксимации. В дальнейшем стали также активно развиваться нелинейные схемы более высокого порядка.

В последние годы в области численного моделирования задач радиофизики наблюдался значительный прогресс, который связан, в том числе, с развитием разностных схем высокого порядка аппроксимации, а также с появлением компьютеров достаточной мощности. Построение разностных схем стало основываться на некоторых разностных аналогах дифференциальных уравнений, таких как законы сохранения, сохранение монотонности, асимптотических свойств. Причем свойство сохранения монотонности или невозрастание полной вариации оказались основополагающими при решении некоторых задач. Прежде всего, эти свойства оказываются полезными при решении гиперболических систем уравнений.

Построение и развитие монотонных схем повышенного порядка точности и их сравнительная оценка является актуальной задачей в связи со значительным повышением роли вычислительной радиофизики в различных приложениях.

Цель данной работы состоит в развитии монотонных разностных схем для решения гиперболических уравнений на примере уравнения переноса. Рассмотрены случаи, когда начальные условия для функции u заданы в виде «ступеньки» и «ямы».
Результаты численного моделирования в первом случае свидетельствуют о том, что решение для u по схеме Лакса - Вендрофа имеет осцилляции, а для схем Годунова и TVD осцилляций нет. При этом схема Годунова 1-го порядка точности приводит к более сильному «размыванию» скачка функции u по сравнению с TVD схемой второго

порядка точности. Расчетные данные для начального условия, заданного в виде «ямы» свидетельствует о том, что решение для u по схеме Лакса - Вендрофа имеет осцилляции, а для схем Годунова и TVD осцилляции отсутствуют.

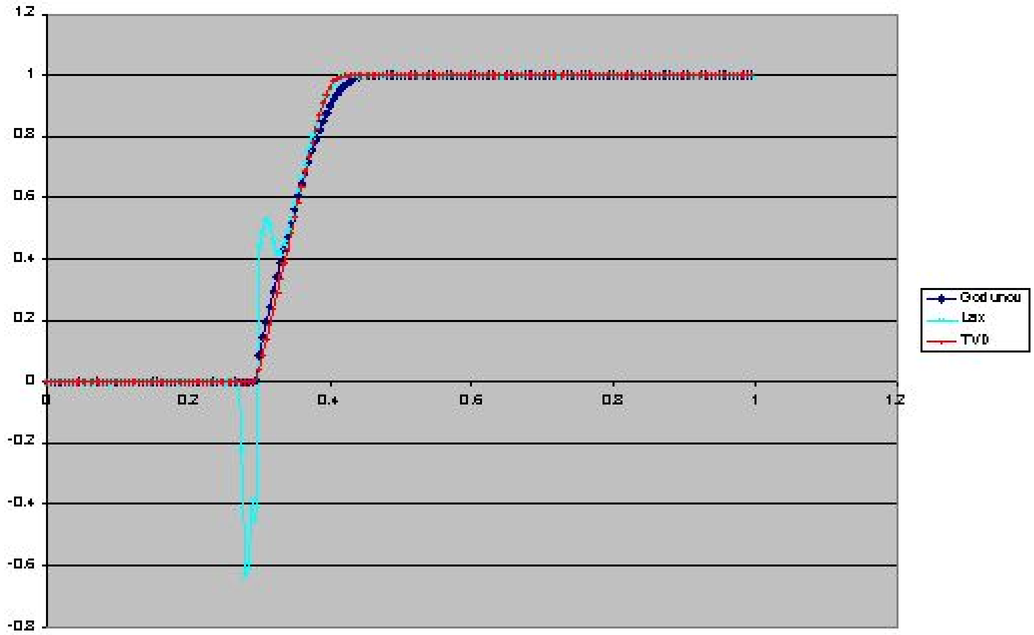

Рис. 1. Пример расчета. Распределение функции u в момент времени t=0.1 для различных разностных схем. (f=u2/2, ν=0.1).

Литература

1. Годунов С. К. Уравнения математической физики / 2 издание , дополненное, Наука, 1979
2. Годунов С. К., Рябенький В. С. Разностные схемы. М.,"Наука",1988.
3. А.Г. Куликовский, Н.В. Погорелов, А.Ю. Семенов Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001